

## Особенности использования величины работы при автоматическом индентировании для определения механических свойств материалов

С. А. Фирстов, В. Ф. Горбань, Э. П. Печковский

*Методом автоматического индентирования 40 материалов различных типов и состояний с записью диаграмм внедрения индентора экспериментально и аналитически изучен способ определения твердости как работа, совершенная по вытеснению единицы объема материала, контактирующего с индентором —  $H_{wc} = W_c/V_c$ . Значения этой твердости сопоставлены с твердостью, определенной по стандартной методике —  $H_{IT} = P_m/F_c$ . Установлено различие в значениях твердости, определенных этими способами, предложено его обоснование, аналитически получено соотношение между ними в виде  $H_{wc} = 0,843H_{IT}$  (для индентора Берковича). Установлены соотношения между величинами работ, представленных на диаграмме автоматического индентирования.*

### Введение

В серии работ [1—6] представлена новая методология обработки и анализа результатов автоматического индентирования материалов независимо от их типа, фазового и структурного состояний. В ее основе находится аналитически полученное, физически обоснованное и экспериментально подтвержденное фундаментальное уравнение индентирования [1—6]

$$H_{IT}/E^* = K (h_s/h_c), \quad (1)$$

где  $K = 0,687 \operatorname{ctg} \alpha$  — коэффициент формы индентора;  $H_{IT}$  — твердость по Мейеру;  $E^*$  — так называемый “эффективный”, или “контактный” модуль упругости пары материал—индентор —  $1/E^* = (1 - \nu^2)/E + (1 - \nu_0^2)/E_0$  (здесь  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $E$  — модуль Юнга материала, а индекс “0” относится к индентору);  $h_c$  — контактная глубина внедрения индентора в материал (в этой области отпечатка индентор и материал соприкасаются, рис. 1);  $h_s$  — внеконтактная глубина внедрения индентора — максимальное углубление (sink-in) в материале вокруг индентора (в этой области отпечатка индентор не соприкасается с материалом, который претерпевает только упругую деформацию, рис. 1);  $\alpha$  — угол заточки индентора (угол между высотой и гранью правильной пирамиды).

Для индентора Берковича уравнение индентирования имеет вид

$$H_{IT}/E^* = 0,3206 (h_s/h_c). \quad (2)$$

Уравнение индентирования является результатом синтеза двух уравнений, отражающих модельные процессы индентирования в работах [7, 8]

$$E^* = (\sqrt{\pi}/2)(dP/dh)_{\max}/\sqrt{F_c} \quad (3)$$

и в работах [9, 10]

$$h_s = 0,72 P_{\max}/(dP/dh)_{\max}. \quad (4)$$

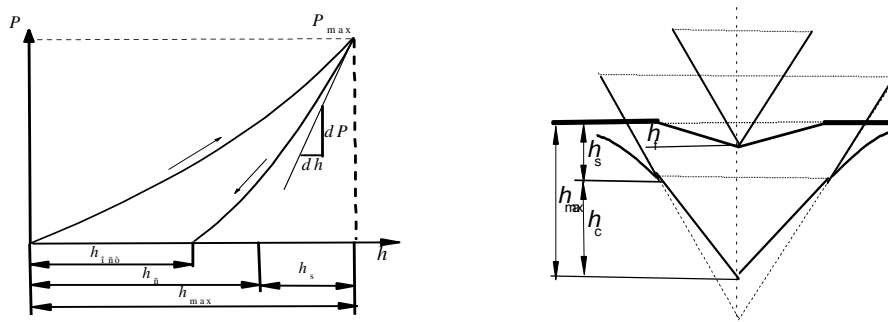


Рис. 1. Схемы диаграммы автоматического индентирования (а) и взаимодействия индентора с материалом (б). Пояснения см. в тексте.

Здесь  $F_c$  — площадь проекции отпечатка материала, контактирующего с индентором в нагруженном состоянии, то есть имеющего контактную глубину  $h_c$ ;  $P_{\max}$  — максимальная нагрузка.

Эти уравнения объединяет величина  $dP/dh$ , которая представляет собой изменение нагрузки и соответствующей ей глубины внедрения на вершине ветви разгрузки в том ее участке, где еще сохраняется “чисто” упругая деформация (только упругая, без сочетания с пластической).

Уравнение индентирования (1) отражает основные закономерности процесса индентирования и устанавливает непосредственную связь между твердостью  $H_{IT}$ , контактным модулем упругости  $E^*$  (а через него при известном коэффициенте Пуассона — с модулем Юнга  $E$  материала) и показателями диаграммы индентирования  $h_c$  и  $h_s$  (рис. 1). Физический смысл отношения показателей диаграммы индентирования  $h_s/h_c$  состоит в том, что эта величина характеризует упругую деформацию материала в условиях нагружения методом индентирования без сочетания с остаточной деформацией (как это имеет место в контактной области отпечатка — рис. 1) [1—6]. А величина отношения  $H_{IT}/E^*$  (нормированная твердость) соответствует этой упругой деформации.

Как следует из формул (1), (2), связь этих двух отношений является прямо пропорциональной и, следовательно, ее графическое представление имеет вид прямой линии (рис. 2). А поскольку все значения этих отношений для данного угла заточки индентора находятся на этой прямой независимо от типа материала, его фазового состава и структурного состояния, то эта прямая линия является тарифовочной прямой (точнее, зависимостью) метода автоматического индентирования. В соответствии с уравнением индентирования (1) для каждого угла заточки индентора существует своя тарифовочная прямая.

В уравнении индентирования отражены линейные показатели диаграммы индентирования  $h_c$  и  $h_s$ . Однако площади под различными ветвями диаграммы индентирования (рис. 1), как известно, соответствуют определенным значениям работы по выполнению того или иного вида деформации материала при внедрении в него индентора. В связи с этим представляет интерес установить, в какой мере значения этих работ являются отражением механических характеристик материала, в частности нормированной твердости  $H_{IT}/E^*$ . Настоящая статья посвящена решению этой задачи.

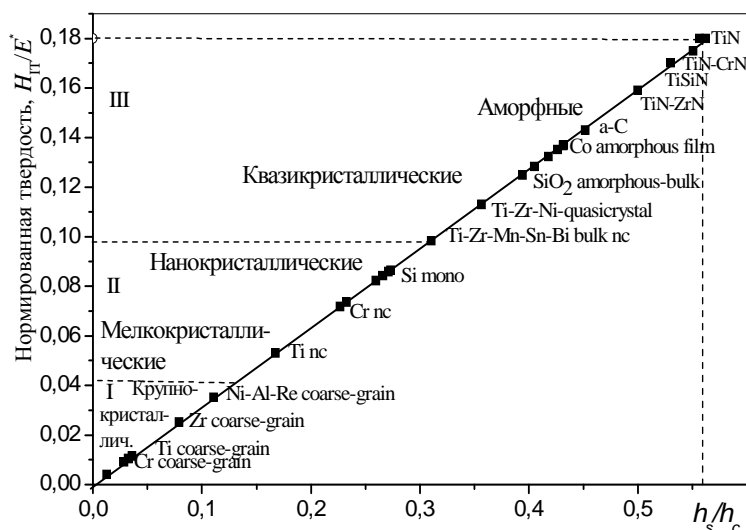


Рис. 2. Графическое представление уравнения индентирования (2) для материалов различных типов и структурных состояний. Тарировочная прямая для индентора Берковича.

### Методика эксперимента

В работе исследуются материалы различных составов, типов, фазовых и структурных состояний — крупно-, мелкокристаллические и наноматериалы, аморфные материалы, а также изучены эвтектические сплавы, химические соединения, новые машинообрабатываемые жаропрочные керамические материалы — компактные и пористые наноламинаты (таблица).

Микроиндентирование проводили на установке “Микрон-гамма” (нагрузка в пределах до  $P = 3$  Н) при комнатной температуре алмазной пирамидой Берковича ( $\alpha = 65^\circ$ ) с автоматически выполняемым нагружением и разгрузением на протяжении 30 с и записью диаграммы в координатах  $P-h$ . Точность определения силы  $P$  составляла  $10^{-3}$  Н, глубины внедрения  $h$  индентора —  $\pm 2,5$  нм. Показатели диаграммы  $P_{\max}$ ,  $h_{\max}$ ,  $h_{\text{ост}}$ ,  $h_c$  и  $h_s$  фиксировались автоматически по данным двух тысяч точек на диаграмме индентирования и, кроме того, проводилось автоматическое вычисление таких характеристик материала, как твердость  $H_{\text{IT}}$ , контактный модуль упругости  $E^*$ , модуль Юнга  $E$ , полная работа  $W_{\max}$  и работа в неконтактной области отпечатка  $W_s$ , выполняемые при индентировании.

### Экспериментальные результаты и их обсуждение

Международный стандарт [11] предлагает определять твердость методом автоматического индентирования как величину среднего контактного давления, возникающего в материале при нагружении:

$$H_{\text{IT}} = P_{\max}/F_c. \quad (5)$$

Твердость “по работе”  $H_W$ , как известно [12], определяется как средняя работа  $W$ , затраченная на вытеснение единицы объема  $V$  материала индентором.

**Свойства материалов, твердость  $H_{wc}$  и отношение  $H_{wc}/H_{IT}$ , определенные по формулам (9) и (13)**

Материал, % (мас.)	$H_{IT}$ , ГПа	$E^*$ , ГПа	$H_{IT}/E^*$	$H_{wc}$ , ГПа		$H_{wc}/H_{IT}$	
				$W_c$ (9)	$W_c$ (13)	$W_c$ (9)	$W_c$ (13)
Хром монокристал.	1,13	203,5	0,006	1,15	0,95	1,018	0,843
Титан йодидный	0,94	99,3	0,010	0,96	0,79	1,021	0,843
Хром деформиров.	2,51	260,0	0,010	2,53	2,12	1,008	0,843
Титан монокристал.	1,11	95,5	0,012	1,10	0,94	0,991	0,843
Титан BT-1	3,25	208,1	0,016	3,27	2,74	1,006	0,843
Вольфрам монокристал.	5,80	395,0	0,018	5,90	4,89	1,017	0,843
Цирконий монокристал.	2,76	106,5	0,026	2,78	2,33	1,007	0,843
Ni—Al—Re	4,85	131,5	0,037	4,93	4,09	1,016	0,843
Fe—3C	8,15	214,0	0,038	8,79	6,87	1,079	0,843
Сталь 35ХГСА	6,44	168,0	0,038	7,25	5,43	1,126	0,843
Сплав СКМ	3,34	69,6	0,048	3,47	2,82	1,039	0,843
Сталь булатная	9,09	191,0	0,048	10,39	7,67	1,143	0,843
Титан BT-22	5,13	101,9	0,050	5,01	4,33	0,977	0,843
Тикад	7,30	142,4	0,051	7,23	6,16	0,990	0,843
Ti <sub>3</sub> SiC <sub>2</sub> — наноламинат	7,54	144,3	0,052	6,82	6,36	0,905	0,843
Cr—ZrCr <sub>2</sub>	8,48	158,9	0,053	7,93	7,15	0,935	0,843
Титан деформиров.	5,16	98,6	0,054	5,00	4,35	0,969	0,843
Ti—15Nb—10V	2,08	36,1	0,058	2,04	1,75	0,981	0,843
Ti—20V	2,84	48,7	0,058	2,60	2,39	0,915	0,843
Ti—20Cr—20V—10Si	9,33	142,2	0,066	8,88	7,87	0,952	0,843
Al—40Cu—18Fe	8,25	125,8	0,066	7,60	6,96	0,921	0,843
Ti—10Nb—10V—5Ta—15Zr—5Hf	2,82	41,6	0,068	2,71	2,38	0,961	0,843
Ti—41Zr—17Ni	7,19	85,3	0,084	6,81	6,06	0,947	0,843
Ti—50Cr—14Si	3,50	34,5	0,102	3,40	2,95	0,971	0,843
Ti—25Cr—15Cu—10Si	13,50	128,8	0,105	11,48	11,39	0,850	0,843
Ti—27Cr—10Ni—6Si	8,90	84,5	0,105	7,29	7,51	0,819	0,843
Cu—20B	11,41	101,6	0,112	9,54	9,62	0,836	0,843
Fe—2Cr—4Si—14B (2)	10,62	93,1	0,114	8,77	8,96	0,826	0,843
60Cu—30Zr—10Ti	7,84	66,0	0,118	6,91	6,61	0,881	0,843
Co—3,5Fe—8Si—10B	13,31	112,1	0,119	10,97	11,23	0,824	0,843
SiO <sub>2</sub> — кварц (2)	8,30	68,7	0,121	7,15	7,00	0,861	0,843
Ti—37Cr—20V—10Si	13,63	106,1	0,128	12,23	11,50	0,897	0,843
Fe—2Cr—4Si—14B (1)	12,28	94,9	0,129	10,09	10,36	0,822	0,843
SiO <sub>2</sub> — кварц (1)	8,78	64,9	0,135	7,23	7,41	0,823	0,843
Углерод — нано (1)	8,18	54,3	0,151	6,93	6,90	0,847	0,843
Углерод — нано (2)	11,77	74,4	0,158	9,86	9,93	0,838	0,843

Применительно к индентированию остроконечным пирамидальным индентором с углом  $\alpha$  при вершине выражение для расчета твердости с использованием работы  $W$  на глубине внедрения  $h$  приобретает вид [5]

$$H_w = W / 1,732 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot h^3. \quad (6)$$

Для индентора Берковича оно становится таким:

$$H_w = W/7,965 h^3 = 0,125 W/h^3. \quad (7)$$

### Уравнение индентирования, выраженное через работу

В случае автоматического индентирования, сопровождаемого автоматической записью диаграммы  $P-h$ , обычно работа  $W$  определяется как площадь под кривой нагружения  $0P_{\max}h_{\max}$  на диаграмме индентирования, то есть глубина внедрения индентора принимается равной  $h_{\max}$  (см. рис. 1). Однако, как показано в работах [9, 10] и проанализировано в работах [1–6], максимальная глубина внедрения  $h_{\max}$  включает две составляющие: контактную глубину внедрения  $h_c$  и внеконтактную  $h_s$  (область верхней части отпечатка, в которой отсутствует соприкосновение индентора с материалом). Если принять, что соприкасающаяся с материалом часть индентора и вытесненный ею объем материала имеют одинаковые форму и размеры, последний может быть вычислен с использованием диаграммы индентирования: величина работы, затраченная на вытеснение материала из контактной области отпечатка, соответствует площади под кривой  $0P_{\max}h_c$  (рис. 1). В этом случае выражение (6) приобретет вид

$$H_{Wc}=0,125 W_c/h_c^3. \quad (8)$$

Здесь величине контактной глубины внедрения  $h_c$  соответствует величина работы по совершению упругопластической деформации  $W_c$  (площадь фигуры  $0P_{\max}h_c$ ); ее можно определить как разность между полной работой внедрения  $W_{\max}$  и работой по совершению внеконтактной упругой деформации  $W_s$ :

$$W_c = W_{\max} - W_s, \quad (9)$$

которая соответствует площади прямоугольного треугольника  $h_c P_{\max} h_{\max}$ :

$$W_s = 0,5 P_{\max} \cdot h_s. \quad (10)$$

Работа  $W_c$  совершена для выполнения деформации в неконтактной области отпечатка, в которой, как уже отмечалось, деформация является чисто упругой и максимальная ее глубина составляет  $h_s$ .

Из изложенного следует, что отношение работ  $W_s/W_c$ , аналогично отношению глубин внедрения  $h_s/h_c$  в уравнении индентирования, может характеризовать нормированную твердость  $H_{IT}/E^*$ . Экспериментально полученная зависимость нормированной твердости  $H_{IT}/E^*$  от  $W_s/W_c$  для различных материалов представлена на рис. 3. Видно, что с достаточной степенью приближения эта зависимость является прямолинейной с коэффициентом пропорциональности, равным  $(H_{IT}/E^*)/(W_s/W_c) = 0,18$  (для индентора Берковича). Следовательно, имеет место соотношение

$$H_{IT}/E^* = 0,18 (W_s/W_c), \quad (11)$$

которое, по существу, является уравнением индентирования (2), выраженным через работу индентирования.

Работа  $W_c$ , так же, как и работа  $W_s$  (10), может быть выражена через показатели диаграммы индентирования. Действительно, подставив в уравнение (11) вместо  $H_{IT}/E^*$  соответствующее значение из уравнения индентирования (2), получаем следующее соотношение между показателями работы и глубинами внедрения (для индентора Берковича):

$$W_s/W_c = 1,778 (h_s/h_c). \quad (12)$$

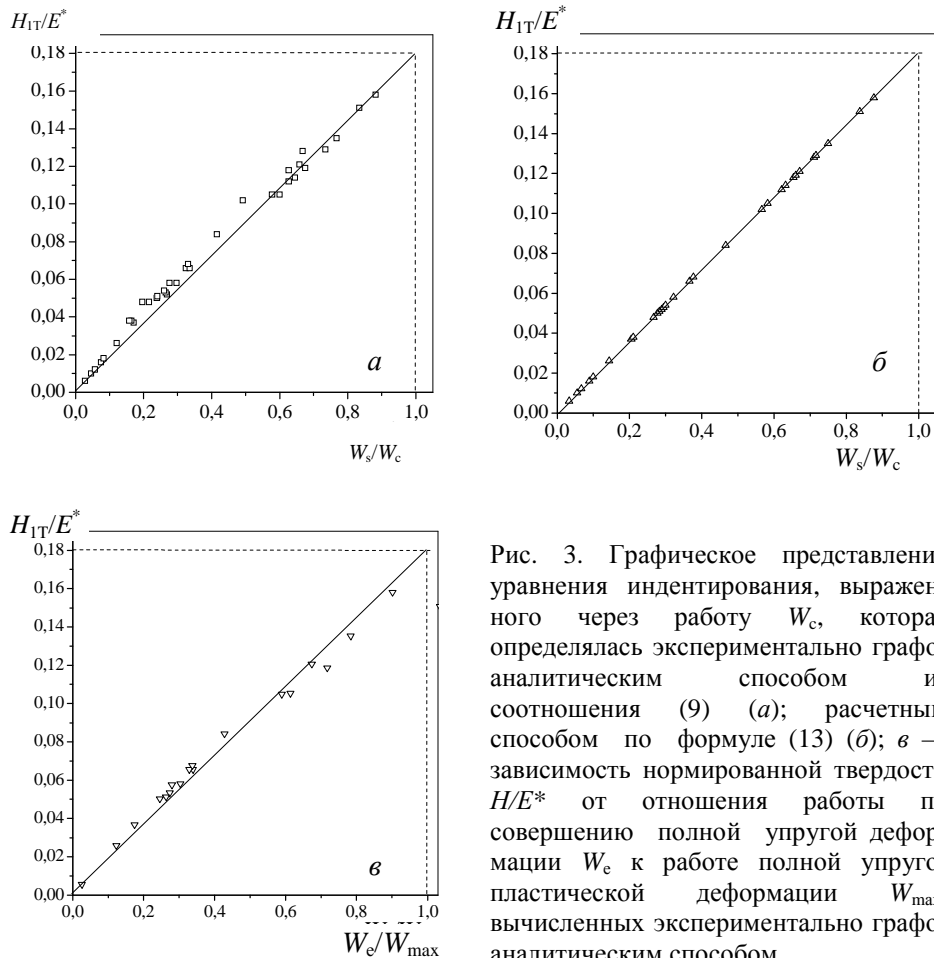


Рис. 3. Графическое представление уравнения индентирования, выраженного через работу  $W_c$ , которая определялась экспериментально графоаналитическим способом из соотношения (9) (а); расчетным способом по формуле (13) (б); в — зависимость нормированной твердости  $H/E^*$  от отношения работы по совершению полной упругой деформации  $W_c$  к работе полной упруго-пластической деформации  $W_{max}$ , вычисленных экспериментально графоаналитическим способом.

С помощью этого соотношения, а также (10) становится возможным получить аналитическое выражение для работы по совершению упругопластической (контактной) деформации  $W_c$ :

$$W_c = 0,281P_{max} \cdot h_c. \quad (13)$$

Таким образом, в отличие от экспериментального графоаналитического способа определения величины  $W_c$  как разности  $W_c = W_{max} - W_s$ , приводящего к методическим неточностям, выражение (13) позволяет получить ее непосредственно аналитически в строгом соответствии с модельными представлениями [7—10] и сохранением закона подобия отпечатка (равенство формы и размеров индентора и контактной области отпечатка) на протяжении диаграммы индентирования, когда соблюдается соотношение  $P = \beta h^2$  (где  $\beta = \text{const}$ ).

Графическое представление уравнения индентирования “по работе” (11) с учетом выражения для  $W_c$  (13) для тех же материалов имеет вид прямой линии (рис. 3, б), то есть отсутствует разброс данных. Это означает, во-первых, достоверность экспериментально полученного коэффициента пропорциональности, равного 0,18, между отношениями  $H_{IT}/E^*$  и  $W_s/W_c$  (рис. 3, а). Во-вторых, в рамках использованных моделей индентирования [7—10] и при условии сохранения закона подобия

отпечатка при нагружении полученное ранее уравнение индентирования (1) может быть представлено в виде связи нормированной твердости  $H_{IT}/E^*$  не только с отношением глубин внедрения  $h_s/h_c$  (2), но и с отношением соответствующих им работ  $W_s/W_c$  (11). Этот факт обусловлен тем, что твердость, вычисленная по работе  $H_{wc}$  (8), приведена к условиям вычисления твердости по площади проекции отпечатка  $H_{IT}$  (5).

### Соотношения между величинами работы

Исходя из того, что полная работа индентирования определяется как  $W_{max} = W_s + W_c$ , с учетом выражений для  $W_s$  (10) и  $W_c$  (13) получаем

$$W_{max} = P_{max} (0,5h_s + 0,281h_c), \quad (14)$$

то есть для вычисления полной работы  $W_{max}$  могут быть использованы непосредственно фиксируемые показатели диаграммы автоматического индентирования.

По результатам экспериментальных данных построена также зависимость  $H_{IT}/E^*$  от  $W_e/W_{max}$  (рис. 3, в), где  $W_e$  — работа по совершению полной упругой деформации, осуществляемой в контактной и в неконтактной областях отпечатка (на диаграмме индентирования соответствует площади  $h_{ост}P_{max}h_{max}$  (рис. 1)). Как видно, эта зависимость может быть аппроксимирована прямой линией с таким же коэффициентом пропорциональности 0,18, как и на рис. 3, а. Следовательно, с учетом выражения (12) является справедливым соотношение

$$W_e/W_{max} = W_s/W_c, \quad (15)$$

которое устанавливает связь между работами по выполнению всех представленных на диаграмме индентирования величин деформации.

Особый интерес вызывает работа по выполнению упругой деформации  $W_{ce}$ , которая является частью работы по выполнению общей упругой деформации  $W_e$  и в то же время частью работы по выполнению упругопластической деформации  $W_c$  в контактной области отпечатка.

Принимая, что  $W_{ce} = W_e - W_s$  (см. рис. 1), и исходя из соотношения (15), получаем

$$W_{ce} = W_s^2 / W_c. \quad (16)$$

С учетом уравнений для  $W_s$  (10) и  $W_c$  (13) выражаем  $W_{ce}$  через показатели диаграммы автоматического индентирования:

$$W_{ce} = 0,89P_{max} \cdot (h_s^2/h_c). \quad (17)$$

Также интересно сравнить  $W_{ce}$  с работой по выполнению упругой деформации в неконтактной области отпечатка  $W_s$ . Подставляя в выражение (16) формулу (12), получаем

$$W_{ce}/W_s = 1,778 (h_s/h_c). \quad (18)$$

Поскольку отношение  $h_s/h_c$ , как известно [1—6], изменяется в пределах  $0 < h_s/h_c \leq 0,5625$ , значит, отношение  $W_{ce}/W_s$  может изменяться в пределах  $0 < W_{ce}/W_s \leq 1$ . Следовательно, работа по выполнению упругой деформации в контактной области отпечатка  $W_{ce}$  всегда меньше работы по выполнению упругой деформации в неконтактной области отпечатка  $W_s$ . И только в предельном случае, когда  $(W_{ce}/W_s)^{пред} = 1$ , они равны между собой:  $W_{ce}^{пред} = W_s^{пред}$ .

Подставив предельное значение  $(h_s/h_c)^{\text{пред}} = 0,5625$  в уравнение (12), получаем предельно возможное значение для соответствующего отношения работ внедрения:

$$(W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1 \text{ или } W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}}. \quad (19)$$

С учетом полученного соотношения  $W_{ce}^{\text{пред}} = W_s^{\text{пред}}$  в предельном случае  $W_{ce}^{\text{пред}}$  переходит в  $W_c^{\text{пред}}$ .

Подтверждение справедливости соотношения (19) можно получить также из следующих рассуждений. Если в (19) подставить (15) и (18) и использовать полученные ранее соотношения  $h_s^{\text{пред}} = 0,36 h_{\text{max}}$  и  $h_c^{\text{пред}} = 0,64 h_{\text{max}}$  [1—6], имеем равенство  $W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}} = 0,1803 h_{\text{max}}$ .

Исходя из соотношения  $(W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1$ , получаем, что предельное значение нормированной твердости, выраженной через работу (11), равно  $(H_{\text{IT}}/E^*)^{\text{пред}} = 0,1803$ , то есть имеет такую же величину, как и в уравнении индентирования, выраженном через площадь проекции (5). Это означает, что величины работ  $W_s$  (10),  $W_c$  (13),  $W_{ce}$  (17) и  $W_{\text{max}}$  (14), полученные экспериментально-аналитически, соответствуют модельным представлениям процесса индентирования [7—10] в такой же мере, как и величина твердости  $H_{\text{IT}}$ .

Из соотношения  $(W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1$  также следует, что справедливы следующие равенства:

$$W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}} = 0,5 W_{\text{max}} \text{ или } (W_s/W_{\text{max}})^{\text{пред}} = (W_c/W_{\text{max}})^{\text{пред}} = 0,5. \quad (20)$$

Для предельных значений работы по совершению упругой деформации в контактной области отпечатка  $W_{ce}$  с привлечением выражений (16) и (19) получаем

$$W_{ce}^{\text{пред}} = (W_s^2 / W_c)^{\text{пред}} = W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}}. \quad (21)$$

### **Соотношение между величинами твердости “по силе” $H_{\text{IT}}$ и “по работе” $H_{Wc}$**

Как видно на рис. 3, а, в, бóльшая часть экспериментально полученных значений для соотношений  $H_{\text{IT}}/E^*—W_s/W_c$  и  $H_{\text{IT}}/E^*—W_c/W_{\text{max}}$ , в которых работы  $W_c$  и  $W_e$  определялись как разности соответствующих площадей диаграммы индентирования, не укладывается на прямые линии, соединяющие предельные значения их отношений, как это имеет место на тарировочной прямой для зависимости  $H_{\text{IT}}/E^*—h_s/h_c$  (см. рис. 2). Одна из возможных причин такого несоответствия может заключаться в различии способов определения твердости как усредненного напряжения, возникающего в материале при индентировании: твердость вычисляется как сила, действующая на единицу площади отпечатка —  $H_{\text{IT}} = P_{\text{max}}/F_c$ , и твердость вычисляется как работа по вытеснению единицы объема материала в контактной области отпечатка —  $H_{Wc} = W_c/V_c$ .

В уравнении индентирования (11) отражена связь твердости  $H_{\text{IT}}$  со значениями работ  $W_s$  и  $W_c$ , которые можно применить для определения твердости “по объему”. Используя выражение для расчетной (“теоретической”) величины  $W_c$  (13), а также выражения для площади отпечатка (основание пирамиды)  $F_c = 5,196 \text{ tg}^2 \alpha \cdot h_c^2$  и “контактного” объема  $V_c = 1,732 \text{ tg}^2 \alpha \cdot h_c^3$ , получаем отношение величин твердости в виде

$$H_{Wc}/H_{\text{IT}} = (0,281 P_{\text{max}} \cdot h_c \cdot 5,196 \text{ tg}^2 \alpha \cdot h_c^2) / (1,732 \text{ tg}^2 \alpha \cdot h_c^3 \cdot P_{\text{max}}).$$



После преобразования имеем

$$H_{wc}/H_{IT} = 0,843 \text{ или } H_{wc} = 0,843H_{IT} \text{ или } H_{wc} = H_{IT}/1,186. \quad (22)$$

Точно такое же соотношение для твердости, определенной двумя способами, получено при сопоставлении двух уравнений индентирования, выраженных через отношения глубин внедрения  $H_{IT}/E^* = 0,3206 (h_s/h_c)$  и соответствующих величин работы  $H_{IT}/E^* = 0,1803 (W_s/W_c)$ .

Действительно, подставив величины  $W_s = 0,5P_{max} \cdot h_s$  и  $W_c$  из соотношения  $H_{wc} = 1,255 (W_c/h_c^3)$  и выполнив преобразования с учетом выражений для твердости  $H_{IT} = 0,418P_{max}/h_c^2$  и уравнения индентирования (2), получаем соотношение между величинами твердости в контактной области отпечатка по площади проекции (по силе)  $H_{IT}$  и “по работе”  $H_{wc}$ :

$$H_{wc} = 0,844 H_{IT} \text{ или } H_{wc} = H_{IT}/1,185.$$

Таким образом, соотношение (22) является аналитическим выражением одной из закономерностей метода автоматического индентирования материалов, а величина  $H_{wc}/H_{IT} = 0,843$  — константой этого метода.

С учетом выражения (13) твердость “по работе”  $H_{wc}$ , приведенную к усреднения определения твердости “по силе”  $H_{IT}$ , можно вычислять непосредственно через первичные показатели диаграммы индентирования:

$$H_{wc} = 1,25(W_c/h_c^3) = 1,255(0,281P_{max} h_c/h_c^3) = 0,3526P_{max}/h_c^3. \quad (23)$$

Выражение (23) наглядно отражает соответствие условий определения твердости по площади отпечатка  $H_{IT} = 0,418P_{max}/h_c^3$  и по вытесненному объему материала  $H_{wc} = 0,3526P_{max}/h_c^3$ . При этом соблюдается соотношение  $H_{wc}/H_{IT} = 0,3526/0,418 = 0,8435$ .

Еще раз обратим внимание на то, что эти соотношения получены, исходя из модельных представлений [7—10] процесса индентирования и сохранения закона подобия отпечатка [12] на всем протяжении ветви нагружения, то есть эти соотношения соответствуют идеализированным условиям протекания процесса внедрения индентора в материал при непрерывном увеличении нагрузки.

### Интерпретация экспериментальных данных

В связи с тем, что твердость “по работе”  $H_{wc}$  ниже твердости “по силе”  $H_{IT}$ , возникают два вопроса: во-первых, чем это можно объяснить и, во-вторых, какой из этих величин следует пользоваться.

Если из выражения (22) выделить отношение  $0,281h_c / (1,732tg^2 \alpha \cdot h_c^3)$  и представить его в виде  $1/(6,164tg^2 \alpha \cdot h_c^2)$ , получается, что в знаменателе находится площадь фигуры, которая соотносится с площадью отпечатка как  $5,196/6,164 = 0,843$ . Почти такую же величину имеет отношение площади основания правильной трехгранной пирамиды к площади ее боковой поверхности —  $F_{осн}/F_{поверх} = 0,906$ . Несоответствие между ними составляет ~7%. Значит, с точностью до такого несоответствия можно утверждать, что работа  $W_c$  по вытеснению единицы контактного объема материала равнозначна силе  $P_{max}$ , приложенной к единице площади его отпечатка. А поскольку площадь поверхности отпечатка пирамиды больше площади ее основания, соответственно, твердость “по работе”  $H_{wc}$  меньше твердости “по силе”  $H_{IT}$ .

Кроме того, как уже отмечалось, при обработке экспериментальных данных для построения зависимостей на рис. 3, а, в величину  $W_c$  рассчитывали из соотношения  $W_c = W_{\max} - W_s$ . Наблюдаемые отклонения ее значений относительно прямолинейной теоретической зависимости можно объяснить двумя основными факторами — инструментальным и связанным со свойствами материалов.

При автоматическом индентировании полную работу  $W_{\max}$  определяли по ветви нагружения как сумму площадей двух тысяч прямоугольников со сторонами  $P; h_i$ . При таком способе определения полученное значение работы  $W_{\max}$  очень точное, поскольку учитываются все особенности хода ветви нагружения. Однако, как показывает анализ диаграмм индентирования различных материалов, начальные участки ветви нагружения, как правило, не в полной мере соответствуют закону подобия отпечатка при нагружении, то есть не соблюдается пропорциональность в соотношении  $P = \beta h^2$  ( $\beta \neq \text{const}$ ). Это хорошо видно на зависимостях, построенных в координатах  $P-h^2$ , а также  $H_{IT}-P$ . Такой эффект можно объяснить, например, неидеальной формой вершины индентора (вершина представляет собой не точку, а имеет определенный радиус закругления). При наличии такого фактора очень точно определенные значения работы  $W_{\max}$  (а значит, и  $W_c$ ) не в полной мере соответствуют “истинным” значениям (то есть отвечающим закону подобия отпечатка).

Вывод о влиянии такого фактора, как свойства материала, следует из анализа данных таблицы. С повышением  $H_{IT}/E^*$  величина отношения  $H_{wc}/H_{IT}$  изменяется от 1 до теоретической, равной 0,843, с определенной закономерностью. В соответствии с работами [1—6] величина  $H_{IT}/E^*$  характеризует сопротивление контактной пары материал—индентор упругой деформации в неконтактной области отпечатка. Чем меньше упругая деформация, тем меньше величина  $h_s$ , тем меньше  $H_{IT}/E^*$  и тем меньше вклад работы  $W_s$  в общую работу  $W_{\max}$ , а при очень малых отношениях  $W_s/W_c$  значения твердости по объему и площади практически равны. С увеличением упругого сопротивления возрастает работа  $W_s$  и, соответственно, отношение  $W_s/W_c$ . При этом величина отношения  $H_{wc}/H_{IT}$  снижается и по достижении  $H_{IT}/E^* \approx 0,1$  приобретает “теоретическое” значение, равное 0,843.

Таким образом, наличие этих двух факторов и, что очень важно, соотношение их величин между собой приводят к отклонению экспериментально полученных значений твердости “по работе” для различных материалов от тарифовочной зависимости. Если вычислить значения отношений  $H_{wc}/H_{IT}$ , где  $H_{wc}$  определяется через показатели диаграммы индентирования по формуле (23), то есть “теоретической”, модельной, то для всех материалов соблюдается соотношение  $H_{wc}/H_{IT} = 0,843$  (см. таблицу).

В связи с тем, что ветвь нагружения отвечает закону подобия отпечатка не на всем протяжении, а только в своей верхней части (по разным данным, протяженность “правильной” кривой от максимальной глубины внедрения индентора  $h_{\max}$  составляет 50—80%), принято определять характеристики материала при индентировании (в первую очередь, твердость и модуль упругости) по величине контактной глубины внедрения  $h_c$  [11]. Эта величина вычисляется с использованием участка начала ветви разгрузки, который в

соответствии с моделью индентирования [7—10] совпадает с участком конца ветви нагружения, и подчиняется закону подобия отпечатка:

$$h_c = h_{\max} - h_s = h_{\max} - 0,72 P_{\max}/(dP/dh)_{h_{\max}}.$$

То есть глубина внедрения  $h_c$ , которая используется для расчетов характеристик материалов, определяется по показателям диаграммы индентирования (в первую очередь, величины  $(dP/dh)_{h_{\max}}$ ) при максимальных нагрузках и глубине внедрения, где соблюдается закон подобия отпечатка.

Глубина внедрения  $h_c$ , вычисляемая как  $h_c = h_{\max} - h_s$ , включает погрешность определения величины  $h_{\max}$  на начальном участке кривой нагружения (точность определения глубины внедрения  $h_s$ , как видно, контролируется только величиной  $(dP/dh)_{h_{\max}}$ ). При вычислении работы эта погрешность увеличивается, следовательно, ошибка определения твердости “по работе” более высокая.

Таким образом, принимается допущение, что экспериментально определенные значения величин  $W_{\max}$  и  $W_c$  не в полной мере соответствуют закону подобия отпечатка и неполностью учитывают упругие свойства материалов, в то время как величина  $h_c$  находится в большем соответствии с этими требованиями. В то же время аналитически полученные выражения для работы  $W_c$  (13) и твердости по работе  $H_{Wc}$  (23) соответствуют закону подобия отпечатка и при этом в такой же мере, как и стандартная величина твердости  $H_{IT}$  (2).

### Выводы

При использовании диаграмм  $P-h$  автоматического индентирования материалов в дополнение к известным величинам работ по совершению отдельных видов деформации (работ по совершению общей деформации материала  $W_{\max}$ , полной упругой деформации  $W_e$  и пластической (остаточной) деформации  $W_{pl}$ ) могут быть идентифицированы новые виды работ. Это — работа по совершению упругопластической деформации  $W_c$ , которая происходит в контактной области отпечатка; работа по совершению “чисто” упругой деформации  $W_s$ , которая происходит в неконтактной области отпечатка; работа по совершению упругой деформации  $W_{ce}$ , которая является частью общей упругой деформации  $W_e$  и одновременно частью упругопластической деформации  $W_c$  материала в контактной области отпечатка.

Установлены соотношения между всеми величинами работ, представленных на диаграмме автоматического индентирования:

$$W_e/W_{\max} = W_s/W_c; \quad W_{ce} = W_s^2/W_c; \quad (W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1; \\ W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}} = W_{ce}^{\text{пред}} = 0,5 \cdot W_{\max}.$$

В связи с тем, что ход ветви нагружения в начальной части не в полной мере соответствует закону подобия отпечатка, использование экспериментально полученных значений всех видов работ (кроме  $W_s$ ) для вычисления характеристик материалов, определяемых как площади под соответствующими ветвями полной диаграммы индентирования, приводит к их некорректным значениям и к значительному разбросу данных.

В настоящей работе такое несоответствие устранено для всех видов работ благодаря аналитически полученным выражениям, которые приведены к условиям общепринятого и стандартизованного способа вычисления твердости  $H_{IT} = 0,418P_{\max}/h_c^2$  (для индентора Берковича), то есть при соблюдении закона подобия отпечатка на всем протяжении ветви нагружения диаграммы индентирования:

$$W_{\max} = P_{\max} (0,5h_s + 0,281h_c); \quad W_s = 0,5P_{\max} \cdot h_s; \quad W_c = 0,281P_{\max} \cdot h_c; \\ W_{ce} = 0,89P_{\max} \cdot (h_s^2/h_c).$$

Показано, что отношения работ  $W_s/W_c$  и соответствующих им глубин внедрения  $h_s/h_c$  находятся между собой в прямой пропорциональной зависимости:  $W_s/W_c = 1,778(h_s/h_c)$ . В результате уравнение индентирования  $H_{IT}/E^* = 0,3206(h_s/h_c)$  принимает вид  $H_{IT}/E^* = 0,1803(W_s/W_c)$ .

Аналитически установлено, что соотношение между твердостью, определяемой как работа, совершенная по вытеснению единицы объема материала,  $H_{Wc} = W/V_c$ , и твердостью, определяемой как сила, приложенная к единице площади отпечатка пирамиды,  $H_{IT} = P_{\max}/F_c$  в контактной области отпечатка, имеет вид  $H_{Wc} = 0,843H_{IT}$ . Коэффициент 0,843 является константой метода автоматического индентирования. В результате представляется возможным вычислять твердость  $H_{Wc}$ , как и твердость  $H_{IT}$ , непосредственно через первичные показатели диаграммы индентирования:  $H_{Wc} = 0,3526 P_{\max}/h_c^2$ .

Использование работы  $W_c$  и твердости  $H_{Wc}$  оказывается эффективным при индентировании материалов с градиентной структурой, когда индентор проникает сквозь несколько слоев, различных по составу, структуре, свойствам (поверхностно упрочненные материалы, листовые композиты, пленки, покрытия и др.). Отклонение значений твердости от тарировочной зависимости является индикатором наличия в материале неоднородной структуры слоистого типа, а их величина может характеризовать тип неоднородности.

1. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Мамека Н. А. Уравнение индентирования // Доп. Національної академії наук України. — 2007. — № 12. — С. 100—106.
2. Горбань В. Ф., Мамека Н. А., Печковский Э. П., Фирстов С. А. Идентификация структурного состояния материалов методом автоматического индентирования // Сб. докл. Харьковской нанотехнологической ассамблеи-2007, 23—27 апреля 2007 г., Харьков. — Т. I. Наноструктурные материалы. — С. 52—55.
3. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Мамека Н. А. Связь прочностных характеристик материалов с показателями автоматического индентирования // Материаловедение. — М.: Наука и Технологии. — 2007. — № 11. — С. 26—31.
4. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П. Предельные деформации и напряжения в наноматериалах // Сб. докл. Харьковской нанотехнологической ассамблеи, Харьков, 2008. — Т. II. Наноматериалы — новые фавориты индустрии. — С. 145—153.
5. Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Фирстов С. А. Микроиндентирование наноламинатов  $Ti_3SiC_2$  и  $Ti_3AlC_2$  инденторами с углами заточки 45—85 градусов // Металлофиз. новейшие технологии. — 2006. — 28, № 1. — С. 67—82.

6. Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Фирстов С. А. и др. Влияние состава и пористости спеченных титановых наноламинатов—композитов на механические свойства при комнатной температуре // Электронная микроскопия и прочность материалов. — 2008. — Вып. 15. — С. 89—98.
7. Булычев С. И., Алехин В. П., Шоршоров М. Х., Терновский А. П. Исследование механических свойств материалов с помощью кинетической диаграммы нагрузка—глубина отпечатка при микровдавливании // Проблемы прочности. — 1976. — № 9. — С. 79—83.
8. Булычев С. М. Достижения и перспективы испытания материалов непрерывным вдавливанием индентора // Заводская лаборатория. — 1992. — **38**, № 3. — С. 29—36.
9. Doener M. F. and Nix W. D. Indentation problems // J. Mater. Res. — 1986. — **1**. — P. 601—614.
10. Oliver W. C. and Pharr G. M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // Ibid. — 2004. — **19**, No.1. — P. 3—21.
11. ISO 14577-1:2002(E). Instrumented indentation test for hardness and materials parameters. Part 1: Test method. — Date: 2002-09-22.
12. Григорович В. К. Твердость и микротвердость металлов. — М.: Наука, 1976. — 230 с.