

Коцьо О. Я.

к.е.н., в.о. доцента,

Львівський інститут економіки і туризму

ОСНОВНІ ТИПИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОЦІНЮВАННЯ СПОЖИВАННЯ ДОМОГОСПОДАРСТВ

Стаття присвячена аналізу і класифікації моделей споживання домогосподарств. В статті модифіковано систему класифікації моделей споживання домогосподарств і розглянуто типові характеристики представників таких груп економіко-математичних моделей.

Ключові слова: економіко-математичні моделі, споживання, домогосподарство, функція корисності, теорія Слуцького.

Постановка проблеми. Результатом більше, аніж півстолітнього впровадження математичних методів у сферу споживання стала досить велика множина розроблених і апробованих моделей споживання. Для їх аналізу потрібна певна система класифікації. Такі системи поділу моделей споживання на класи за різними наборами ознак неодноразово розглядались у різних наукових працях. Не ставлячи за мету вичерпний аналіз і розробку системи класифікації моделей споживання домогосподарств і взявши за основу систему [1, с.16-26] поділу такої множини на групи та модифікувавши її, досліджено типові характеристики представників таких груп економіко-математичних моделей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Різні класифікації моделей споживання досліджували відомі вітчизняні та зарубіжні вчені Боровик О. В., Гранберг А. Г., Колемаев В. А., Ліпич Л. Г., Приймак В. І., Твердохліб І. П. Не оминають цього аспекту і автори наукових досліджень Геєць В. М., Пятакова Ф. С., Рувинська Л. М. та інші вчені-економісти.

Проте існуючі наукові праці потребують систематизації і узагальнення, саме цим і зумовлений вибір теми даного дослідження.

Мета роботи полягає у аналізі і класифікації моделей споживання домогосподарств.

Наукові результати. Аналіз літературних джерел показує, що з метою оцінювання поведінки домогосподарств на ринках благ найчастіше використовуються такі групи моделей:

- 1) моделі, що максимізують функцію корисності;
- 2) моделі, що базуються на допущеннях про зміну коефіцієнта еластичності;
- 3) інші моделі.

У моделюванні споживання на підставі кардинальної функції корисності застосовуються моделі двох типів:

- 1) моделі, що базуються на теорії Є. Слуцького;
- 2) моделі, що не використовують теорію Є. Слуцького.

Моделі споживання з використанням теорії Слуцького. Вперше в 1954 р. Р. Стоун розробив модель споживання, яка базувалася на теорії збалансованого бюджету споживача Є. Слуцького, і застосував її до тестування симетричності умов в економічній теорії потреб. Потім було розроблено ще багато таких моделей споживання, в рамках яких були формалізовані взаємозв'язки між економікою і споживачами. Найвдалішими моделями споживання такого типу стали транслог-модель [2], роттердамська модель [3] і так звана «майже ідеальна» або AIDS-модель споживання [4]. Їх поєднує: 1) орієнтація на дослідження індивідуального споживання та витрат домогосподарств; 2) розгляд великих множин благ чи груп благ; 3) застосування для апроксимації реальних економічних ринкових систем.

Як приклад, розглянемо конкретно специфікацію AIDS-моделі споживання. Авторами цієї моделі є Дітон і Малбавер [4].

Функція корисності споживача в AIDS-моделі визначається як функція двох аргументів $c(u, \vec{p})$, де u – деякий параметр, значення якого знаходиться між 0 і 1, а $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$ – ціновий вектор (p_i – ціна одиниці i -го блага). Така функція отримала назву *цінової* або *затратної*. Її вигляд такий:

$$\log c(u, \vec{p}) = (1 - u) \log \{a(\vec{p})\} + u \log \{b(\vec{p})\}, \quad (1)$$

де $a(\vec{p})$ – задає ціну мінімально-необхідного рівня споживання продуктів; $b(\vec{p})$ – визначає ціну споживання товарів і послуг на рівні забезпеченості; u – параметр, що показує питому вагу забезпеченого споживання у бюджеті споживача.

В свою чергу функції $a(\vec{p})$ і $b(\vec{p})$ визначаються у формі (2), де α_0, β_0 – деякі константи. Тоді AIDS-цінова функція записується у вигляді (3).

$$\begin{cases} \log a(\vec{p}) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{kj} \log p_k \log p_j; \\ \log b(\vec{p}) = \log a(\vec{p}) + \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\log c(u, \vec{p}) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{kj} \log p_k \log p_j + u \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}, \quad (3)$$

Розглянемо економічний зміст параметрів α_i, β_i ($i = \overline{1, n}$) та γ_{ij} ($i, j = \overline{1, n}$) функції корисності домогосподарства (3). Якщо розглядати групу із n благ, то вказані вище параметри мають такий економічний зміст: 1) значення α_i ($i = \overline{1, n}$) вказує на частку i -го продукту у прожитковому мінімумі споживача; 2) величина β_i ($i = \overline{1, n}$) задає частку i -го продукту при споживанні його на рівні забезпеченості; 3) значення γ_{ij} ($i, j = \overline{1, n}$) визначають перехресні еластичності попиту на i -й продукт при зміні ціни j -го, а саме: 1% зміни ціни j -го блага приводить до зміни на $\gamma_{ij} \times 10^2$ попиту на i -е благо при умові, що загальні витрати споживача будуть постійними.

На параметри цінової AIDS-функції накладаються такі умови:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1; \sum_{i=1}^n \beta_i = 0; \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0 \quad (i = \overline{1, n}); \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0 \quad (j = \overline{1, n}); \gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad (i, j = \overline{1, n}). \quad (4)$$

З урахуванням цих обмежень формується аналітично AIDS-функція попиту у формі *бюджетної частки*, яка задається таким співвідношенням:

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log \{x/P\} \quad (i = \overline{1, n}), \quad (5)$$

де w_i – частка у бюджеті споживача коштів, виділених на споживання i -го блага; x – повний бюджет споживача (у грошовій формі); P – індекс цін.

Ціновий індекс P пов'язаний з параметрами моделі співвідношенням:

$$\log P = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} \log p_k \log p_j. \quad (6)$$

Рівняння (4)-(6) визначають в сукупності так звану «майже ідеальну» модель споживання або AIDS-модель з функцією корисності виду (3). Ці рівняння дозволяють знайти невідомі параметри α_i, β_i та γ_{ij} , що будуть характеризувати споживання продуктів у ринковій економічній системі. Методика застосування її описана в [5]. З її допомогою на основі відомого цінового вектора \vec{p} , бюджету споживача x , вектора \vec{w} розподілу цього бюджету на споживання n продуктів і цінового індексу P за потрібну кількість років можна визначити невідомі параметри – вектори $\vec{\alpha}$ та $\vec{\beta}$ і матрицю еластичності попиту $\gamma = (\gamma_{ij}) \quad (i, j = \overline{1, n})$, які характеризують споживання у системі при зміні цін на товари і послуги, при чому залишають рівень попиту постійним і максимізують функцію корисності споживача.

Модифікація AIDS-моделі споживання з метою її застосування для оцінки тенденцій споживання в умовах перехідної економіки розглядалася у серії робіт І. П. Твердохліба, зокрема у [1], де описано та проаналізовано можливості нового класу мінімакських оптимізаційних задач, побудованих

з використанням специфікацій цієї моделі і названих моделями пріоритетного споживання.

Отже, позитивним у застосуванні цих моделей є орієнтація на оцінку споживання у великих за номенклатурою групах благ та врахування таких головних чинників як ціни і дохід. Недоліком слід вважати дещо обмежену кількість параметрів моделювання (не враховуються види доходу, нагромадження, психологічні фактори тощо).

Моделі споживання, що не використовують теорію збалансованості бюджету споживача Є. Слуцького. Сучасні моделі споживання домогосподарств, що використовують як критерій функцію корисності, укрупнено можна розбити на такі чотири групи [6, 7]:

- a) моделі з постійною корисністю;
- b) унітарні моделі із змінною корисністю;
- c) унітарні моделі з функцією соціального добробуту домогосподарства;
- d) унітарні моделі з так званою «теоревою зіпсованої дитини».

Нижче на підставі [6, 7] коротко розглядаються характерні ознаки типових моделей названих груп.

В моделях першого виду розглядають домогосподарство не з суспільними, а з приватними благами, де непрямі функції корисності мають форму Гормана (Gorman polar form) [6, с. 15]. Якщо кожен член домогосподарства одержує прибуток і всі стикаються з однаковими конкурентними цінами, тоді загальна кількість кожного спожитого блага домогосподарством визначається цінами і загальним доходом сім'ї. Зміни розподілу доходу в межах домогосподарства не мають ніякого впливу на його сукупне споживання. Горман ідентифікував цю ситуацію як присутність «сфер спільної переваги» (Community Preference Fields). У цьому випадку попит домогосподарства можна раціоналізувати при максимізації корисності окремого споживача. І навпаки, якщо переваги не

мають форми Гормана, сукупне споживання домогосподарства залежатиме від розподілу доходу в межах домогосподарства, – в цьому випадку домогосподарство не діє як окремий раціональний індивід, який сам приймає рішення.

Подальші дослідження Бергстрома і Корнса дозволили розширити цей результат на випадок наявності суспільних і приватних благ [6, с. 16]. Якщо непряма корисність має форму:

$$V(p; M_i; y) = \alpha_i(p; y)M_i + \beta_i(p; y),$$

де M_i – отриманий за певний період доход;

p – ціна споживчого блага;

y – суспільне благо, і якщо домогосподарство обирає оптимальний план розподілу за Парето, в якому всі члени домогосподарства споживають певні приватні блага, тоді існує оптимальний вектор суспільних благ і вектор сукупного споживання домогосподарством приватних благ, незалежний від розподілу доходу в межах домогосподарства.

Щодо другої моделі Самуельсон і Веріан зазначають: якщо розподіл доходу в межах домогосподарства є швидше результатом вибору оптимізації, ніж довільно визначеним, то навіть для найзагальніших індивідуальних переваг агрегований попит домогосподарства буде виглядати як попит окремого максимізатора (maximizer) [6, с. 16]. Нехай кожен член домогосподарства має квазі-криву функцію корисності форми $U_i(x_i; y)$ і розподіл доходу в межах домогосподарства обирає «доброзичливий диктатор» з функцією корисності виду $W(U_1(x_1; y); \dots; U_n(x_n; y))$. «Диктатор» може вибрати розподіл ресурсів $(x_1^*, \dots, x_n^*, y^*)$, який максимізує корисність $W(U_1(x_1; y); \dots; U_n(x_n; y))$ за умови $p_x \sum_{i \in H} X_i + p_y y \leq W$ і забезпечує сім'ю y^* суспільними благами та дає члену домогосподарства дохід $p x_i^*$ для купівлі x_i^* . Якщо ми визначимо функцію $V(x; y)$, яка є максимумом $W(U_1(x_1; y); \dots; U_n(x_n; y))$ за умови $\sum x_i = x$, – це буде випадок

вибору сукупного попиту домогосподарства згідно умови максимізації схильного до обмеження бюджету сім'ї.

За гіпотезою Самуельсона, сім'я навіть якщо не є диктатурою, діє так, щоб максимізувати свою сукупну функцію добробуту. Сукупна функція добробуту – це функція виду $W(U_1(x_1; y); \dots; U_n(x_n; y))$, де U_i – зростаючі функції корисності кожного члена сім'ї. Функція W відома як соціальна функція добробуту Бергсона-Самуельсона.

Якщо сім'я обирає розподіл ресурсів на підставі максимізації функції соціального добробуту Бергсона-Самуельсона за умови обмеженого сімейного бюджету, тоді сукупне споживання домогосподарства раціоналізується деякою функцією корисності $V(x; y)$, де $V(x; y) = \max_{x_i} W(U_1(x_1; y), \dots, U_n(x_n; y))$, коли $\sum_i^n x_i = x$. Тому неможливо використовувати дані сукупного споживання домогосподарства, щоб відрізнити поведінку домогосподарства при максимізації функції соціального добробуту від раціональної поведінки окремого споживача. Якщо W – це ввігнута функція x_i , тоді також буде вірним твердження, що споживання кожного члена домогосподарства є унікально визначене сукупним доходом сім'ї.

Ейсенберг дослідив випадок отримання кожним членом домогосподарства стабільної частини доходу. Якщо всі члени сім'ї мають подібні, але не обов'язково ідентичні переваги, то попит домогосподарства можна раціоналізувати як вибір окремого індивіда. Ця ідея була узагальнена Дж. Чіпменом, В. Шафером і П. Шапіто. Різниця між теоремою Ейсенберга і теоремою Гормана в тому, що за Горманом довільні зміни всередині сім'ї при розподілі доходу не мають впливу на сукупний попит, а згідно Ейсенберга тільки та сім'я, де прибуток завжди розподіляється за визначеними частинами, діє як окремий споживач (single consumer) [6, с. 17-18].

Автор моделі «теорема зіпсованої дитини» (Rotten Kid Theorem) Гері Беккер встановив, що згідно такої моделі, домогосподарства діють інакше, так наче ними управляє окремих індивід, який максимізує корисність, приймаючи самостійно рішення. У моделі Беккера, є просто споживання благ і немає суспільних благ. Є один «доброзичливий батько» і n егоїстичних «дітей», які піклуються тільки про своє особисте споживання. Корисність батька представлена як $U(x_0; \dots; x_n)$, де x_0 – споживання батька і x_i – споживання i -ої дитини. Кожна дитина i має дохід m_i . Дохід батька m_0 набагато більший за дохід дітей і він вирішує робити «подарунки» для кожного з них. Відтоді як батько хоче зробити подарунки кожному з дітей, постподарунковий розподіл споживання в домогосподарстві – це вектор $(x_0^*; \dots; x_n^*)$, який максимізує корисність батька $U(x_0; \dots; x_n)$ за умови $\sum_{i=0}^n x_i = \sum_{i=0}^n m_i$. Якщо споживання кожної дитини входить в функцію корисності батька як «звичайне благо», тоді споживання кожної дитини – це зростаюча функція сукупного доходу сім'ї. Якщо кожний індивід в домогосподарстві вибирає дію a_i , яка впливає на дохід інших членів домогосподарства, але не впливає безпосередньо на їх корисність, то всі індивіди в домогосподарстві прагнуть максимізувати сукупний дохід сім'ї. Проблема вибору дій a_i є непроста і описується Маршаком і Раднером в термінах «теорії команди» (team theory) [6, с. 18].

Якщо домогосподарство очолює «диктатор» (dictator) [6, с. 18-19], то і тоді проблема вибору дій a_i не є тривіальною. Як зауважив Гері Беккер, хоча голова домогосподарства може обирати розподіл споживання, він не може диктувати дії a_i , які визначають індивідуальні доходи. Однак, через дії голови домогосподарства пов'язані з розподілом, всі індивіди в сім'ї згодні на однакову функціональну ціль, переслідуючи свій вибір a_i , який названо максимізацією сукупного доходу домогосподарства.

Моделі з використанням еластичності попиту. Застосовуються при моделюванні зміни попиту на товари і послуги в залежності від зміни

доходу. З цією метою роблять деякі припущення щодо залежності еластичності попиту E від доходу за умов фіксованих цін, тобто $E = E(M, X)$, де M – дохід, а X – потреба (споживання) товару. Найбільш простою є залежність виду [8] $E = kM(C - X)$, де k, C – деякі константи. Складнішою є залежність виду

$$E = kM / (X(a + M)^2), \quad (7)$$

яку використали шведські економісти для аналізу процесів споживання. Розв'язком рівняння (7) є така функція попиту

$$X = C - ke^{-aM} / a, \quad (8)$$

де константа C рівна граничній схильності до споживання.

Графіки кривих (8) відомі як «криві Торнквіста». Приклади визначення функцій споживання залежно від доходу статистичними методами наведені в [9, 10, 11]. Основним недоліком таких моделей є сильна залежність результатів від достовірності вхідних даних, що в умовах нестабільної економіки є значним недоліком.

Найбільше застосувань таких моделей при дослідженні тенденцій попиту в різних групах споживачів з різним доходом. Але припущення про стабільність цін обмежує їх застосування в умовах нестабільної економіки. Зазначимо, що встановлена у результаті дослідження таких моделей властивість постійності коефіцієнта еластичності степеневій функції широко використовується при побудові різних теоретичних залежностей (функцій попиту і пропозиції, виробничих функцій і тощо).

Інші моделі. Сюди віднесемо ті економіко-математичні моделі оцінки споживання, які не входять до перших двох груп. Застосовуються при дослідженні споживання від інших факторів, ніж ціни і дохід. Цікавими є принципи побудови моделей цієї групи. Однак вони більше орієнтовані на моделювання споживання у стабільних ринкових економіках. В стабільних економіках ріст цін є незначним і тому є підстави для їх застосування.

Висновки. В роботі проаналізовано і згруповано моделі споживання домогосподарств. Запропоновано модифіковану класифікацію моделей споживання. Процес оцінювання споживання домогосподарств складний і потребує комплексного підходу. Ключовим елементом, який дозволяє оцінити споживання – це вірний вибір ЕММ, які б найбільш повно охоплювали сферу дослідження. Власне, згруповані і класифіковані моделі полегшують вибір потрібної моделі і дозволяють сконцентруватися на пошуку вхідних показників і визначенні параметрів оцінювання.

Список використаної літератури

1. Лебедев В. П. Математическое моделирование социально-экономических процессов / В. П. Лебедев. – М.: Изограф, 1997. – 224 с.
2. Ліпич Л. Г. Маркетингове прогнозування товарного ринку: монографія / Л. Г. Ліпич. – Луцьк: ЛДТУ, 2002. – 376 с.
3. Пятакова Ф. С. Личное потребление: региональный анализ и планирование / Ф. С. Пятакова. – К.: Наукова думка, 1984. – 214 с.
4. Рувинская Л. М. Накопленное в потреблении богатство и спрос: методика анализа и прогноза / Л. М. Рувинская. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1991. – 238 с.
5. Твердохліб І. П. Моделювання споживання в регіоні в умовах перехідної економіки: дис.. канд. екон. наук: 08.03.02 / Іван Петрович Твердохліб. – Львів, 1999. – 208 с.
6. Theil H. The Information Approach to Demand Analysis / H. Theil // *Econometrica*. – 1965. – Jan., 33. – pp. 67-87.
7. Christensen L. R. Transcendental logarithmic utility functions / Christensen L. R., Jorgenson D.W. and Lau L.J. // *Fever. Econ. Rev.* – 1975. – June, 65. – pp. 367-383.

8. Deaton A. S. An Almost Ideal Demand System / A. S. Deaton, J. Muellbauer // Amer. Econ. Rev. – 1980. – Vol. 70, No 3. – pp. 312-326.
9. Deaton A. S. Saving and Liquidity Constraints / A. S. Deaton // Econometrica. – 1991. – № 59. – pp. 1221-1248.
10. Bergstrom C. Theodore A Survey of Theories of the Family / Theodore C. Bergstrom. – University of Michigan working paper. – June, 1994. – 82 p.
11. Harvey S. James, Jr. The Valuation of Household Production: How Different are the Opportunity Cost and Market Price Valuation Methods? / Harvey S. James, Jr. – Working paper, 1996. – January 16. – 24 p.

КОЦЬО О. Я. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ПОТРЕБЛЕНИЯ ДОМОХОЗЯЙСТВ

Статья посвящена анализу и классификации моделей потребления домохозяйств. В статье модифицирована система классификации моделей потребления домохозяйств и рассмотрены типичные характеристики представителей таких групп экономико-математических моделей.

Ключевые слова: экономико-математические модели, потребление, домохозяйство, функция полезности, теория Слуцкого.

KOTSO O. YA. THE MAIN TYPES OF MATHEMATICAL ECONOMIC MODELS EVALUATING HOUSEHOLD CONSUMPTION

The present article is dedicated to the analysis and classification of models of household consumption. This article is modified classification system of household consumption patterns and characteristics considered typical representatives of these groups of economic and mathematical models.

Key words: economic and mathematical models, consumption, household, utility function, theory of Slutsky.