

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

УДК 165:330.142

<https://doi.org/10.33271/ebdut/71.126>

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ СТАЛОГО ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ

*В. К. Лебедева, к. е. н., професор, Національна металургійна академія України,  
lebtoval@gmail.com, orcid.org/000-0002-2744-5435,*

*Л. М. Савчук, к. е. н., професор, Національна металургійна академія України,  
dialog.aktiv@gmail.com, orcid.org/0000-0003-2603-7218,*

*Г. К. Ковальчук, к. е. н., доцент, Національна металургійна академія України,  
metric@i.ua, orcid.org/0000-0002-8877-3360,*

*Р. В. Савчук, старший викладач, Національна металургійна академія України,  
prepodrvs@gmail.com*

**Методологія дослідження.** Результати дослідження отримано з використанням наступних методів, як: абстракції – при визначенні сутності категорії «сталий економічний розвиток»; економіко-математичні методи – при моделюванні процесів сталого економічного розвитку; концептуальні підходи фізичної економії – при розробці критерію оптимізації у моделі.

**Результати.** Розкрито недоліки існуючих моделей процесу сталого економічного розвитку. Показано, що економічна дія має розглядатись як узагальнюючий критерій у моделі процесів сталого економічного розвитку. Цей критерій відповідає принципам сталого розвитку, визначеним Дж. В. Форрестером та Д. Л. Мідоузом, а також концепції фізичної економії С. А. Подолінського. Задача управління сталим розвитком розглядається як оптимізаційна задача за різними критеріями оптимізації, а саме: мінімуму часу або мінімуму енергії. Синтез критеріїв економії енергії та економії часу виступає більш точним індикатором при визначенні магістральних траєкторій сталого економічного розвитку. Згідно з варіаційним принципом, таким узагальнюючим критерієм може бути критерій мінімуму соціально-економічної дії, що має розмірність добутку енергії на час. Запропонована оптимізаційна модель дозволяє отримати енергетичні та часові параметри щодо процесів сталого економічного розвитку.

**Новизна.** Визначено узагальнюючий критерій економічної дії, який враховує параметри часу та енергії у моделюванні процесів сталого економічного розвитку.

**Практична значущість.** Запропонована оптимізаційна модель може бути використана в управлінні економічними системами, орієнтованими на принципи сталого розвитку.

**Ключові слова:** сталий економічний розвиток, економія енергії, економія часу, соціально-економічна дія, економіко-математична модель, цільова функція, валовий внутрішній продукт, коефіцієнти еластичності, енергетична константа, функція Лагранжа.

**Постановка проблеми.** Питання сталого економічного розвитку набули особливої актуальності в останні десятиліття, коли перманентні економічні кризи охоплюють національні економіки окремих країн, регіо-

нів та світову економіку в цілому. Економіко-математичне моделювання процесів сталого економічного розвитку спрямовано на отримання такої інформації, яка б дозволила приймати більш виважені рішення щодо

© 2020. V. K. Lebedeva, L. M. Savchuk, H. K. Kovalchuk, R.V. Savchuk. Published by Dnipro University of Technology on behalf of Economics bulletin of the Dnipro University of Technology. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted reuse, distribution and reproduction in any medium provided the original work is properly cited

економічної політики окремих держав, а також надавала орієнтири міждержавним та наддержавним органам регулювання економіки. Виходячи з цього, важливе значення має визначення типу та параметрів економіко-математичних моделей, які б найбільш відповідали теоретико-економічним засадам сталого розвитку.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Останні дослідження з проблем моделювання сталого економічного розвитку знайшли відображення у публікаціях таких учених, як Лицур І. М. [1], Британь І. А. [2], Карпінський Б. А. [3], Петровська С. А. [4], Гончаренко М. Ф. [5], Біленко В. О. [6] та інших.

Дослідження та розробка моделей сталого розвитку базуються на такому розумінні сталого розвитку, яке відповідає програмному документу ООН «Порядок денний на XXI століття» (Agenda 21) [7]. Виходячи з даного підходу, І. М. Лицур вводить поняття потенціалу сталого розвитку, тобто такого, який задовольняє потреби людей теперішнього часу, не ставлячи під загрозу здатність майбутніх поколінь людей задовольняти свої потреби [1, с.17]. Запропонована М. Л. Скорик «ідеальна» соціально-економічна модель сталого розвитку суспільства базується на загальних принципах самоорганізації відкритих систем, до яких автор відносить і соціально-економічні системи, ускладнення структури яких супроводжується зменшенням ентропії [1, с.34]. На екологічній складовій сталого розвитку акцентує увагу інноваційна модель економіки України на засадах невиснажливого природо-господарювання та природозбереження, запропонована С. К. Хорічковим та В. І. Крутяковою [1, с.222]. У загальному плані дані моделі досліджують пасивну енергетичну складову процесів сталого економічного розвитку у широкому контексті природних ресурсів як акумуляторів енергії за концепцією С. А. Подолинського [8]. Трудові ресурси як активна складова в моделях сталого розвитку розглядається В. В. Корольковим [1, с.404]. Тим самим, до розглядання вводиться важливий параметр робочого часу – часу задіяння ресурсу праці у виробництві.

Умови та чинники переходу України до моделі сталого розвитку досліджено І. А.

Брижаньом. Автор справедливо підкреслює, що теорія сталого розвитку є альтернативою парадигмі економічного зростання, що ігнорує екологічну небезпеку. В основу запропонованої моделі покладено розуміння сталого розвитку як сукупності трьох компонентів: екологічної цілісності, еко-ефективності економічної діяльності та справедливості при доступі до благ [2, с.130]. Досліджуються концептуальні передумови переходу України до моделі сталого розвитку, серед яких висувуються принципи врахування можливостей природних комплексів витримувати антропогенні навантаження і забезпечувати нормальне функціонування біосфери й локальних екосистем. Основним інструментом реалізації концепції сталого розвитку автор вважає інновації, що мають екологічну орієнтацію і спрямовані на зниження деструктивного впливу на навколишнє середовище [2, с.133].

Модель сталого розвитку економіки, запропонована Б. А. Карпінським, передбачає поділ науково-технічного прогресу на види: науково-технічний прогрес першого виду впливає на конкурентоспроможність продукції через підвищення ефективності праці; науково-технічний прогрес другого виду впливає на конкурентоспроможність продукції через ресурсозбереження, що дає змогу оцінювати роль науково-технічного прогресу з позицій сталого розвитку [3, с.7]. Автор розглядає сталий розвиток економіки як збалансований знаннево природний розвиток, який ґрунтується на цілеспрямованому впровадженні досягнень науково-технічного прогресу у виробництво, що веде до зростання продуктивності праці, забезпечує раціональне витрачання природно-сировинних ресурсів, а також стан довкілля, за якого встановлюються контрольовані (нормативні) обмеження на витрачання природно-сировинних ресурсів та екстернальної школи [3, с.15].

Процесним й еколого-економічним аспектам проблеми моделювання сталого розвитку присвячено також дослідження С. А. Петровської. Автор приводить ґрунтовний аналіз існуючих науково-методичних підходів до побудови моделей сталого розвитку, а також порівняння глобальних і регіональних моделей розвитку [4]. При цьому викорис-

товується категорія еколого-економічних систем, яка є найбільш відповідною в контексті сучасного розуміння концепції сталого економічного розвитку. В даному контексті, на думку С. А. Петровської, основним завданням є досягнення оптимальних економічних результатів з мінімальним збитком для природного середовища [4, с.159]. Іншими словами, розглядаючи модель сталого економічного розвитку як оптимізаційну, автор у якості цільової функції приймає економічні результати, виводячи збитки для природного середовища в її обмеження.

Аналізуючи еволюцію застосування математичних моделей в економіці, екології та соціології, автор відзначає перехід від погляду на екологію як складову економічних систем до формування проблем оптимізації еколого-економічних взаємодій. Не заперечуючи значення перших моделей Дж. Форрестера [9] та Д. Медоуза [10], С. А. Петровська указує на їх спільний недолік – нереалістичну вимогу нульового економічного зростання. Наступна модель «органічного росту», запропонована Римським клубом, виходить з того, що основною причиною екологічної кризи є економічний розрив між розвиненими і слабозвиненими країнами [4, с.162]. Відтак, згідно даної моделі, основні зусилля світової спільноти мають бути спрямовані на подолання цього розриву.

Із проаналізованих регіональних моделей сталого розвитку привертає увагу модель, в якій порівняння природних і виробничих потенціалів базується на припущеннях про зв'язок енергетики виробництва й енергетики природи. «Оскільки основні господарські витрати енергії йдуть на видобуток, транспортування й переробку сировини, а відповідні матеріальні потоки в процесі виробництва розподіляються між продукцією і відходами у співвідношенні близько 1:9, то робиться висновок про існування досить тісного зв'язку між енергоспоживанням і забрудненням навколишнього середовища. Вводиться показник, що відображає співвідношення між масою шкідливих викидів і витратою енергії (витратою палива)» [4, с.164].

Розглядаючи антропоцентричний, біосферний та інтегративний підходи до моде-

лювання сталого розвитку, автор вельми обґрунтовано надає перевагу інтегративному підходу, який передбачає гармонізацію відносин людства й біосфери через їх взаємодію; розвиток людства в межах законів розвитку біосфери та задоволення потреб людства з урахуванням можливостей відновлення біосфери [4, с.60].

Визначенню методологічних засад сталого розвитку через детальний розгляд моделей сталого розвитку регіону присвячене дослідження М. Ф. Гончаренка. Автор оперує категорією природного капіталу і вважає, що сталий розвиток не можна забезпечити без накладання певних обмежень на діяльність, пов'язану з виснаженням природного капіталу [5, с.57]. Звертає на себе увагу введення поряд з кількісними параметрами природного капіталу його якісних характеристик, зокрема рівень біорізноманіття. Біорізноманіття розглядається як істотний чинник функціонування екосистем. Тому певний мінімальний рівень біорізноманіття має бути збереженим, щоб забезпечити багатоваріантність економічної діяльності майбутніх поколінь [5, с.57].

Особливості економіко-математичного моделювання сталого розвитку досліджено В. О. Біленко [6]. Автор аналізує певні існуючі моделі, з одного боку, вказуючи на їх обмеження, а з іншого боку, намагається надати пропозиції щодо їх удосконалення. Одна з пропозицій пов'язана з інформаційним забезпеченням економіко-математичних моделей сталого розвитку. Виходячи з ключових індикаторів, визначених ООН, автор конкретизує їх щодо сфери сільського господарства національної економіки України, виділяючи, зокрема, такі показники, як індекс продуктивності праці та енергетичні потужності в сільськогосподарських підприємствах [6, с.69].

Таким чином, більшість сучасних досліджень обмежуються логіко-аналітичними моделями сталого розвитку, а в економіко-математичному моделюванні базуються на аналізі уже існуючих моделей і містять їх певні уточнення і модифікації. При цьому, в оптимізаційних моделях, як правило, екологічна складова виводиться в обмеження, а у якості цільової функції розглядається максимізація економічних параметрів.

Застосовуючи концепцію С. А. Подолінського, в економіко-математичному моделюванні процесів сталого розвитку можливо розглядати природні ресурси в еквіваленті накопиченої ними енергії, яку можна використовувати у людській діяльності. Необхідно також враховувати, що підвищення продуктивності праці водночас означає економію часу праці на одиницю продукції, а також на фіксовану її кількість. З оглядом на це, представляє інтерес постановка задач управління як оптимізаційних задач за різними критеріями оптимізації [11]. У першій постановці задача полягає в тому, щоб перевести фазові координати точки від початкових значень у задані кінцеві значення за мінімальний час [11, с.394]. У другій постановці задача полягає в тому, щоб перевести фазові координати точки від початкових значень у задані кінцеві значення з мінімальними витратами енергії [11, с.396]. Кожна з цих постановок виступає не достатньою для випадку еколого-економічних систем, що вимагає подальших досліджень щодо застосування оптимізаційного підходу у економіко-математичному моделюванні економічних процесів сталого розвитку.

**Формулювання мети статті.** Метою даної статті є визначення критерію оптимізації у моделі сталого розвитку, а також формування системи обмежень для рівня національної економіки.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для побудови оптимізаційної економіко-математичної моделі процесів сталого економічного розвитку, найбільш відповідної реальним еколого-економічним системам, необхідно передусім визначити теоретико-економічні засади моделювання, на основі яких можна встановити адекватну цільову функцію та обмеження моделі.

Узагальнюючи результати попередніх досліджень, можна констатувати, що основою вибору критерію оптимізації, як правило, являються одна з двох теоретичних концепцій. Перша концепція за критерій сталого розвитку соціально-економічних систем приймає економію енергії. Згідно з цим критерієм оптимальною є та траєкторія розвитку, яка забезпечує досягнення бажаного стану системи з мінімальними витратами енергії.

Друга концепція виходить з того, що критерієм сталого розвитку соціально-економічних систем виступає економія часу. Закон економії часу розглядається як всезагальний економічний закон, який відображає зростання продуктивності праці, тобто зменшення витрат часу на виробництво одиниці продукції. Суспільно необхідний робочий час при цьому розглядається як міра суспільно необхідних витрат праці на виробництво одиниці продукту.

Перехід від енергії до часу здійснюється через певну енергетичну константу – витрати енергії у процесі праці при середньому рівні її інтенсивності, кваліфікації та технічної оснащеності. Традиційно, фіксація певної на даний момент константи питомих витрат енергії за годину праці в суспільно нормальних умовах дозволяла користуватися критерієм економії часу як універсальним критерієм технічного та соціального прогресу, що визначає магістральні шляхи всього соціального розвитку.

Синтез критеріїв економії енергії та економії часу виступає більш точним індикатором при поясненні та визначенні магістральних траєкторій сталого соціально-економічного розвитку. Внаслідок цього можна вважати за один із провідних варіаційних принципів економіки принцип найменшої соціально-економічної дії, згідно з яким із множини варіантів розвитку соціально-економічної системи здійснюється той, для якого соціально-економічна дія мінімальна. Під соціально-економічною дією розуміється величина, що має розмірність добутку соціально-економічної енергії на час. Соціально-економічна енергія як кількісна міра руху соціально-економічної форми матерії повинна виражатися певним комплексом показників. Економічну енергію у вузькому сенсі можна трактувати як інтегрований показник усіх видів енергії, які втілені у факторах виробництва, що задіяні у виробничому процесі.

Принцип найменшої соціально-економічної дії більш адекватно, ніж закон економії часу характеризує джерело та спосіб підвищення ефективності суспільного виробництва, а економічна дія виступає більш відповідною узагальнюючою мірою економічних ресурсів суспільства. Особливої ак-

туальності даний підхід набуває у зв'язку з проблемою вичерпаності ряду природних ресурсів, коли стає очевидним, що тільки за рахунок збільшення швидкості, темпів переробки економічних ресурсів, економії часу, живої та уречевленої праці не можна вийти на нову сталу траєкторію соціально-економічного прогресу.

Припустимо, що мінімальними витратами праці вводиться в переробку переважна частина природних вичерпуваних ресурсів, тобто ці ресурси, втілюючи мінімум людської праці, містять в собі значну величину інших форм енергії, оптимізація використання яких не передбачена при такій постановці задачі. Економія часу на виготовлення певного матеріалу (наприклад, деревини) не тотожна економії самого матеріалу, хоча зворотне вірно – економія матеріалу призводить до економії часу. Чи йдеться мова про живу працю або уречевлену (тобто минулу живу працю), критерієм її оптимізації при заданому результаті не може бути лише економія часу, але таким є також і економія енергії, у тому числі, фізіологічної енергії людини. У зворотному випадку ми будемо мати лише критерій підвищення інтенсивності праці аж до вичерпаності ресурсів організму і руйнування його цілісності.

Таким чином, якщо для заданої економічної дії користуватися критерієм мінімізації часу, то близькі до максимально можливих витрати енергії можуть привести до саморуйнування економічної системи. Якщо виходити тільки з часткового критерію мінімізації (збереження) енергії, то економічна система може зруйнуватися внаслідок порушення ритму її взаємодії із середовищем. Більш відповідним для аналізу процесів оптимізації соціально-економічних систем є інтегральний критерій мінімізації економічної дії як добутку енергії на час.

Виходячи із загальних засад моделювання сталого економічного розвитку, сформуємо загальну модель вибору стратегії заданого росту валового внутрішнього продукту (ВВП) з мінімальними затратами соціально-економічної дії.

За цільову функцію моделі сталого розвитку соціально-економічної системи (СЕС) виступає критерій соціально-

економічної дії, який необхідно мінімізувати:

$$M(E, T) = a \times E^{b_1} \times T^{b_2} \Rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $M$  – кількість соціально-економічної дії, мінімально необхідної для заданого зростання ВВП;

$E, T$  – відповідно, кількість затрат енергії і суспільно необхідного часу для заданого росту ВВП;

$b_1, b_2$  – коефіцієнти еластичності розвитку СЕС по відношенню, відповідно, до затрат енергії і суспільно необхідного часу;

$a$  – фактор шкали вимірювання.

В ролі інвестиційного обмеження моделі сталого розвитку СЕС виступає заданий приріст ВВП на визначеному інтервалі управління:

$$p_E \times E + p_T \times T = Q, \quad (2)$$

$p_E, p_T$  – відповідно, вартість енергетичного та часового ресурсів соціально-економічної дії;

$Q$  – заданий приріст ВВП.

Визначення оптимального співвідношення між енергетичними та часовими ресурсами розвитку СЕС здійснюється в такій послідовності:

1. Формується функція Лагранжа:

$$L(E, T, \lambda) = M(E, T) + \lambda(p_E \times E + p_T \times T - Q) \Rightarrow \min_{(E, T)} \max_{\lambda} \quad (3)$$

2. Визначається умова оптимуму шляхом прирівнювання до нуля перших частинних похідних функції Лагранжа. Відповідна система видань має вигляд:

$$\frac{dL(E, T, \lambda)}{dE} = \frac{dM(E, T)}{dE} + \lambda \times p_E = MM_E + \lambda \times p_E = 0$$

$$\frac{dL(E, T, \lambda)}{dT} = \frac{dM(E, T)}{dT} + \lambda \times p_T = MM_T + \lambda \times p_T = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dL(E, T, \lambda)}{d\lambda} = p_E \times E + p_T \times T - Q = 0$$

3. Оптимум сталого розвитку СЕС визначається таким співвідношенням:

$$\frac{MM_E}{MM_T} = \frac{p_E}{p_T} \quad (5)$$

4. Визначається гранична економія енергетичних  $MM_E$  та часових  $MM_T$  ресурсів як перші частинні похідні від функції соціально-економічної дії:

$$\begin{aligned} MM_E &= \frac{\partial M}{\partial E} = ab_1 E^{(b_1-1)} T^{b_2} \\ MM_T &= \frac{\partial M}{\partial T} = ab_2 E^{b_1} T^{(b_2-1)} \end{aligned} \quad (6)$$

5. Визначається відношення граничної економії затрат енергетичних та часових ресурсів зростання ВВП:

$$\frac{MM_E}{MM_T} = \frac{ab_1 E^{(b_1-1)} T^{b_2}}{ab_2 E^{b_1} T^{(b_2-1)}} = \frac{b_1 T}{b_2 E} \quad (7)$$

6. Оптимальна структура ресурсів розвитку СЕС визначається як розв'язок системи рівнянь відносно невідомих  $E^*$  і  $T^*$ :

$$\begin{cases} \frac{b_1 T}{b_2 E} = \frac{p_E}{p_T} \\ p_E \times E + p_T \times T = Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E^* = \frac{b_1}{b_1 + b_2} \times \\ \times \frac{Q}{p_E}, T^* = \frac{b_2}{b_1 + b_2} \times \frac{Q}{p_T} \end{cases} \quad (8)$$

7. Мінімальна кількість соціально-економічної дії  $M^*$ , яка необхідна для досягнення заданого зростання ВВП  $Q$  визначається за формулою:

$$M^* = a \times \left[ \frac{Q}{b_1 + b_2} \right]^{(b_1+b_2)} \times \left[ \frac{b_1}{p_E} \right]^{b_1} \times \left[ \frac{b_2}{p_T} \right]^{b_2} \quad (9)$$

Модель показує оптимальне співвідношення між ефективністю (коефіцієнти еластичності  $b_1, b_2$ ) і обмеженістю (вартість  $p_E, p_T$ ) енергетичних  $E$  і часових  $T$  ресурсів

для досягнення зростання ВВП  $Q$ , а також дає можливість проведення аналізу динаміки отриманих показників у зв'язку із змінами вхідних даних.

**Висновки.** Екологічні проблеми, у тому числі, проблема вичерпаності природних ресурсів, становлять новий контекст оптимізації розвитку соціально-економічних систем. Постає задача економії не тільки часу живої та уречевленої праці в умовах діючих енергетичних констант та зміни цих констант у напрямку їх зменшення, але й безпосереднього урахування та мінімізації витрат тієї енергії, яка була акумульована в природних ресурсах до процесу виробництва. Тому запропонована економіко-математична модель відповідає умовам сталого розвитку в його сучасній інтерпретації, орієнтованій, перед усім, на необхідність та можливість збереження й відтворення природного середовища разом із соціально-економічним прогресом. Використання критерію мінімізації соціально-економічної дії дозволяє визначити оптимальну структуру ресурсів для сталого економічного розвитку при визначених обмеженнях. Подальші дослідження доцільно сконцентрувати на вирішення прикладних організаційних, технічних та інформаційних завдань щодо впровадження запропонованої моделі у практику управління за принципами сталого економічного розвитку.

### Література

1. Сталій розвиток – XXI століття: управління, технології, моделі: колективна монографія [Аверина М. Ф., Андрєєва Н. М., Балджи М. Ф., Веклич О. О. та ін.] / НАН України; ДУ «Інститут економіки природокористування та сталого розвитку НАН України; НТУ «Київський політехнічний інститут»; Вища економіко-гуманітарна школа; Міжнародна асоціація сталого розвитку / за наук. ред. Хлобистова Є. В. – Черкаси : Видавець Чебаненко Ю. А., 2014. – 540 с.
2. Брижань І. А. Умови та чинники переходу України до моделі сталого розвитку / І. А. Брижань // Вісник Полтавської державної аграрної академії. – 2013. – №1. – С. 128–133.
3. Карпінський Б. А. Модель сталого розвитку економіки: формування і порівняльна динаміка змін. Частина II / Б. А. Карпінський, І. М. Васильків, О. Б. Карпінська, А. Б. Шевців // Науковий вісник НЛТУ України. – 2016. – Вип. 26.2. – С. 7–21.
4. Петровська С. А. Моделювання сталого розвитку: процесні й еколого-економічні аспекти

проблеми / С. А. Петровська / Механізм регулювання економіки. – 2011. – №2. – С. 159–165.

5. Гончаренко М. Ф. Аналіз моделей сталого розвитку регіону / М. Ф. Гончаренко // Проблеми і перспективи розвитку співробітництва між країнами Південно-Східної Європи в межах Чорноморського економічного співробітництва: [S.I.], pp. 53-58, nov. 2014. Режим доступу: <http://jbsec.donnu.edu.ua/article/view/1145>.

6. Біленко В. О. Особливості економіко-математичного моделювання сталого розвитку / В. О. Біленко // Економіка та держава. – 2018. – №4. – С. 66–69.

7. Нам жити на цій землі. Програма дій «Порядок денний на XXI століття (AGENDA)». – К. : Інтелсфера, 2000. – 360 с.

8. Подолінский С. Труд человека и его отношение к распределению энергии / С. Подолінский // Слово. – 1880. – №4–5. – С. 135–211. – Режим доступу: [http://chtyvo.org.ua/authors/Podolynskiy\\_Serhii/Trud\\_cheloveka\\_y\\_eho\\_otnosheniye\\_k\\_raspredeleniyu\\_enerhiy\\_ros/](http://chtyvo.org.ua/authors/Podolynskiy_Serhii/Trud_cheloveka_y_eho_otnosheniye_k_raspredeleniyu_enerhiy_ros/).

9. Jay W. Forrester. World Dynamics. – Productivity Pr: 2nd Edition (August 1, 1979). – Режим доступу: <http://www.amazon.com/World-Dynamics-Jay-W-Forrester/dp/1563270595>.

10. Donella H. Meadows, Jorgen Randers, Dennis L. Meadows, William W. Behrens. The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind. – 1. – Universe Books, 1972. – 211 p.

11. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интриллигатор. – М. : Айрис-пресс, 2002. – 576 с.

## References

1. Averina, M.F., Andreeva, N.M., Baldyi, M.D., Veklich, O.O. et al. (2014). Staliy rozvytok – XXI stolittia: upravlinnia, tehnologii, modeli. NAN Ukrainy; DU «Instytut ekonomiky, pryrodokorystuvannya ta staloho rozvytku NAN Ukrainy»; NTU «Kyivskiy Politekhnychniy instytut»; Vyshcha ekonomika – humanitarna shkola;

Mizhnarodna asotsiatsia staloho rozvytku. E.V. Hlobystov (Ed.). Cherkasy: Vydavets Chebanenko U.A.

2. Bryzhan, I.A. (2013). Umovy ta chynnyky perekhodu Ukrainy do modeli staloho rozvytku. Visnyk Poltavskoi derzhavnoi ahrarnoi akademii, (1), 128-133.

3. Karpinskiy, B.A., Vasilkiv, I.M., Karpinska, O.B., & Shevtsiv, A.B. (2016). Model staloho rozvytku ekonomiky: formuvannya i porivnialna dynamika zmin. Naukovyi Visnyk NLTU Ukrainy, Issue 26.2, 7-21.

4. Petrovska, S.A. (2011). Modeliuvannya staloho rozvytku: protsesni i ekoloho-ekonomichni aspekty problemy. Mehanizm reguliuvannya ekonomiky, (2), 159-165.

5. Honcharenko, M.F. (2014). Analiz modeley staloho rozvytku regionu. Problemy i perspektyvy rozvytku spivrobitnytstva mizh krainamy Pivdenno-Skhidnoi Evropy v mezhakh Chornomorskoho ekonomichnoho spivrobitnytstva. – [S. I.], pp. 53-58, nov. 2014. – Retrieved from <http://jbsec.donnu.edu.ua/article/view/1145>.

6. Bilenko, V.O. (2018). Osoblyvosti ekonomiko-matematichnoho modeliuvannya staloho rozvytku. Ekonomika ta derzhava, (4), 66-69.

7. Nam zhyty na tsiy zemli. Prohrama diy «Poriadok denniy na XXI stolittia (AGENDA)». (2000). Kyiv: Intelsfera.

8. Podolinskyi, S. (1880). Trud cheloveka i ego otnosheniye k raspredeleniyu energii. Slovo, (4-5), 135-211. – Retrieved from [http://chtyvo.org.ua/authors/Podolynskiy\\_Serhii/Trud\\_cheloveka\\_y\\_eho\\_otnosheniye\\_k\\_raspredeleniyu\\_enerhiy\\_ros/](http://chtyvo.org.ua/authors/Podolynskiy_Serhii/Trud_cheloveka_y_eho_otnosheniye_k_raspredeleniyu_enerhiy_ros/).

9. Jay W. Forrester. (1979). World Dynamics. – Productivity Pr: 2nd Edition (August 1, 1979). – Retrieved from <http://www.amazon.com/World-Dynamics-Jay-W-Forrester/dp/1563270595>.

10. Donella H. Meadows, Jorgen Randers, Dennis L. Meadows, & William W. Behrens. (1972). The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind. – 1. – Universe Books, 1972. – 211 p.

11. Intrilligator, M. (2002). Matematicheskie metody optimizatsii i ekonomicheskaya teoriya. Moskva: Ayris-press.

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УСТОЙЧИВОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ

*В. К. Лебедева, к. э. н., профессор, Л. М. Савчук, к. э. н., профессор,  
А. К. Ковальчук, к. э. н., доцент, Р. В. Савчук, старший преподаватель,  
Национальная металлургическая академия Украины*

**Методология исследования.** Результаты исследования получены с использованием таких методов, как: абстракции – при определении сущности категории «устойчивое экономическое развитие»; экономико-математические методы – при моделировании процессов устойчивого экономического развития; методы физической экономики – при разработке критерия оптимизации в модели.

**Результаты.** Раскрыты недостатки существующих моделей процессов устойчивого экономического развития. Показано, что экономическое действие должно рассматриваться как обобщенный критерий в модели процессов устойчивого экономического развития. Этот критерий соответствует принципам устойчивого развития, определенным Дж. В. Форресте-

ром и Д. Л. Мидоузом, а также концепции физической экономии С. А. Подолинского. Задача управления устойчивым развитием рассматривается как оптимизационная с разными критериями оптимизации, а именно: минимума времени или минимума энергии. Синтез критериев экономии энергии и экономии времени выступает более точным индикатором при определении магистральных траекторий устойчивого экономического развития. Согласно вариационному принципу, таким обобщенным критерием может быть критерий минимума социально-экономического действия, который имеет размерность произведения энергии на время. Предложенная оптимизационная модель позволяет получить энергетические и временные параметры относительно процессов устойчивого экономического развития.

**Новизна.** Определен обобщенный критерий экономического действия, учитывающий параметры времени и энергии в моделировании процессов устойчивого экономического развития.

**Практическая значимость.** Предложенная оптимизационная модель может быть использована в управлении экономическими системами, ориентированном на принципы устойчивого развития.

**Ключевые слова:** устойчивое экономическое развитие, экономия энергии, экономия времени, социально-экономическое действие, экономико-математическая модель, целевая функция, валовой внутренний продукт, коэффициенты эластичности, энергетическая константа, функция Лагранжа.

#### ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING OF THE SUSTAINABLE ECONOMIC DEVELOPMENT PROCESSES

*V. K. Lebedeva, Ph. D (Econ.), Professor, L. N. Savchuk, Ph. D (Econ.), Professor, A. K. Kovalchuk, Ph. D (Econ.), Associate Professor, R. V. Savchuk, Senior lecturer, National Metallurgical Academy of Ukraine*

**Methods.** The results are obtained with the following methods: the method of abstractions in determining the essence of the category of «sustainable economic development»; economic and mathematical methods in the modeling of the sustainable economic development processes; the methods of the physical economy in the development of the optimization criterion in the model.

**Results.** There are revealed the defects of some models of the sustainable economic development processes. It is shown that economic activity is the generalized criterion for the model of the sustainable economic development processes. This criterion corresponds to the principles of the sustainable development by Jay W. Forrester, Dennis L. Meadows and concept of the physical economy by Serhei A. Podolynskyi. The problem of sustainable development management is considered as an optimization one with different optimization criteria, namely: minimum time or minimum energy. The synthesis of energy saving and time saving criteria is a more accurate indicator in determining the main paths of sustainable economic development. According to the variational principle, such a generalized criterion can be the criterion of the minimum of socio-economic action, which has the dimension of the product of energy over time. The proposed optimization model makes it possible to obtain energy and time parameters for the processes of sustainable economic development.

**Novelty.** The generalized criterion of the economic activity, what takes into account parameters of the time and energy for sustainable economic development.

**Practical value.** The proposed optimization model may be used in the economic systems management oriented at the principles of the sustainable development.

**Keywords:** sustainable economic development, energy saving, time saving, socio-economic activity, economic-mathematical model, objective function, gross domestic product, elasticity coefficients, energy constant, Lagrange function.

*Надійшла до редакції 20.08.20 р.*