УДК 622.831.3

И.Г. Сахно[1], А.В. Молодецкий[2]

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УГЛЯ В НЕРАВНОКОМПОНЕНТНОМ ПОЛЕ НАПРЯЖЕНИЙ

[1]Донецкий национальный технический университет

[2]Институт физики горных процессов НАН Украины

Численные методы моделирования в области горной геомеханики в последнее время являются одним из основных инструментов исследований. Базовые деформационные модели численных конечноэлементных пакетов не позволяют с необходимой степенью точности описать поведение геоматериалов в естественном для них объемном напряженном состоянии. В статье приведены результаты расчета деформационного состояния угля при его обобщенном сжатии и проведено сравнение с результатами физических экспериментов.

Ключевые слова: математическое моделирование, напряжения, деформации, метод конечных элементов

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами

Принятие грамотных решений в области горной геомеханики должно основываться на анализе и оценке набора качественных и количественных показателей. Получение количественных характеристик на основе использования строгого математического аппарата при этом вызывает значительные трудности, что связано со сложной геометрией задач геомеханики, их нелинейностью, отсутствием четких и однозначных представлений о природе геомеханических процессов и сформулированных на их основе общепринятых закономерностей. Кроме того, неоднородность свойств массива приводит к определенному разбросу результатов экспериментов и требует применения вероятностно-статистических оценок, что существенно усложняет анализ. Поэтому для получения аналитических решений обычно прибегают к упрощению решаемых задач, во многом основываясь на классических решениях методами строительной механики и сопротивления материалов и заменяя геоматериалы близкими по свойствам строительными материалами.

Недостаточная точность строгих решений послужила причиной значительного развития при исследовании геомеханических процессов физического и математического моделирования. Особенное внимание вызывают методы моделирования, основанные на использовании эквивалентных материалов и получившие широкое внедрение после 60-х годов прошлого века [1]. Однако в последнее время наблюдается тенденция вытеснения физического моделирования математическим, что объясняется появлением и развитием высокоскоростных ЭВМ.

Математическое моделирование, реализуемое с помощью численных методов, является одним из основных инструментов, позволяющих исследовать напряженно-деформированное состояние конструкций и систем при решении любых инженерных задач, в том числе задач горной геомеханики.

Анализ исследований и публикаций

При решении задач прочности в различных областях техники используют такие численные методы: метод конечных элементов, конечных разностей, граничных элементов, дискретных элементов а также комбинированные методы. При этом лидирующее положение занимает метод конечных элементов (МКЭ). Основной вклад в развитие МКЭ в геомеханике сделали О.К. Зенкевич [2–4], Б.З. Амусин [5], Ж.С. Ержанов [6], А.Б. Фадеев [7].

Постоянное развитие средств вычисления, программного обеспечения привело к тому, что практически все современные расчёты на прочность выполняют, используя МКЭ, реализуемый в различных программных пакетах. Достоинствами этого метода является то, что расчетные схемы моделируемых объектов могут иметь геометрию любой сложности и быть детализированы с необходимой степенью точности в нужных местах. Для МКЭ характерны наглядность процесса и высокое качество визуализации.

Постановка задачи исследования

Вычисления на основе допущения о линейной упругости материала являются наиболее распространенными при расчете конструкций и анализе прочности. Линейно-упругий материал подчиняется соотношениям закона Гука и не сохраняет деформаций после снятия нагрузки.

Перенесение опыта численного моделирования в упругой постановке на задачи геомеханики в большинстве случаев недопустимо. Корректное описание геомеханических процессов не может быть достигнуто с помощью решения линейных упругих задач, поскольку эти процессы не линейны по своей природе. Причиной нелинейного поведения является физическая и геометрическая нелинейность геоматериалов, что не позволяет принимать гипотезу первоначального недеформированного состояния расчетной схемы в процессе нагружения.

Решение задач с физической и геометрической нелинейностью в МКЭ проводится, как правило, итерационными методами Ньютона-Рафсона и Ньютона-Канторовича. При этом матрица жесткости уточняется на каждой итерации с помощью секущей линеаризации. Решение сводится к последовательному приближению к искомой функции, а процесс вычислений заканчивается после достижения заданной точности решения.

Современные специализированные программные продукты содержат в своих модулях набор деформационных моделей, позволяющих исследовать поведение материалов, подчиняющихся различным физическим законам (гиперупругость, вязкоупругость, кинематическое упрочнение, изотропное упрочнение, ползучесть и др.). Применительно к задачам геомеханики для моделирования поведения грунтов, горных пород и бетона вызывает интерес упругопластическая модель, основанная на уравнении состояния Друкера−Прагера (построенная на приближении к закону Мора−Кулона в виде конической поверхности), и позволяющая получить большее приближение к реальным результатам [8]. Однако точность решения с использованием данной модели также не достаточная.

Это объясняется тем, что горные породы являются анизотропными по своей природе и находятся в массиве в условиях неравнокомпонентного объемного поля напряжений. Упругие константы пород не являются постоянными и зависят от вида напряженного состояния и величины прилагаемой нагрузки [9–10].

Учитывая вышесказанное, для повышения точности при проведении численного моделирования геомеханических процессов необходимо учитывать свойства реального массива и вид его напряженного и деформационного состояния.

В данной статье поставлена задача создания численных математических моделей, которые позволяли бы максимально точно описывать поведение геоматериалов при их объемном нагружении. Оценка таких моделей возможна только путем сравнения результатов расчета и эксперимента.

Изложение материала и результаты

Для получения исходных данных для математической модели было проведено несколько физических экспериментов на установке неравнокомпонентного трехосного сжатия (УНТС), разработанной и используемой в ИФГП НАНУ [11], которая позволяет моделировать и определять свойства любой части горного массива. Испытания проводили на образцах угля марки "К", отобранных на ш/у «Покровское». Моделировали напряженное состояние − обобщенное сжатие ($\mu_\sigma = -1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 3{,}5$ МПа, σ_1 повышали до разрушения образцов).

Для имитационного моделирования с применением программного продукта Ansys была создана конечно-элементная модель в масштабе 1:1, соответствующая проведенным экспериментам. Моделировали образец угля кубической формы со стороной куба 55 мм. Три грани куба при одной вершине были жестко зафиксированы от перемещений в трех взаимно перпендикулярных направлениях вдоль соответственных осей, чем имитировались неподвижные плиты пресса. На свободные грани куба ступенчато прилагали нагрузку, соответствующую фактической нагрузке от нажимных плит пресса при физическом эксперименте. В ходе расчета МКЭ получали перемещения граней кубического образца на каждом шаге нагружения.

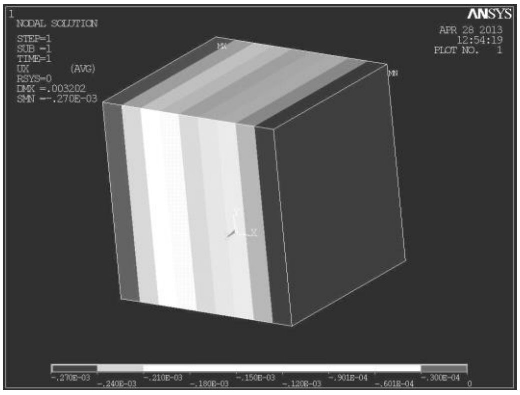
Для проведения сравнительного анализа поведения материала, имитирующего уголь, использовали разные деформационные модели:

1) базовую изотропную упругую модель (исходные данные – модуль упругости, коэффициент Пуассона);

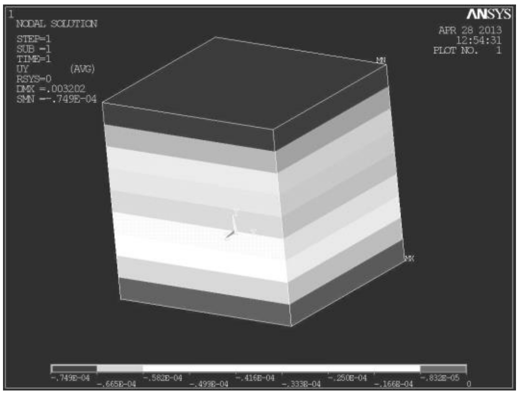
2) базовую изотропную модель Друкера−Прагера (исходные данные – модуль упругости, коэффициент Пуассона, коэффициент сцепления, угол внутреннего трения, угол дилатансии);

3) модель, модифицированную на основании базовой модели Друкера−Прагера (исходные данные – модули упругости, коэффициенты Пуассона, модули сдвига, коэффициент сцепления, угол внутреннего трения, угол дилатансии). В модели задавалась анизотропия модуля упругости, коэффициента Пуассона и модуля сдвига по трем осям. Время при моделировании задавалось неявно - шагами нагружения, расчет выполнялся без выхода из модуля решения.

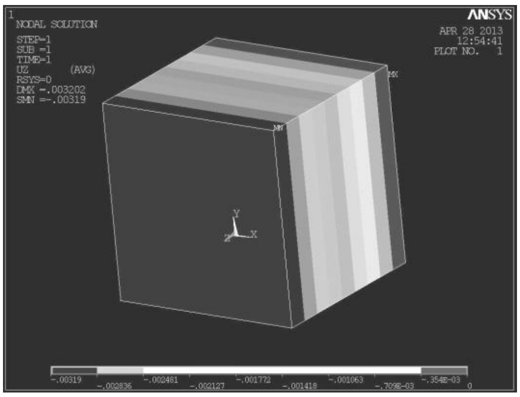
Пример расчета в упругой постановке приведен на рис. 1.



а



б



в

Рис. 1. Деформации образца при имитационном моделировании в упругой постановке по осям: *а* – 0*x*, *б* – 0*y*, *в* – 0*z*.

Для оценки работоспособности предложенной деформационной модели (модель 3) было проведено сравнение полученных результатов моделирования с данными натурного эксперимента. Для анализа результатов по специально разработанной программе рассчитывали тензоры напряжений и деформаций, объемная деформация, средние напряжения, средние деформации, девиаторы напряжений и деформаций, модуль деформации, коэффициент поперечной деформации (Пуассона), энергия изменения объема и энергия формоизменения по данным физического эксперимента и численного моделирования.

Результаты расчета приведены в виде графиков на рис. 2, 3, из которых следует, что наиболее точно описывают экспериментальные данные расчеты по модели 3. Из рис. 3 видно, что использование в расчетах деформационной модели 1 приводит к завышению модуля объемного сжатия в 1,4–1,65 раза

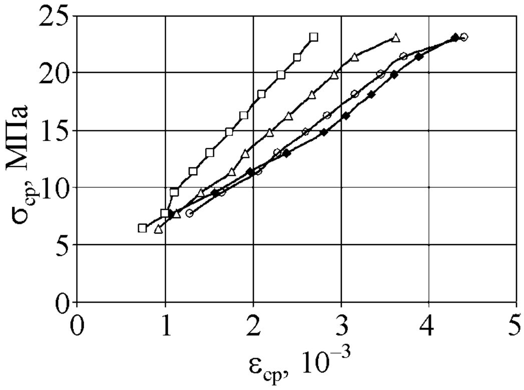


Рис. 2. Зависимость сжимающего среднего напряжения от средних деформаций: ♦ – данные эксперимента; □, Δ, ○ – результаты расчета по моделям соответственно 1, 2, 3

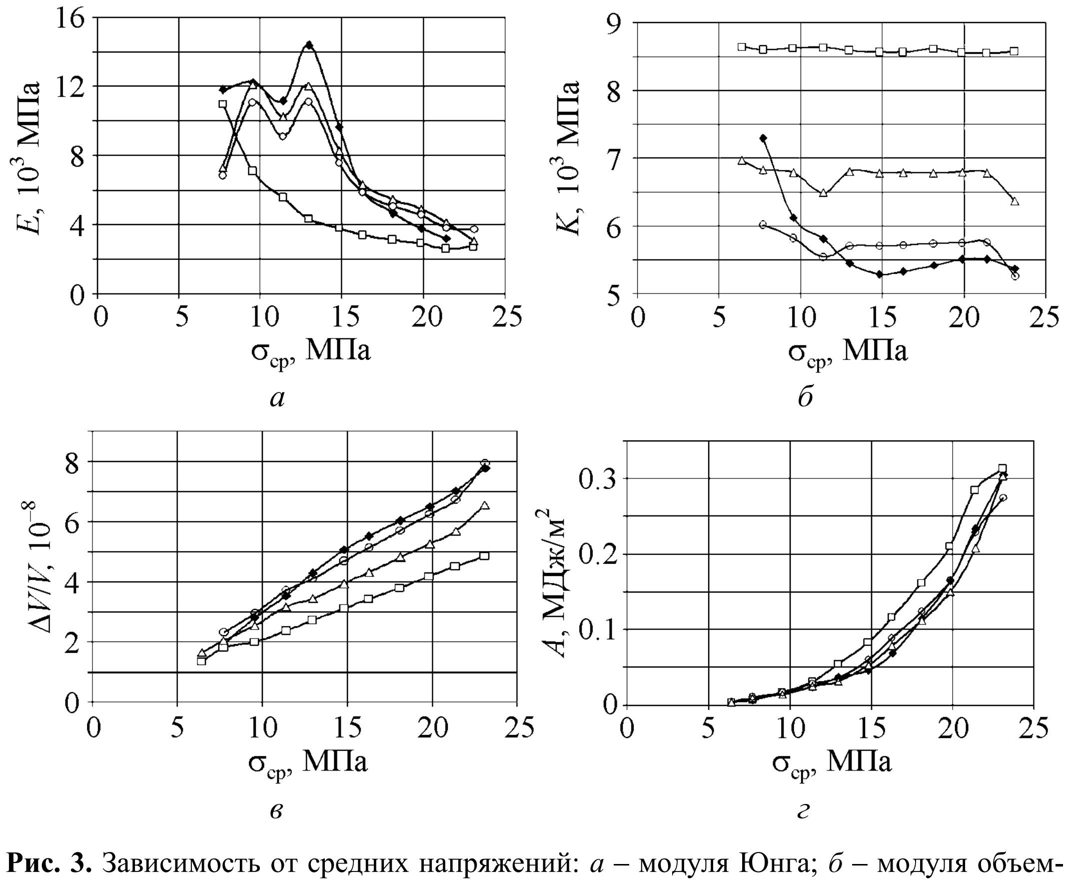


Рис. 3. Зависимость от средних напряжений: *а* – модуля Юнга; *б* – модуля объемного сжатия; *в* – изменения объема; *г* – общей энергии деформирования образца:

♦ – данные эксперимента; □, Δ, ○ – результаты расчета по моделям соответственно 1, 2, 3

и энергии деформирования до 1,32 раза, а также к занижению модуля Юнга на отдельных шагах более чем в 3 раза и изменения объема до 1,34 раза. Характерно, что моделирование с использованием этой модели не только дает существенную количественную погрешность, но и не отражает качественно некоторые зависимости (рис. 3,*а*,*б*). Моделирование с принятием деформационной модели 2 более качественно описывает эксперимент, однако также дает погрешность 20–30%.

Оценку точности расчета для разных деформационных моделей проведем по зависимости среднего напряжения от средних деформаций на разных этапах нагружения по отношению к результатам эксперимента (таблица).

Таблица

Отношение средних деформаций рассчитаных при моделировании МКЭ к данным эксперимента

Средние напряжения, МПа	Отношение средних деформаций при расчете моделей к средним деформациям в эксперименте, %		
	модель 1	модель 2	модель 3
7,71	94,43	106,80	121,26
9,55	71,04	90,28	105,35
11,41	67,31	89,60	105,00
12,98	63,42	80,15	95,64
14,83	61,65	77,95	92,66
16,28	62,10	78,49	93,24
18,13	62,77	79,93	94,46
19,86	64,30	81,10	95,87
21,40	64,26	81,22	95,74
23,10	62,52	84,28	102,22
Среднее	67,38	84,98	100,14

Данные таблицы позволяют сделать вывод, что по зависимости средние напряжения средние деформации погрешность расчета для деформационной модели 1 составляет 33%, для модели 2–15%, а для модели 3–0,14%. Причем по мере роста максимального главного напряжения погрешность расчета по моделям 1 и 2 увеличивается. Решение в упругой изотропной среде имеет допустимую (до 10%) погрешность при отношении максимального главного напряжения к двум остальным до 5. Для разработанной деформационной модели на всех этапах, кроме первого, погрешность составляет менее 10%.

Выводы

Численное математическое моделирование геомеханических процессов необходимо проводить с учетом реальных свойств горного массива в объемном напряженном состоянии. Исходные данные для моделирования необходимо брать по результатам физического эксперимента. Проведенные исследования показали, что использование классических деформационных моделей, даже при наличии исходных данных, не позволяет с достаточной точностью описывать поведение геоматериалов в объемном поле напряжений, являющемся естественным для горных пород. Для моделирования угля разработана деформационная модель на основе базовой модели Друкера−Прагера, учитывающая анизотропию модуля упругости, модуля сдвига и коэффициента поперечной деформации, а также дилатансию. Результаты расчета по предложенной модели наиболее точно описывают экспериментальные данные. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку деформационных моделей описывающих поведение вмещающих угольный пласт горных пород.

1. *Кузнецов Г.Н.* Моделирование проявлений горного давления / Г.Н. Кузнецов – М.: Недра, 1964. – 420 с.
2. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 539 с.
3. *Зенкевич О.* Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
4. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред / О. Зенкевич, И. Чанг. – М.: Недра, 1974. – 368 с.
5. *Амусин Б.З.* Метод конечных элементов при решении задач геомеханики / Б.З. Амусин, А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1975. – 144 с.
6. *Ержанов Ж.С.* Метод конечных элементов в задачах механики горных пород / Ж.С. Ержанов, Т.Д. Каримбаев. – Алма-Ата: Наука, 1975. – 237 с.
7. *Фадеев А.Б.* Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
8. *Касьян Н.Н.* Моделирование структурно-неоднородных массивов горных пород с применением метода конечных элементов / Н.Н. Касьян, И.Г. Сахно, С.Г. Негрей / Науковий вісник національного гірничого університету. – 2008. – №5. – С. 49–52.
9. *Молодецкий А.В.* Физическое моделирование поведения углей при объемном неравнокомпонентном нагружении / А.В. Молодецкий, В.Н. Ревва, А.В. Аксенов, О.В. Московский, Д.С. Кодберг // Импульсные процессы в механике сплошных сред. − Материалы IX Международной научной конференции. − Николаев, 2011. − С. 64–67.
10. *Молодецкий А.В.* Механические характеристики угля при разных видах напряженного состояния / А.В. Молодецкий, Д.С. Кодберг // Вісник Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського. – 2011. – Вип. 4 (69), ч. 1. – С. 107–110.
11. *Алексеев А.Д.* Предельное состояние горных пород / А.Д. Алексеев, Н.В. Недодаев. – К.: Наукова думка, 1982. – 200 с.

І.Г. Сахно, А.В. Молодецький

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВУГІЛЛЯ У НЕРІВНОКОМПОНЕНТНОМУ ПОЛІ НАПРУЖЕНЬ

Чисельні методи моделювання в області гірничої геомеханіки останнім часом є одним з основних інструментів досліджень. Базові деформаційні моделі чисельних кінцевоелементних пакетів не дозволяють з необхідною ступенем точності описати поведінку геоматеріалів в природному для них об'ємному напруженому стані. У статті наведено результати розрахунку деформаційного стану вугілля при його узагальненому стискуванні і проведено порівняння з результатами фізичних експериментів.

Ключові слова: математичне моделювання, напруження, деформації, метод кінцевих елементів

I.G. Sahno, A.V. Molodetskyy

NUMERICAL SIMULATION OF STRESS AND STRAIN STATE IN COAL UNDER TRUE TRIAXIAL STRESS FIELD

Numerical simulation techniques in the field of mining geomechanics lately are one of the main tools of research. Basic model deformation numerical problems prevent with the necessary degree of accuracy to describe the behavior of geomaterials in their natural triaxial stress. The results of calculation of the deformation state of coal during its generalized compression and compared with the results of physical experiments.

Keywords: mathematical modeling, stress, deformation, finite element method