

УДК 534.2; 551.462; 551.46.072

## **Розробка математичної моделі шаруватого неоднорідного середовища як складової частини Банку океанографічних даних Національної академії наук України**

О.І. Шундель

*Шундель Олексій Іванович – к.фіз-мат.н., науковий співробітник відділу панорамних акустичних систем Державної установи "Науковий гідрофізичний центр Національної академії наук України"; Україна, 03187, м. Київ, просп. Академіка Глушкова, 42; E-mail: lixyta666@gmail.com*

**Анотація.** У статті описано розроблені та реалізовані аналітико-чисельні методи для моделювання шаруватих геологічних структур з порожнинами простої та складної форми. Дано аналіз існуючих моделей реального геологічного середовища та інформація щодо таких моделей як: імпедансна та пружна моделі донних відкладів, гетерогенні моделі середовищ, статистичні моделі донного середовища. Наведено розроблені авторські аналітико-чисельні методи математичного моделювання структури та просторового розподілу акустичних властивостей морських відкладів, представлених як шарувате неоднорідне середовище, які дозволяють створювати дискретні, безперервні або змішані структурно-акустичні моделі неоднорідного морського дна з урахуванням розшарування, флюїдо- та газонасичених донних відкладів, наявності в них порожнин й включень різних форм і властивостей. Описано авторську розробку алгоритмів отримання модельного акустичного відгуку, який є суперпозицією всіх акустичних сигналів, відбитих від геологічних границь, що мають різні коефіцієнти відбиття. Акустичне відбиття описано так званою згортковою моделлю. Виконано математичне моделювання процесів визначення параметрів рельєфу дна такими засобами, як ехолот, багатопроменевий ехолот та інтерферометр. За допомогою розробленого програмного комплексу та з використанням сучасних GIS-систем створено цифрові моделі рельєфу та ізобатичні карти окремих обстежених акваторій.

**Ключові слова:** просторовий спектр, донні відклади, перетворення Фур'є, ехолот, геоакустичні параметри донних відкладів, границя розділу, GIS-технології.

**Вступ.** Найбільш перспективними методами дослідження динамічних процесів і неоднорідностей в мілководному середовищі, які набувають розвитку, є акустичні та сейсмоакустичні. Причина цього переважно пов'язана зі швидким розвитком технічних засобів, обчислювальної техніки та методів математичної обробки. Використання низькочастотних звукових хвиль (нижче 1 кГц) уможливило проведення комплексних досліджень великих морських акваторій в безперервному режимі.

При проведенні експериментальних досліджень щодо поширення звуку в морі практично завжди постає питання про модель акваторії, в якій проводять вимірювання. Вона необхідна для інтерпретації отриманих результатів і для прогнозування акустичних полів будь-яких джерел звуку в цій акваторії [20].

Під терміном "акустичне моделювання" розуміється підбір адекватної математичної моделі району гідроакустичних вимірювань. Математична модель включає такі два елементи:

- 1) власне модель акваторії, тобто сукупність значень параметрів, що характеризують дно, водну товщу та поверхню моря;
- 2) метод розрахунку акустичного поля (променевий, хвильовий або ін.), який застосовано в конкретній обчислювальній програмі.

У геологічній практиці під математичною моделлю, зазвичай, розуміють наближений опис за допомогою математичних символів будь-якого геологічного об'єкта, явища або

процесу, що містить в собі їх властивості, суттєві для конкретних цілей моделювання, і в межах заданих цілей здатний замінити реальні об'єкти, явища або процеси для їх вивчення. При будь-якому моделюванні, в тому числі і математичному, неможливий повномасштабний опис властивостей досліджуваного об'єкта, тому в опис включають лише певні, найбільш важливі на даному етапі моделювання, властивості природних геологічних об'єктів (наприклад, щільність, швидкість звуку, згасання та ін.) [3].

Спочатку теоретичні моделі служили головним чином для фізичної інтерпретації найбільш суттєвих експериментальних закономірностей поширення низькочастотного звуку в реальних умовах. Модель ідеального хвилеводу виявилася для цього надмірним спрощенням. Перша модель неідеального хвилеводу запропонована Пекерісом [19].

У подальшому розвитку теорії розповсюдження хвиль значну увагу приділяли послідовному врахуванню шаруватості водної товщі і дна. Виникла потреба підвищити рівень адекватності розроблюваних моделей, щоб їх можна було успішно використовувати і для прогнозування реальних акустичних явищ. Це відображено в роботах Гамільтона Е.Л., Хемптона Л., Бреховських Л.М., Собісевича Л.Є [5, 6, 17, 21, 22, 30].

*Імпедансна і пружна моделі донних відкладів.* Залежно від специфіки розв'язуваної задачі осадовий матеріал можна розглядати як рідке, тверде або гетерогенне середовище.

В акустично рідких середовищах існують тільки поздовжні хвилі  $P_L$ . Локальною характеристикою поверхні та внутрішніх границь рідкої осадової товщі є хвильовий опір (імпеданс). Задання імпедансів на границях середовищ, в тому числі, імпедансів локалізованих неоднорідностей донної структури, еквівалентно формулюванню змішаної крайової задачі, яка включає, як окремі випадки, задачі Діріхле ( $Z = 0$ ) і Неймана ( $Z \rightarrow \infty$ ) [12, 25, 26]. Крім умов на границях, для визначення акустичного поля необхідно також використовувати умову випромінювання, що дозволяє виключити вплив нескінченно віддалених джерел акустичного поля. Представлення товщі донних ґрунтів як імпедансне середовище дозволяє будувати досить загальні структурно-акустичні моделі дна з об'єктом, без залучення складного і часто невиправданого в прикладному відношенні математичного апарату. Основою опису хвильових процесів в пружних (акустично твердих) середовищах є динамічні рівняння теорії в'язкопружності (рівняння Ламе) [1, 7, 9, 16, 17].

У разі не надто високих частот, донні відклади можуть розглядатися як деяке "ефективне" суцільне середовище, рідке або пружне, з параметрами, які можуть змінюватися в просторі. Для опису акустичних властивостей рідких донних відкладів достатньо двох параметрів, наприклад, щільності і стисливості або щільності і швидкості звуку. Для пружного дна таких параметрів три: щільність та швидкості двох різних типів хвиль (поздовжніх і зсувних). При цьому для врахування поглинання звуку в середовищі швидкості поширення хвиль, а в деяких випадках і щільність, вважаються комплексними [22, 28–30, 32, 33].

*Гетерогенні моделі середовищ.* Найбільш точно й повно акустичні властивості донних відкладів описуються моделями гетерогенних середовищ – моделлю Біо, суспензійною

моделлю та іншими моделями, які є узагальненням теорії пружності на багатофазні середовища [2, 4, 10, 15, 17, 18, 22].

У моделі Біо донні відклади представляють у вигляді двофазної квазірівноважної системи – насиченого рідиною більш-менш жорсткого скелета, утвореного безліччю твердих частинок.

У такому середовищі можуть існувати хвилі трьох типів: поздовжня хвиля  $P_L^1$  в рідині, поздовжня хвиля  $P_L^2$ , що виникає внаслідок руху рідини відносно скелета, і поперечна хвиля  $P_S$  у скелеті.

Модель Біо враховує пружні властивості окремих складових донних відкладів і взаємодію між ними, проте врахування реального розподілу часток за діаметром можливе тільки в суспензійній моделі гетерогенного середовища. Опис поширення хвильових полів у суспензійній моделі засновано на теорії багатократного розсіювання на частинках твердої фази осадового матеріалу.

*Статистична модель донного середовища.* У відкладах, як суцільному середовищі, існує два основних типи нерегулярностей (збурень), які можуть бути причиною розсіювання звуку: об'ємні неоднорідності та нерівності границь середовищ. Об'ємними неоднорідностями є просторові флуктуації різних параметрів середовища щодо їх середніх значень. Нерівності можуть відноситися до різних границь – поверхні дна та внутрішніх границь розділу в товщі відкладів [7].

Статистична модель збурень донного середовища включає просторові спектри нерівностей та об'ємних неоднорідностей осадової товщі з урахуванням можливих взаємних кореляцій між нерівностями різних границь, а також між флуктуаціями різних параметрів середовища.

Також запропоновано єдиний підхід до об'ємного і поверхневого розсіювання [31]. Він розглядає нерівності як окремий випадок об'ємних збурень середовища, дотичного до плоскої (незбуреної) границі розподілу. Це дозволяє дати загальний опис задачі розсіювання на основі єдиного інтегрального рівняння, що включає обидва типи збурень середовища [7].

**Мета.** Створення аналітико-чисельних методів для моделювання шаруватих геологічних структур з порожнинами простої та складної форми.

**Метод дослідження.** Метод композиції структурних елементів та синтезованих горизонтів в донну структуру. Багатокомпонентна фільтрація одно-, дво- або тривимірного нормального стохастичного поля просторових частот для моделювання структурних елементів дна.

**Результати та обговорення.** У роботах [10, 27] розроблено систему комп'ютерного тривимірного моделювання геофізичних полів геологічних структур, блок-схема якої показана на рис. 1. Даний програмний комплекс дозволяє створювати моделі дна, що містять включення різної форми та складу.



Рис. 1. Блок-схема створення математичних моделей геологічних структур [3]

Система комп'ютерного тривимірного моделювання геофізичних полів геологічних структур дозволяє створювати об'ємні структурні літолого-стратиграфічні та інші моделі геологічних середовищ з переважно субгоризонтально-шаруватою будовою. При цьому можливий розрахунок і візуалізація необмеженої кількості вертикальних та горизонтальних розрізів створеної моделі (рис. 2).

Розглянемо загальні принципи моделювання реальних донних структур, які характеризуються більшим чи меншим ступенем шаруватості, морфологією, а також випадковими (флуктуації властивостей) і детермінованими (локалізованими) неоднорідностями.

Можна виділити два класи модельних уявлень структурованого середовища [14]. У першому випадку, середовище представляють системою границь між областями з заданими характеристиками. У другому, більш загальному випадку, розподіл властивостей середовища представляють довільною функцією координат у досліджуваному об'ємі середовища. Такі моделі можна визначити як дискретні й безперервні відповідно.

На рис. 2–3 зображено побудову дискретної моделі донної структури.

Кожен елемент дна характеризується сукупністю  $\Psi(\vec{r}) = \{\rho, \phi, \lambda, \mu, \dots\}$  взаємопов'язаних властивостей, наприклад, щільністю  $\rho$ , пористістю  $\phi$ , пружними постійними Ламе  $\lambda$  і  $\mu$  і т.д. Опишемо метод, який конструє масив значень  $\Psi(\vec{r})$ , що відповідає з необхідним ступенем точності реальній донній структурі. Нехай в області осадової товщі виділено  $K + 1$

структурних станів  $\Psi_k$  ( $k=0..K$ ), відповідних водному середовищу ( $\Psi_0$ ) і шарам дна ( $\Psi_{1..K}$ ).

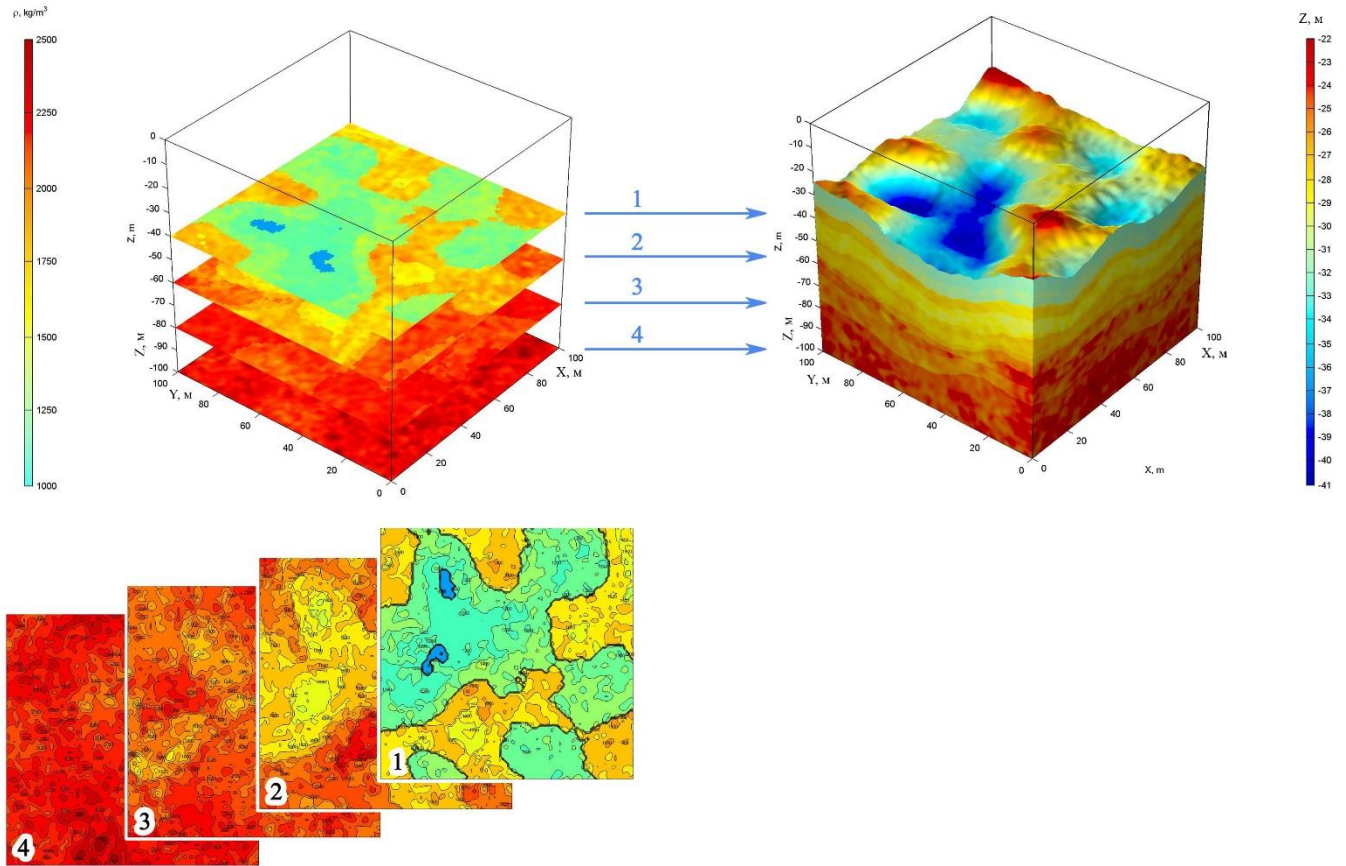


Рис. 2. Графічне зображення моделі геологічної структури дна та її горизонтальні розрізи на прикладі щільності. Зліва шкала наведена шкала щільності, а справа шкала глибини

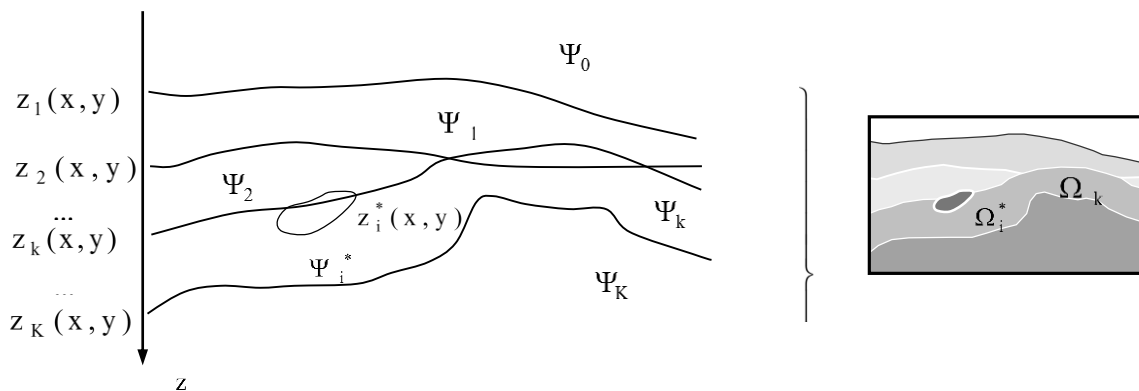


Рис. 3. Створення розподілу геофізичних характеристик дискретної донної структури з локалізованою неоднорідністю

Для дискретного ряду станів  $\Psi_k$  введемо впорядковану послідовність поверхонь  $z_k(x, y)$ , які утворюють донні горизонти. Функції  $z_k(x, y)$  зручно задавати в такій формі:

$$z_k(x, y) = z_k^0 + \delta z_k(x, y) = z_k^0 + F_2^{-1}[C_k(f_x, f_y)], \quad (1)$$

де  $z_k^0$  – середні рівні залягання горизонтів  $z_k$ ;

$\delta z_k$  – відхилення горизонтів  $z_k$  від середніх рівнів  $z_k^0$ ;

$C_k(f_x, f_y)$  – просторовий спектр відхилень  $\delta z_k$ .

Відхилення  $\delta z_k$  визначимо шляхом зворотного двомірного Фур'є-перетворення ( $F_2^{-1}$ ) власних просторових спектрів  $C_k(f_x, f_y)$ .

Просторові спектри  $C_k(f_x, f_y)$  визначають морфологічні особливості горизонтів  $z_k$ , включаючи великі нерівності горизонтів ( $f_x$  і  $f_y$  малі) та їх малорозмірну стохастичну "шорсткість" ( $f_x$  і  $f_y$  великі). При  $C_k(f_x, f_y) = 0$  отримуємо морфологічно вироджені плоскі горизонти, що залягають на глибинах  $z_k^0$ .

Для генерації просторових спектрів  $C_k$  при моделюванні шаруватого дна вводимо двовимірне нормальне випадкове поле  $N(\vec{f})$ , реалізація якого в просторі  $\vec{f} = (f_x, f_y)$  визначається середнім  $\mu$  і дисперсією  $\sigma$ . Введемо також сукупність двовимірних нормальних субфільтрів  $f_c(\vec{f})$ , які описуються виразами:

$$f_c(\vec{f}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{cx}\sigma_{cy}\xi_c} \exp\left\{-\frac{1}{2\xi_c^2}(u_{cx}^2 - 2\rho_c u_{cx}u_{cy} + u_{cy}^2)\right\}, \quad (2)$$

$$\xi_c = \sqrt{1-\rho_c^2}, \quad u_{cx} = \frac{f_x - \mu_{cx}}{\sigma_{cx}}, \quad u_{cy} = \frac{f_y - \mu_{cy}}{\sigma_{cy}}; \quad \sigma_{cx} > 0, \quad \sigma_{cy} > 0,$$

і утворюють фільтр  $F(\vec{f})$  виду:

$$F(\vec{f}) = \sum w_c f_c(\vec{f}), \quad (3)$$

де  $w_c > 0$  – ваги субфільтрів.

Кожен субфільтр  $f_c(\vec{f})$  виду (2) дозволяє описувати квазівипадкові структурні елементи одного просторового масштабу, які залежать від параметрів  $\vec{\mu}_c = (\mu_{cx}, \mu_{cy})$  і  $\vec{\sigma}_c = (\sigma_{cx}, \sigma_{cy})$ .

Просторові спектри  $C_k(\vec{f})$  горизонтів  $z_k$  шаруватої донної структури визначаються результатом фільтрації  $F(\vec{f})$  випадкового поля  $N(\vec{f})$  так:

$$C_k(f_x, f_y) = C_k(\vec{f}) = F(\vec{f}) \cdot |N(\vec{f})| \cdot \quad (4)$$

Розглянемо один із можливих способів композиції синтезованих горизонтів  $z_k$  в донну структуру, тобто способів визначення властивостей будь-якого з елементів шаруватого дна за заданою функцією  $z_k$ .

Будемо вважати, що елемент осадової товщі належить домену структурного стану  $\Psi_k$ , якщо він розташований під границею  $z_k$  (тобто  $z > z_k$ ) і над усіма границями  $z_{q>k}$  (тобто  $z < z_{q>k}$ ). Для цього представимо властивості елементів донної структури функцією:

$$\Psi(x, y, z) = \sum \Psi_k g_k(x, y, z), \quad (5)$$

де  $g_k(x, y, z)$  – так званий генератор донної структури (метод композиції структурних елементів), що має в даному прикладі вираз:

$$g_k(x, y, z) = \begin{cases} 1, & z \in [z_k, z_{q>k}) \\ 0, & z \notin [z_k, z_{q>k}). \end{cases} \quad (6)$$

Необхідно відзначити, що не існує теоретичних обмежень на кількість шарів  $K$  і морфологічну деталізацію дискретної донної структури, яку моделюють.

Неоднорідності, локалізовані в шаруватій донній структурі, можна моделювати у вигляді об'ємних тіл  $\Omega_i^*$ , обмежених замкнутими поверхнями  $z_i^*(x, y)$ , що мають властивості  $\Psi_i^*$ . Структуру шаруватого дна, що містить безліч локалізованих неоднорідностей, описують таким виразом (7):

$$\Psi(\vec{r}) = \begin{cases} \sum \Psi_k g_k(\vec{r}), & \vec{r} \in V \setminus \bigcup_i \Omega_i^* \\ \Psi_i^*, & \vec{r} \in \Omega_i^*. \end{cases} \quad (7)$$

Таким чином, при моделюванні дискретної (стратифікованої) донної структури виділяють  $K$  структурних станів  $\Psi_k$ , яким відповідають протяжні і, в загальному випадку, багатозв'язні області. Для дискретного ряду станів  $\Psi_k$  вводиться впорядкована послідовність поверхонь  $z_k(x, y)$ , які утворюють донні горизонти. Різномасштабні морфологічні особливості горизонтів  $z_k$  визначають за їх просторовими спектрами  $C_k(f_x, f_y)$ . Якщо генеральну морфологію структури дна задає підкладка (скеляста основа), то спектри верхніх

горизонтів можуть бути визначені рекурсивно. Дискретна донна структура, описана функцією (5), має вираз:

$$\Psi(\vec{r}) = \sum \Psi_k g_k(\vec{r}).$$

Порядок і ступінь морфологічної деталізації дискретної донної структури, яку моделюють, можуть бути задані довільно великими.

Створені тривимірні моделі необхідні для моделювання панорамної зйомки (роботи гідролокатора бокового огляду (ГБО), ГБО з інтерферометричним каналом, багатопроменевого ехолота), тривимірного профілювання, побудови ізобатичних карт за результатами ехолотних промірів (цифрових моделей рельєфу дна).

При моделюванні процесу профілювання донних структур доцільніше використовувати не тривимірні моделі геологічних структур, а двомірні (плоский вертикальний зріз тривимірної структури).

У дослідженнях, пов'язаних з розробкою та створенням нових моделей гідроакустичних засобів висвітлення підводної обстановки, виникає необхідність проведення чисельного моделювання роботи даних засобів. У подібних випадках часто виникають труднощі через високу вартість і трудомісткість організації та проведення натурних спостережень для отримання реальної гідроакустичної інформації. Ці особливості гідроакустичних спостережень є спонукальною мотивацією до створення різного роду імітаційних моделей та імітаторів гідроакустичного ехо-сигналу і визначають необхідність диференційованого підходу до повноти опису фізичних процесів, що відбуваються при формуванні ехо-сигналу в конкретній обстановці.

Існуючі на даний час методи моделювання ехо-сигналу можна розділити на: детермінований метод і, відповідно, клас детермінованих моделей, статистичний метод і, відповідно, клас статистичних моделей. Для детермінованих моделей характерна наявність заданого поточного стану спостережуваних об'єктів і відомих залежностей їх відбивних характеристик. Статистичне моделювання використовують, коли відбивні властивості спостережуваних об'єктів мають випадковий характер або в складі ехо-сигналу присутні перешкоджаючі компоненти.

Є також градація моделей, яка впливає з методологічних відмінностей в рішенні хвильового рівняння. Теоретично точні моделі, головним чином, призначені для вирішення задач розсіювання полів на тілах найпростішої форми. При аналізі полів об'єктів складної форми застосовують різні спрощення і допущення при розв'язуванні рівнянь. Поєднання цих наближень і очевидний фізичний сенс акустичних процесів визначає групу фізичних моделей.

Опишемо створення математичної моделі акустичного поля від системи шарів при вертикальному зондуванні.

Розглянемо середовище (рис. 4), що складається з  $n$  шарів між водним півпростором з параметрами  $\rho_0 c_0$  і підстеляючим півпростором з параметрами  $\rho_{n+1} c_{n+1}$ .



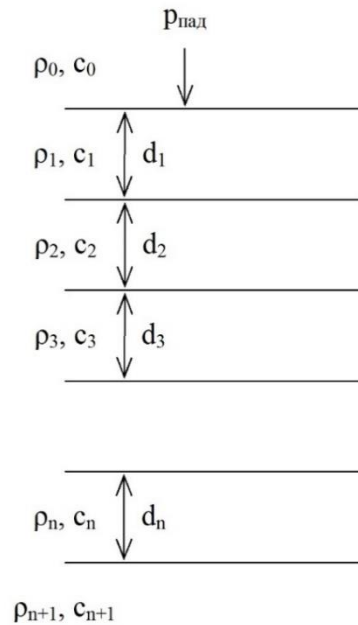


Рис. 4. Визначення коефіцієнтів відбиття і проходження від системи шарів [5]

Коефіцієнт відбиття від верхньої границі  $N$ -го шару відносно верхньої границі першого шару дорівнює [10]:

$$V_{N0} = V_{N,N-1} e^{-2\beta_0 H} \left[ \prod_{i=1}^{N-1} (1 - V_{i,i-1}^2) e^{-2\beta_i d_i} \right], \quad (8)$$

коефіцієнти  $V_{i,i-1}$  розраховуються за формулою [5]:

$$V = \frac{m \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{m \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}, \quad (9)$$

приймаючи в ній  $\theta = 0$  (вертикальне падіння акустичної хвилі). Де  $\theta$  – кут падіння акустичної хвилі;  $m = \rho_1 / \rho$ ;  $n = c / c_1$ ;  $\beta_i$  – коефіцієнт поглинання звуку у  $i$ -му шарі;  $H$  – глибина.

Запишемо тиск акустичного сигналу, відбитого від шаруватого дна (рис. 4), що складається з  $N$  шарів, на вході антени [10]:

$$P_{\text{отр}} = V_{10} e^{-2\beta_0 H} P_{\text{узн}} (t - 2c_0 H) + e^{-2\beta_0 H} \sum_{N=2}^{n+1} \left\{ V_{N,N-1} \left[ \prod_{i=1}^{N-1} (1 - V_{i,i-1}^2) e^{-2\beta_i d_i} \right] P_{\text{узн}} \left( t - 2c_0 H - 2 \sum_{i=1}^{N-1} c_i d_i \right) \right\} + P_N, \quad (10)$$

де  $P_N$  – тиск на антені, створюваний шумом;

$P_{изл}$  – зонduючий сигнал, який може бути як простим, так і складним.

Акустична хвиля випромінюється антеною ехолота, яка розташована у водному середовищі, у вертикальному напрямку до поверхні дна. Для спрощення  $P_{изл}$  та  $P_N$  мають безрозмірну величину.

Існує інший спосіб, що дозволяє розрахувати відбитий сигнал від шаруватого неоднорідного дна. Модельований акустичний відгук є суперпозицією всіх акустичних сигналів, відбитих від геологічних границь, що мають різні коефіцієнти відбиття. Акустичний відгук може бути описаний так званою згортковою моделлю [13, 24]:

$$P_{отр} = (P_{изл}(t)DV(t)) + P_N, \quad (11)$$

де  $V(t)$  – імпульсна характеристика середовища, яку визначають послідовністю коефіцієнтів відбиття від усіх границь,

$V(t)$  – це трансформовані в часовий масштаб коефіцієнти  $V_{N,0}$ .

Трансформацію в часовий масштаб і згортку (11) можна робити з маленьким кроком дискретизації. Тоді рівняння (11) встановлює фільтрацію імпульсної характеристики середовища. Фільтром, який визначає зміну частотного діапазону відгуку, є акустичний сигнал джерела. При моделюванні акустичний сигнал джерела може бути розрахований аналітично або виділений з реального хвильового поля.

На рис. 5 зображено створену математичну модель дна, що є вертикальним зрізом геологічної структури, та розрахунок відбитого акустичного хвильового поля за формулою (11), яке реєструє антена при вертикальному профілюванні.

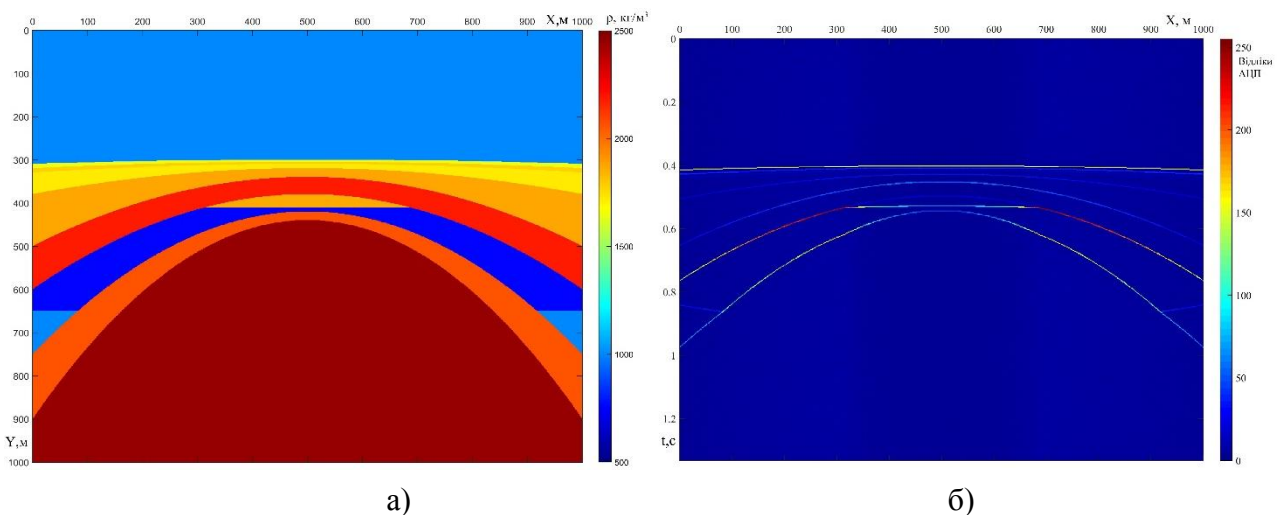


Рис. 5. Результати обчислень модель геологічної структури (а) та розрахункова профілограма (б)

При розрахунку профілограми використано такі параметри випромінюючого імпульсу: частота  $f$  дорівнює 3 кГц, тривалість  $\tau$  дорівнює 3 мс, період зондування  $T$  дорівнює 1,333 с, амплітуда дорівнює одиниці.

На моделі донних відкладів проведено чисельні експерименти з виявлення тонкої структури донних відкладів при використанні в якості зондуючого імпульсу складних сигналів (рис. 6–7). На рис. 6 представлена модель дна і профілограма від нього при тональному зондуванні, на рис. 7 – профілограми, отримані при використанні лінійно-частотно-модульованого (ЛЧМ) сигналу і коду Баркера.

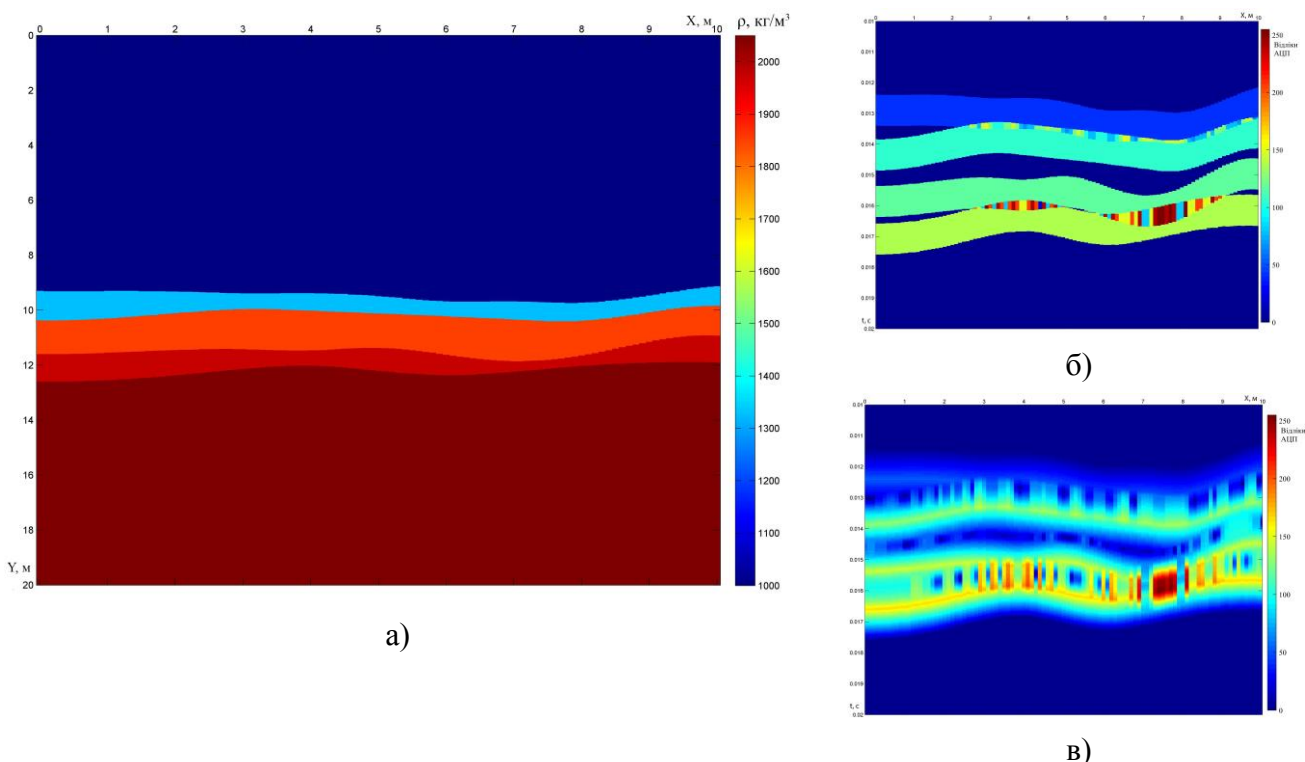


Рис. 6. Графічне зображення розрахованого вертикального зрізу донних відкладів (а) та профілограми, отримані при використанні тонального сигналу тривалістю  $\tau=1$  мс: не оброблена (б), оброблена (в)

Як показало чисельне моделювання, перспективними типами зондуючих імпульсів для профілювання тонкої структури донних відкладів, є сигнали ЛЧМ і код Баркера (фазоманіпульований сигнал). Більш проста апаратна реалізація ЛЧМ-сигналу робить його більш доступним для реалізації профілювання тонкої структури донних відкладів. Однак, у зв'язку з розвитком технологій, розробку та створення профілографа з кодом Баркера необхідно виділити в окремий і перспективний напрямок. Слід також відзначити, що актуальним питанням є цифрова реєстрація повного сигналу, яка надає можливість використання додатково до потужності (амплітуди) також спектральні характеристики відбитих сигналів для дослідження структури морського ґрунту.

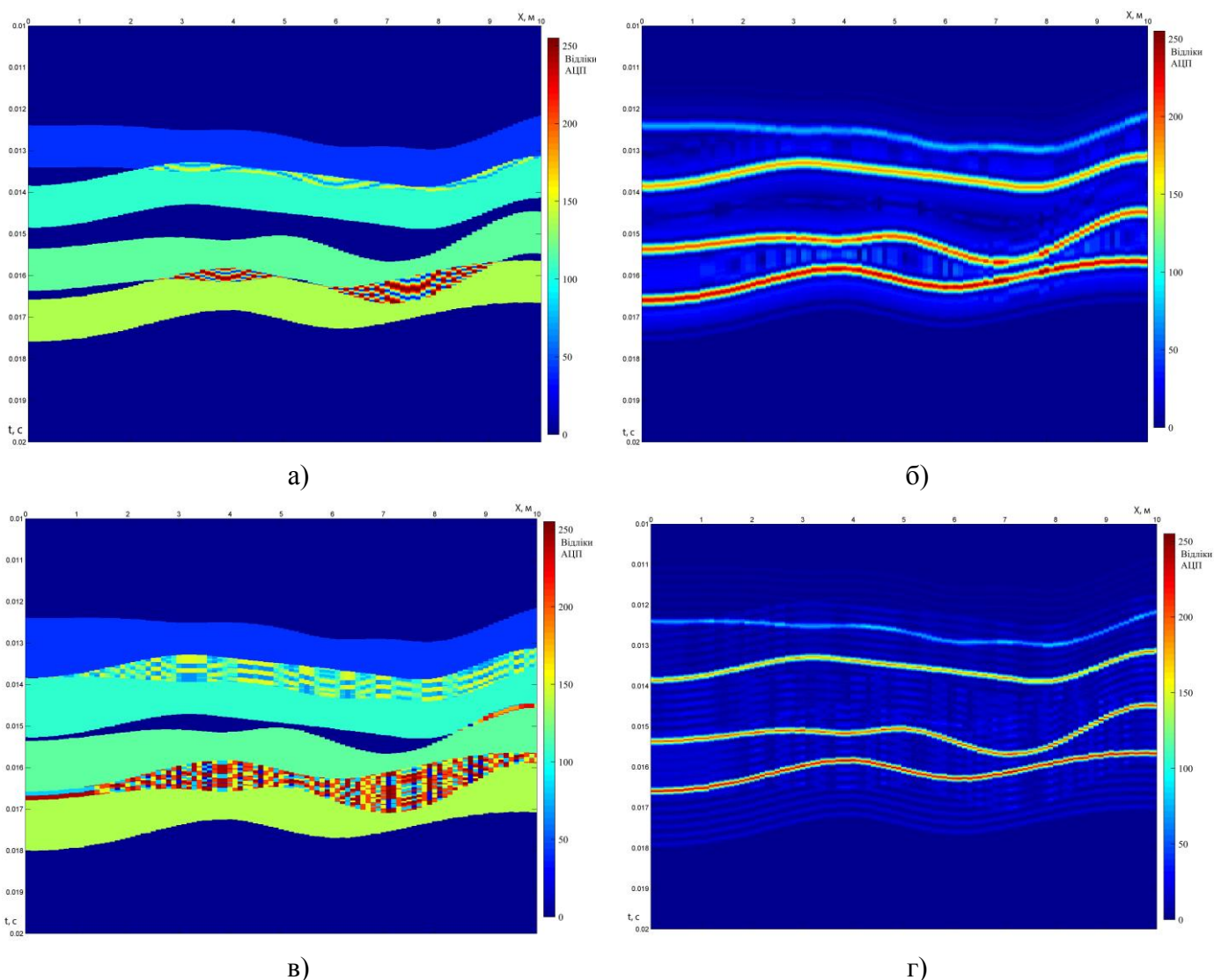


Рис. 7. Профілограми, отримані при використанні ЛЧМ-сигналу тривалістю  $\tau=1$  мс:  
 а) необроблена, б) оброблена. Профілограми, отримані при використанні коду Баркера  
 з тональним заповненням тривалістю  $\tau=0,1$  мс: в) необроблена, г) оброблена

У [11] виконано математичне моделювання процесів визначення рельєфу дна такими засобами як ехолот, багатопроменевий ехолот та інтерферометр. Для моделювання процесів визначення рельєфу дна змодельовано рельєф розміром  $1000 \times 1000$  м з середньою глибиною  $z = -20$  м і середньоквадратичним відхиленням  $\sigma = 5$  метрів (рис.8).

Рухаючись по заданому галсу, моделюємо роботу ехолота, багатопроменевого ехолота (БПЕ) й інтерферометра, визначаємо за допомогою розробленого програмного забезпечення їх координати і глибини. Створивши координатну сітку з необхідним кроком, дані інтерполюємо на неї та в результаті отримуємо відновлений рельєф. На рис. 8 (в–г) показано результат відтворення рельєфу за допомогою БПЕ і фазового ГБО.

Чисельні експерименти показали, що за даними ехолота можна відтворити тільки макрорельєф, а за даними БПЕ і фазового ГБО – ще й мікрорельєф. БПЕ і фазовий ГБО є

найбільш продуктивними засобами обстеження рельєфу дна через те що вони визначають його глибину на відстані від судна.

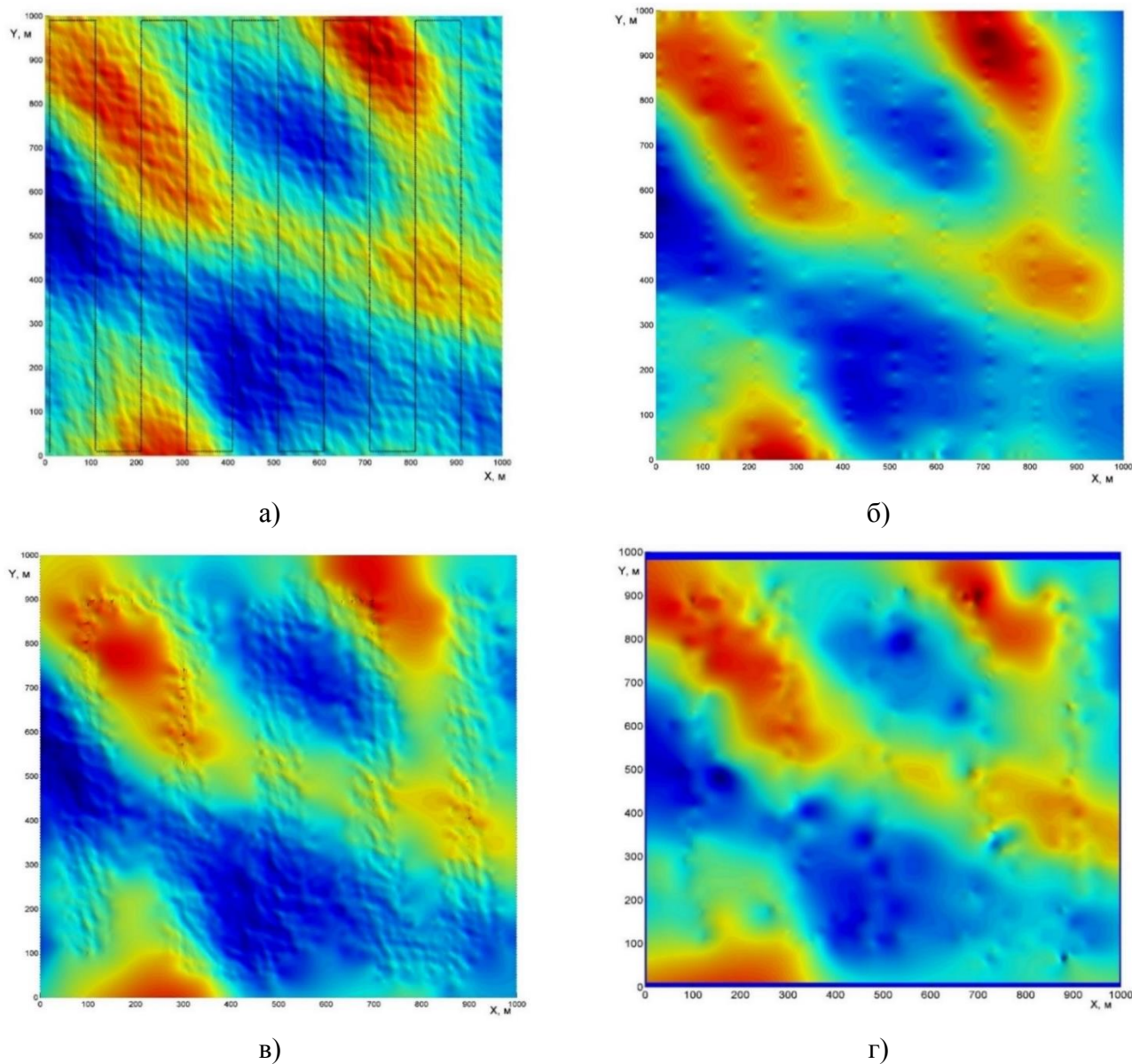


Рис. 8. Модель рельєфу дна (а), рельєф, відновлений за даними ехолота (б),  
рельєф, відновлений за модельними даними багатопроменевого ехолота (в),  
відновлений рельєф за даними фазового ГБО (г)

На рис. 9 зображено побудовану за допомогою розробленого програмного комплексу цифрову модель рельєфу дна та ізобатичну карту обстеженої ділянки р. Дніпра за даними ехолота. На рис.10 – відтворений рельєф дна за даними ГБО-500М.

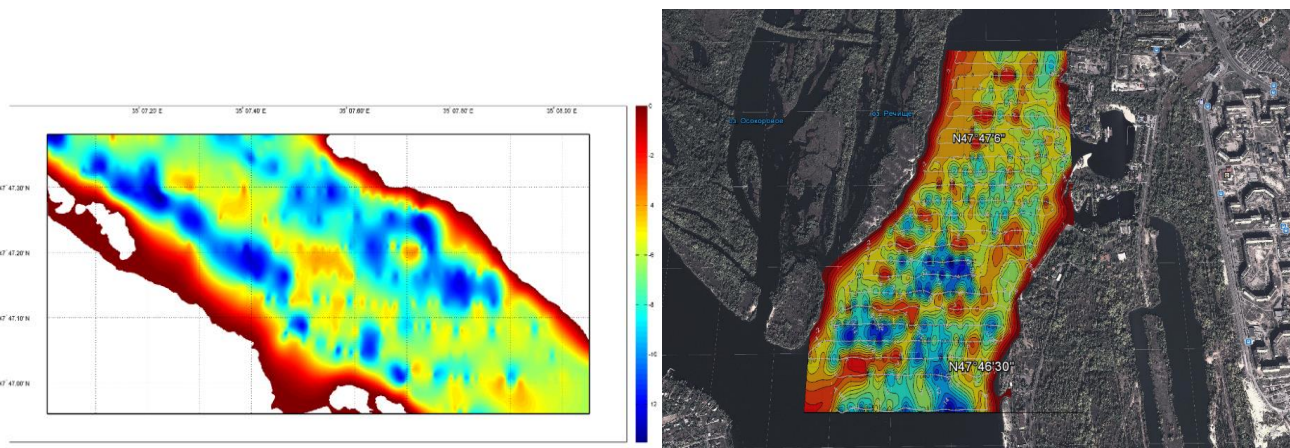


Рис. 9. Рельєф обстежених ділянок р. Дніпра, відтворений за отриманими даними ехолота EM-100

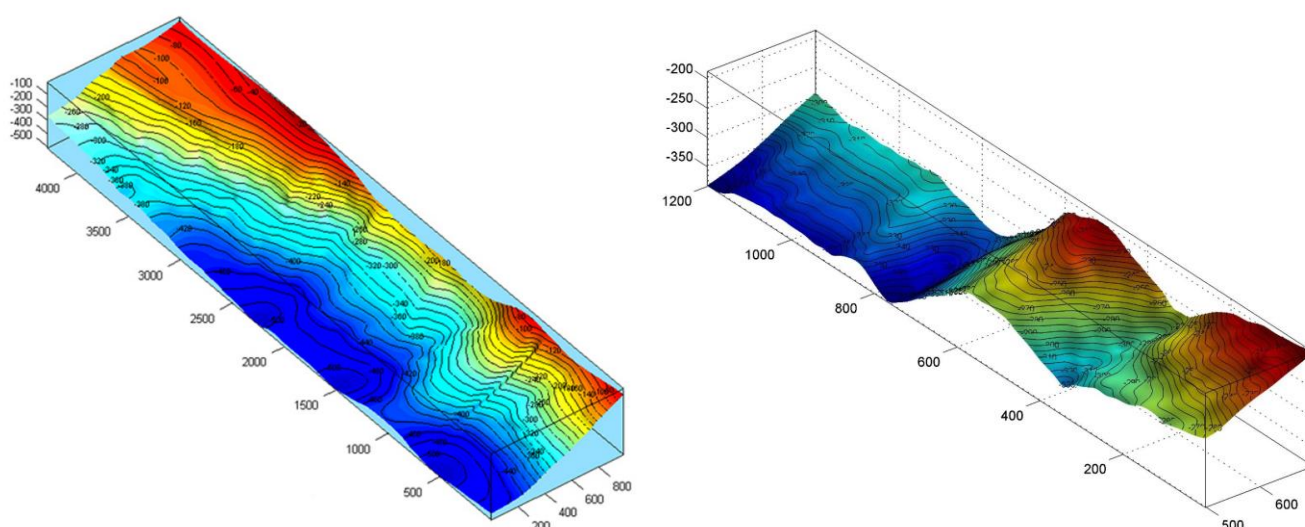


Рис. 10. Рельєф обстежуваних ділянок дна Чорного моря, відтворений за отриманими даними ГБО-500М

Державна установа "Науковий гідрофізичний центр Національної академії наук України" провела 7 науково-дослідницьких експедицій, таких як: "Дніпро – 2018", "Чорне море – 2018", "Дунай – 2018", "Чорне море – 2019 (БДЛК)", "Чорне море – 2019", "Дунай – 2019", "Прип'ять – 2019", в яких підтверджено доцільність використання створеного програмного комплексу моделювання геофізичних полів геологічних структур.

У перерахованих експедиціях за допомогою сучасного вітчизняного гідроакустичного комплексу проведено площинну гідроакустичну зйомку дна і водної товщі обстежуваних районів, що дало змогу виявити та дослідити затонулі об'єкти природного й техногенного походження.

У результаті комплексного дистанційного гідроакустичного вивчення рельєфу дна і донних відкладів за площею та розрізненням, за характеристиками відбитих сигналів проведено вивчення гідрофізичних і геофізичних параметрів (геоакустичних характеристик і літологічних типів донних відкладів, зворотної та об'ємної реверберації водної товщі) обстежених районів акваторій, в тому числі, підхідних каналів і гідротехнічних споруд.

Використовуючи програмне забезпечення, розроблене в ДУ "Гідрофізичний центр НАН України" та сучасні GIS-системи, побудовано відповідні цифрові моделі рельєфу дна. Отримані геофізичні параметри було упорядковано та передано до гідрографічного фрагмента Банку океанографічних даних НАН України (далі – БОД) для подальшої їх акумуляції та аналізу, а також для створення можливості постійного моніторингу стану акваторій, які досліджувалися.

На рис. 11–13 наведено приклади побудованих цифрових моделей рельєфу дна окремих акваторій за розробленими алгоритмами з використання сучасних GIS-систем.

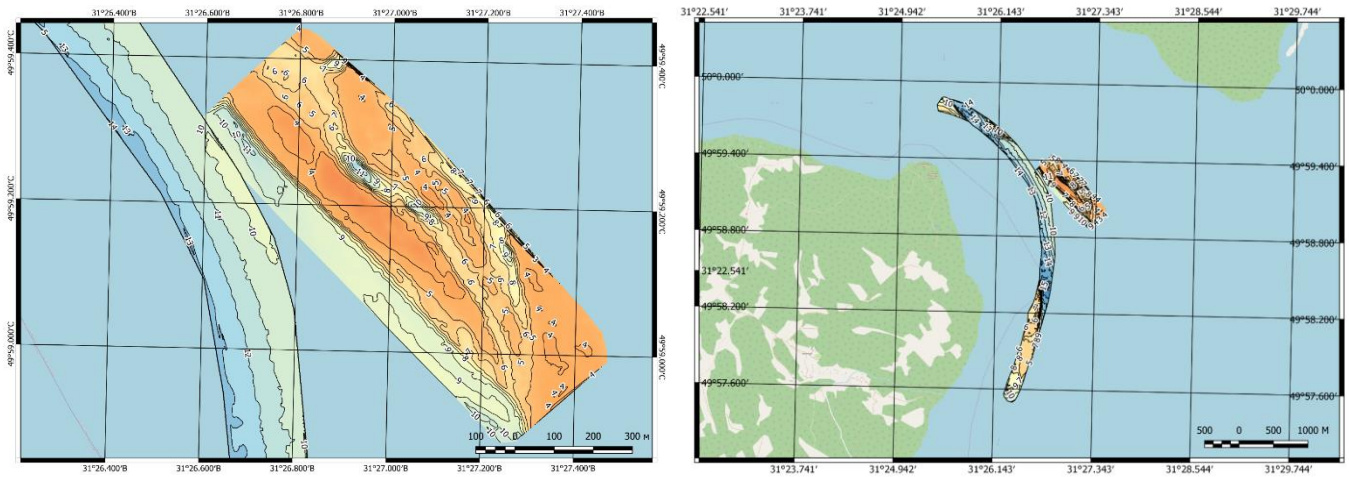


Рис. 11. Цифрова модель рельєфу обстеженої ділянки дна поблизу м. Переяслава-Хмельницького за даними досліджень Канівського водосховища в науково-дослідній експедиції "Дніпро – 2018"

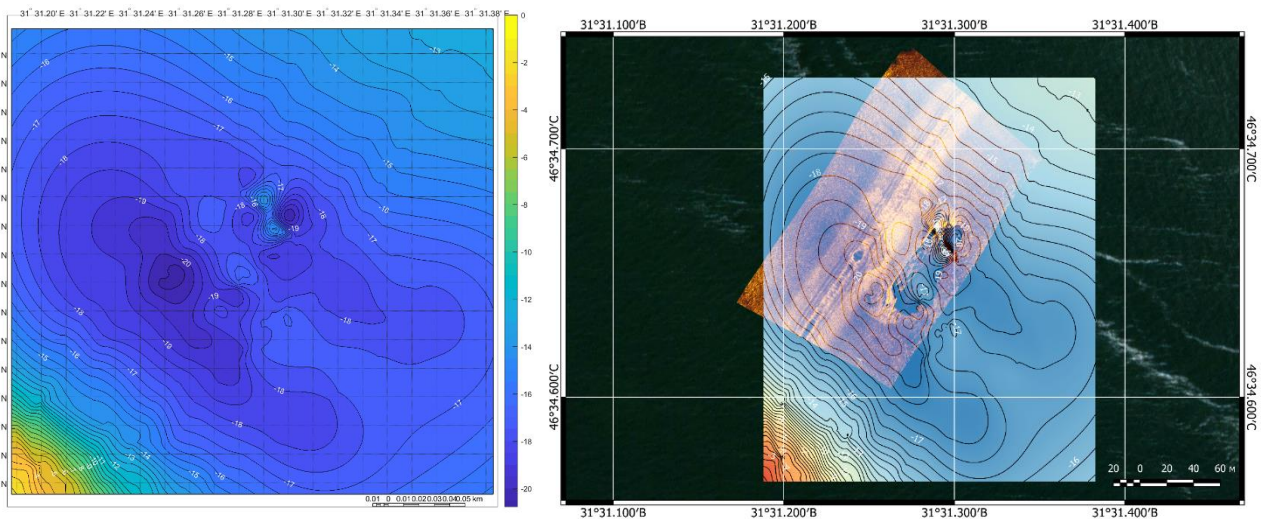


Рис. 12. Цифрова модель рельєфу дна в акваторіях Бузько-Дніпровсько-Лиманського каналу, отримана в експедиції "Чорне море – 2019 (БДЛК)", та поєднання цієї моделі з супутниковою картою й гідролокаційним зображенням за допомогою GIS-технологій

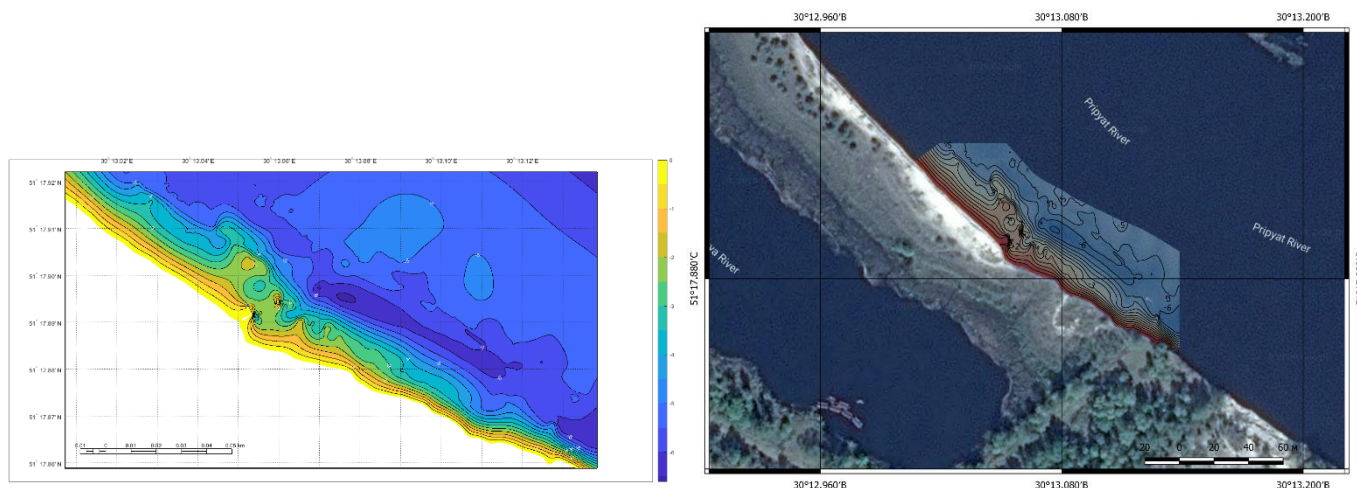


Рис. 13. Цифрова модель рельєфу дна на ділянці р. Прип'яті, отримана в експедиції "Прип'ять – 2019", та поєднання цієї моделі з супутниковою картою за допомогою GIS-технологій

Гідрофізична інформація дозволяє проводити комплексну порівняльну оцінку геоморфологічних і літологічних особливостей р. Дніпра, р. Дунаю та Чорного моря як єдиної екосистеми [8, 23].

Отримані гідроакустичні дані та побудовані відповідні геоморфологічні інформаційні моделі рельєфу дна з урахуванням їх структурних і літологічних характеристик доповнили гідрографічний фрагмент (морський модуль) Банку океанографічних даних НАН України в інтересах підвищення ефективності навігаційно-гідрографічного забезпечення безпеки судноплавства, а також з метою обміну інформацією між установами НАН України та іншими організаціями.

**Практичне значення одержаних результатів.** Використання розроблених методів дозволить підвищити точність тривимірних та двовимірних моделей складних геологічних структур на основі системи ієрархічно впорядкованих параметричних сплайнових поверхонь. Важливими оригінальними моментами такого підходу є використання параметричних поверхонь з внутрішніми розрізами для опису геофізичних розривів, а також ієрархічне впорядкування системи геологічних границь у вигляді бінарного дерева. Тривимірні математичні моделі, побудовані на основі такого підходу, дозволяють використовувати методи оптимізації для автоматичного узгодження параметрів моделі з різномірними геолого-геофізичними даними. Це дає можливість вирішувати як прямі, так і зворотні задачі гідрогеоакустики, геофізики, спираючись на розроблену математичну модель геологічного середовища.

Результати роботи можуть бути використані при проведенні геологорозвідувальних робіт під час пошуків і розвідки родовищ вуглеводнів та моніторингу небезпечних геологічних процесів.

**Висновки.** 1. Вперше розроблено метод, який дозволяє конструювати масив значень та відповідає, з необхідним ступенем точності, реальній донній структурі, представлений як шарувате неоднорідне середовище. Цей метод дає змогу створювати дискретні, безперервні або змішані структурно-акустичні моделі неоднорідного морського дна, з урахуванням



розшарування, флюїдо- та газонасичених донних відкладів, наявності в них порожнин і включень різних форм і властивостей.

2. Розроблені процедури фільтрації просторових частот для моделювання морфологічних особливостей дна різного просторового масштабу. Різні параметри спектральної фільтрації дозволяють створювати моделі донних структур з широким діапазоном шорсткостей поверхонь донних шарів, взаємною кореляцією їх форми, одночасно синтезуючи різномасштабні за розміром і розподілом у просторі неоднорідності.

3. Створено імітаційну модель гідроакустичного ехо-сигналу, що адекватно відображає формування ехо-сигналу від шаруватих неоднорідних донних відкладів і враховує параметри випромінюючого сигналу.

4. В середовищі Matlab і QGIS розроблені окремі спеціалізовані модулі для тривимірного моделювання геофізичних полів геологічних структур, які дають змогу створювати моделі дна, що містять включення різної форми й складу.

5. Проаналізовано результати математичного моделювання процесів визначення рельєфу дна такими засобами як ехолот, багатопроточний ехолот та інтерферометр, побудована цифрова модель рельєфу дна та ізобатична карта обстеженої ділянки р. Дніпра за даними ехолота. За реальними даними ГБО-500М було відтворено рельєф окремої акваторії Чорного моря.

Розроблене в ДУ "Гідрофізичний центр НАН України" програмне забезпечення, разом з сучасними ГІС-технологіями, апробовано в 7 науково-дослідних експедиціях. За результатами цих експедицій побудовано цифрові моделі рельєфу дна р. Дніпра поблизу м. Переяслава-Хмельницького, р. Прип'яті, в акваторіях Бузько-Дніпровсько-Лиманського каналу. Отримані геофізичні параметри було упорядковано та передано до БОД для подальшої акумуляції та аналізу, з метою створення можливості постійного моніторингу акваторій, які досліджувалися, і підвищення ефективності навігаційно-гідрографічного забезпечення безпеки судноплавства, а також з метою обміну інформацією між установами НАН України та іншими організаціями. Проведені дослідження мають науково-технічне та прикладне значення.

#### **Перелік використаних джерел**

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. М.: Мир, 1983. Т. 1. 520 с.
2. Андерсон Р.С. Статистическая корреляция между физическими свойствами и скоростью звука в осадках. Акустика морских осадков. / пер. с англ. А.В. Бунчик, Е.А. Копыла. М.: Мир, 1977. С. 438–480.
3. Аузин А.А., Глазнев В.В. Компьютерное геолого-математическое моделирование: проблемы и возможности. *Вест. Воронеж. университета. Геология*. 2001. Вып. 11. С. 199–204.
4. Био М.А. Обобщенная теория распространения акустических волн в диссипативных пористых средах. *Механика*. 1963. № 6. С. 135–155.
5. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
6. Гамильтон Э.Л. Геоакустические модели морского дна. Акустика морских осадков / пер. с англ. А.В. Бунчик, Е.А. Копыла. М.: Мир, 1977. С. 176–210.
7. Голод О.С., Гончар А.И., Неверова С.И., Шундель А.И. Обзор физико-геологических моделей дна. *Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану)*. 2010. № 7. С. 73–81.

8. Голодов М.Ф., Гордєєв А.Ю., Нестеренко Л.В., Тимченко Ю.А., Федосєєнков С.Г., Шундель О.І., Щипцов О.А., Щипцов О.О. Океанографічні дослідження морського та річкового середовища. *Геофізичний журнал*. 2019. Т. 41, № 6. С. 111–127.
9. Гончар А.И. Математическое моделирование слоистых неоднородных сред с полостями простой и сложной формы : отчет по НИР/ НТЦ ПАС НАН Украины; № ГР 01040008326. Запорожье, 2004. 151 с.
10. Гончар А.И., Неверова С.И., Шундель А.И., Шлычек Л.И. Создание системы компьютерного трехмерного моделирования геофизических полей геологических структур. *Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану)*. 2010. № 7. С. 90–100.
11. Гончар А.И., Федосєєнков С.Г., Шлычек Л.И., Шундель А.И. Прогнозирование цифровой модели рельефа по модельным данным гидрогеоакустических средств. *Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи і засоби досліджень Світового океану)*. 2014. № 11. С. 9–16.
12. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
13. Кири П., Брукс М. Введение в геофизическую разведку. М.: Мир, 1988. 382 с.
14. Кобрунов А.И. Параметризация в математических моделях геологических сред при решении обратных задач. *Геофизический журнал*. 2001. Т. 23(5). С. 3–12.
15. Куперман У., Енсена Ф. Акустика дна океана. М.: Мир, 1984. 456 с.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. Теоретическая физика. М.: Наука, 1965. Т. VII. 204 с.
17. Ляпин А.А., Селезнев М.Г., Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л. Механико-математические модели в задачах активной сейсмологии. М.: ГНИЦ ПГК (МФ) при Куб ГУ Минобразования России, 1999. 294 с.
18. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика пористых насыщенных сред. М: Недра, 1970. 339 с.
19. Пекерис К. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде. Распространение звука в океане. М.: Изд-во иностр. лит., 1951. С. 48–156.
20. Самченко А.Н., Швырев А.Н., Пивоваров А.А., Коротченко Р.А. Распространение низкочастотного акустического сигнала в мелком море с учетом влияния неоднородностей в донных осадках. *Подводные исследования и робототехника*. 2011. Т. 2(12). С. 52–56.
21. Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л. Волновые процессы и резонансы в геофизике. М.: ОИФЗ РАН, ГНИЦ ПГК (МФ) при Кубанском ГУ Минобразования России, 2001. 299 с.
22. Хемптон Л. Акустика морских осадков / пер. с англ. А.В. Бунчик, Е.А. Копыла. М.: Мир, 1977. 533 с.
23. Чорнобильська зона відчуження: комплексна річкова науково-дослідна експедиція "Прип'ять – 2019" / за ред. чл.-кор. НАН України О.А. Щипцова. Київ: Держгідрографія, 2019. 128 с.
24. Шевченко А.А. Скважинная сейсморазведка. М: РГУ нефти и газа, 2002. 129 с.
25. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
26. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 304 с.
27. Шундель О.І. Розробка математичної моделі шаруватого неоднорідного середовища як складової частини банку океанографічних даних [дисертація]. Київ: Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, 2021. 221 с.
28. Buckingham M.J. Theory of acoustic attenuation, dispersion, and pulse propagation in unconsolidated granular materials including marine sediments. *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. Vol. 102(5). P. 2579–2596.
29. Buckingham M.J. Theory of compressional and shear waves in fluidlike marine sediments. *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. Vol. 103(1). P. 288–299.
30. Hamilton E.L. Geoacoustic modeling of the sea floor. *J. Acoust. Soc. Am.* 1980. Vol. 68. P. 1313–1340.
31. Ivakin A.N. A unified approach to volume and roughness scattering. *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. Vol. 103(2). P. 827–837.
32. Kargl S.G., Williams K.L. Double monopole resonance of a gas-filled, spherical cavity in a sediment. *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. Vol. 103(1). P. 265–274.
33. Milholland P., Manghnani M.H., Schlanger S.O., Sutton G.H. Geoacoustic modelling of deep-sea carbonate sediments. *J. Acoust. Soc. Am.* 1980. Vol. 68(5). P. 1351–1360.

**Разработка математической модели слоистой неоднородной среды как составной части  
Банка океанографических данных Национальной академии наук Украины**

А.И. Шундель

*Шундель Алексей Иванович – к.физ.-мат.н., научный сотрудник отдела панорамных акустических систем Государственного учреждения "Научный гидрофизический центр Национальной академии наук Украины"; Украина, 03187, г. Киев, просп. Академика Глушкова, 42; E-mail: lixyta666@gmail.com*

**Аннотация.** В статье разработаны и реализованы аналитико-численные методы для моделирования слоистых геологических структур с полостями простой и сложной формы. Выполнен анализ существующих моделей реальной геологической среды, представлена информация о таких моделях как: импедансная и упругая модели донных отложений, гетерогенные модели сред, статистические модели донной среды. Разработаны аналитико-численные методы математического моделирования структуры и пространственного распределения акустических свойств морских отложений, представленных как слоистая неоднородная среда. Разработанные методы позволяют создавать дискретные, непрерывные или смешанные структурно-акустические модели неоднородного морского дна, с учетом расслоения, флюидо- и газонасыщенных донных отложений, наличия в них полостей и включений различных форм и свойств. Разработаны алгоритмы получения модельного акустического отклика, который является суперпозицией всех акустических сигналов, отраженных от геологических границ, которые имеют разные коэффициенты отражения. Акустическое отражение описывается так называемой свёрточной моделью. Выполнено математическое моделирование процессов определения рельефа дна такими средствами как эхолот, многолучевой эхолот и интерферометр. С помощью разработанного программного комплекса и с использованием современных GIS-систем созданы цифровые модели рельефа дна и изобатические карты отдельных обследованных акваторий.

**Ключевые слова:** пространственный спектр, донные отложения, преобразования Фурье, эхолот, геоакустические параметры донных отложений, граница раздела, GIS-технологии.

**Development of a mathematical model of a layered heterogeneous medium as an integral part  
of the oceanographic data bank of the National Academy of Sciences of Ukraine**

O.I. Shundel

*Shundel, Oleksiy Ivanovych - Cand. Sci. (Phys. and Math.), Researcher, the Department of panoramic acoustic systems, State Institution "Scientific Hydrophysical Center of the National Academy of Sciences of Ukraine"; Ukraine, 03187, Kyiv, 42 Akademika Hlushkova Ave.; E-mail: lixyta666@gmail.com*

**Abstract.** The article develops and implements analytical and numerical methods for modeling layered geological structures with cavities of simple and complex shapes. The analysis of existing models of the real geological environment is carried out, information is provided on such models as: impedance and elastic models of bottom sediments, heterogeneous models of environments, statistical models of the bottom environment. There are developed analytical and numerical methods for mathematical modeling of the structure and spatial distribution of the acoustic properties of marine sediments, presented as a layered heterogeneous medium. Developed methods make it possible to create discrete, continuous or mixed structural-acoustic models of a heterogeneous seabed, taking into account stratification, fluid and gas-saturated bottom sediments, the presence of cavities and inclusions of various shapes and properties in them. Algorithms have been developed for obtaining a model acoustic response, which is a superposition of all acoustic signals reflected from geological boundaries, which have different reflection coefficients. Acoustic reflection is described by the so-called convolutional model. Mathematical modeling of the processes of determining the bottom topography by such means as an echo sounder, a multi-beam echo sounder and an interferometer has been carried out. With the help of the developed software package and using modern GIS-systems, digital elevation models and isobatic maps of individual surveyed water areas were created.

**Key words:** spatial spectrum, bottom sediments, Fourier transformations, echo sounders, geoacoustic parameters of sediments, partition boundary, GIS technologies.

## References

1. Aki K, Richards P. Kolichestvennaya sejsmologiya [Quantitative seismology]. M.: Mir; 1983. Vol. 1. 520 p. [in Russian].
2. Anderson RS. Akustika morskih osadkov [Acoustics of marine sediments]. M.: Mir; 1977. Statisticheskaya korrelyatsiya mezhdru fizicheskimi svojstvami i skorost'yu zvuka v osadkah [Statistical correlation between physical properties and the speed of sound in precipitation]; pp.438–480 [in Russian].
3. Auzin AA, Glaznev VV. Komp'yuternoe geologo-matematicheskoe modelirovanie: problemy i vozmozhnosti [Computer geological and mathematical modeling: problems and opportunities]. Vest. Voronezh. universiteta. Geologiya. 2001;(11):199–204 [in Russian].
4. Bio MA. Obobshchennaya teoriya rasprostraneniya akusticheskikh voln v dissipativnykh poristyykh sredah [Generalized theory of acoustic wave propagation in dissipative porous media]. Mekhanika. 1963;(6):135–155 [in Russian].
5. Brekhovskih LM, Godin OA. Akustika sloistyykh sred [Acoustics of layered media]. M.: Nauka; 1989. 416 p. [in Russian].
6. Gamil'ton EL. Akustika morskih osadkov [Acoustics of marine sediments]. M: Mir; 1977. Geoakusticheskie modeli morskogo dna [Geoacoustic models of the seabed]; pp.176–210 [in Russian].
7. Golod OS, Gonchar AI, Neverova SI, Shundel' AI. Obzor fiziko-geologicheskikh modelej dna [Review of physical and geological bottom models]. Hydroacoustic journal (Problems, methods and means of researching the World Ocean). 2010;(7):73–81 [in Russian].
8. Holodov MF, Hordieiev AYu, Nesterenko LV, Tymchenko YuA, Fedoseienkov SH, Shundel' OI, Shchypstov OA, Shchypstov OO. Okeanohrafichni doslidzhennia morskoho ta richkovoho seredovyscha [Oceanographic studies of the marine and river environment]. Geophysical journal. 2019;41(6):111–127 [in Ukrainian].
9. Gonchar AI. Matematicheskoe modelirovanie sloistyykh neodnorodnykh sred s polostyami prostoy i slozhnoy formy [Mathematical modeling of layered inhomogeneous media with cavities of simple and complex shapes]. Zaporozh'e: NTC PAS NAN Ukrainy; 2004. 151 p. [in Russian].
10. Gonchar AI, Neverova SI, Shundel' AI, Shlychek LI. Sozdanie sistemy komp'yuternogo trekhmernogo modelirovaniya geofizicheskij polej geologicheskikh struktur [Creation of a system of computer three-dimensional modeling of geophysical fields of geological structures]. Hydroacoustic journal (Problems, methods and means of researching the World Ocean). 2010;(7):90–100 [in Russian].
11. Gonchar AI, Fedoseienkov SG, Shlychek LI, Shundel' AI. Prognozirovanie cifrovoj modeli rel'efa po model'nym dannym gidrogeoakusticheskikh sredstv [Forecasting a digital elevation model based on model data from hydrogeoacoustic tools]. Hydroacoustic journal (Problems, methods and means of researching the World Ocean). 2014;(11):9–16 [in Russian].
12. Isakovich MA. Obshchaya akustika [General acoustics]. M.: Nauka; 1973. 496 p. [in Russian].
13. Kiri P, Bruks M. Vvedenie v geofizicheskuyu razvedku [Introduction to Geophysical Exploration]. M.: Mir; 1988. 382 p. [in Russian].
14. Kobrunov AI. Parametrizatsiya v matematicheskikh modelyakh geologicheskikh sred pri reshenii obratnykh zadach [Parametrization in mathematical models of geological media when solving inverse problems]. Geofizicheskij Zhurnal. 2001;23(5):3–12 [in Russian].
15. Kuperman U, Ensena F. Akustika dna okeana [Ocean floor acoustics]. M.: Mir; 1984. 456 p. [in Russian].
16. Landau LD, Lifshic EM. Teoriya uprugosti. Teoreticheskaya fizika [The theory of elasticity. Theoretical physics]. M.: Nauka; 1965. Vol. VII. 204 p. [in Russian].
17. Lyapin AA, Seleznev MG, Sobisevich LE, Sobisevich AL. Mekhaniko-matematicheskie modeli v zadachah aktivnoj sejsmologii [Mechanical and mathematical models in the problems of active seismology]. M.: GNIC PGK (MF) pri Kub GU Minobrazovaniya Rossii; 1999. 294 p. [in Russian].
18. Nikolaevskij VN, Basniev KS, Gorbunov AT, Zotov GA. Mekhanika poristyykh nasyschennykh sred [Mechanics of porous saturated media]. M: Nedra; 1970. 339 p. [in Russian].
19. Pekeris K. Rasprostranenie zvuka v okeane [Sound propagation in the ocean]. M.: Izd-vo inostr. lit. Teoriya rasprostraneniya zvuka vzryva v melkoj vode [Theory of the sound propagation of an explosion in shallow water]. 1951;48–156 [in Russian].
20. Samchenko AN, SHvyrev AN, Pivovarov AA, Korotchenko RA. Rasprostranenie nizkochastotnogo akusticheskogo signala v melkom more s uchetom vliyaniya neodnorodnostej v donnykh osadkah [Propagation

of a low-frequency acoustic signal in a shallow sea taking into account the influence of inhomogeneities in bottom sediments]. *Podvodnye issledovaniya i robototekhnika*. 2011;2(12):52–56 [in Russian].

21. Sobisevich LE, Sobisevich AL. *Volnovye processy i rezonansy v geofizike* [Wave processes and resonances in geophysics]. M.: OIFZ RAN, GNIC PGK (MF) pri Kub GU Minobrazovaniya Rossii; 2001. 299 p. [in Russian].

22. Hempton L. *Akustika morskikh osadkov* [Acoustics of marine sediments]. M.: Mir; 1977. 533 p. [in Russian].

23. Shchypytsov OA (Ed.). *Chornobyľ's'ka zona vidchuzhennya: kompleksna richkova naukovodoslidna ekspedyciya "Pryp'yat' – 2019"*: [Chernobyl exclusion zone: integrated river research expedition "Pripyat – 2019"]. Kyjiv: DU "Derzhghidrohrafija". 2019 [In Ukrainian].

24. Shevchenko AA. *Skvazhinnaya sejsmorazvedka* [Borehole seismic survey]. M: RGU nefti i gaza; 2002. 129 p. [in Russian].

25. Shenderov EL. *Volnovye zadachi gidroakustiki* [Wave problems of hydroacoustics]. L.: Sudostroenie; 1972. 352 p. [in Russian].

26. Shenderov E.L. (1989). *Izluchenie i rasseyanie zvuka* [Sound emission and scattering]. L.: Sudostroenie [in Russian].

27. Shundel OI. *Rozrobka matematychnoi modeli sharuvatoho neodnorodnoho seredovyscha yak skladovoi chastyny banku okeanohrafichnykh danykh* [Development of a mathematical model of a layered inhomogeneous medium as a component of the oceanographic data bank] [dissertation]. Kyiv. UA; Instytut heofizyky im. S.I. Subbotina NAN Ukrainy; 2021. 221 p. [in Ukrainian].

28. Buckingham MJ. Theory of acoustic attenuation, dispersion, and pulse propagation in unconsolidated granular materials including marine sediments. *J. Acoust. Soc. Am.* 1997;102(5):2579–2596.

29. Buckingham MJ. Theory of compressional and shear waves in fluidlike marine sediments. *J. Acoust. Soc. Am.* 1998;103(1):288–299.

30. Hamilton EL. Geoacoustic modeling of the sea floor. *J. Acoust. Soc. Am.* 1980;(68):1313–1340.

31. Ivakin AN. A unified approach to volume and roughness scattering. *J. Acoust. Soc. Am.* 1998;103(2):827–837.

32. Kargl SG, Williams KL. Double monopole resonance of a gas-filled, spherical cavity in a sediment. *J. Acoust. Soc. Am.* 1998;103(1):265–274.

33. Milholland P, Manghnani MH, Schlanger SO, Sutton GH. Geoacoustic modelling of deep-sea carbonate sediments. *J. Acoust. Soc. Am.* 1980;6(8(5)):1351–1360.

*Стаття надійшла 30.08.2021 року*