ГЕОДЕЗІЯ

УДК. 521.21/22

О.М. Марченко, О.М. Лопушанський

ЗАСТОСУВАННЯ ДРУГОГО МЕТОДУ НЕЙМАНА ДЛЯ СТВОРЕННЯ МОДЕЛІ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ ЗА ДАНИМИ СУПУТНИКОВОЇ ГРАДІЄНТОМЕТРІЇ

Останніми досягненнями науки у сфері супутникової геодезії є проект Європейського космічного агентства (ESA) - супутник GOCE, який використовує метод супутникової градієнтометрії. Гравітаційне поле Землі зручно представити у вигляді ряду сферичних гармонійних функцій на основі моделювання гравітаційного поля Землі так званими коефіцієнтами C_{nm} та S_{nm}. Робота присвячується апробаії другого методу Неймана, що заснований на квадратурних формулах Гаусса-Лежандра для побудови моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії.

Ключові слова: супутникова градієнтометрія; квадратурні формули; GOCE; гармонічні коефіцієнти C_{nm} та S_{nm}.

Вступ

Гравітаційне поле Землі відображає розподіл маси і її перенесення як всередині так і на поверхні Землі. З 2000-го по 2009-й роки були запущені супутники CHAMP, GRACE та GOCE, які відносяться до категорії супутників LEO (Low Earth Orbit), висота їх орбіти не перевищує 500 км. Дані з цих супутників значно розширили та уточнили наші відомості про гравітаційне поле Землі.

Супутник GOCE запущено у 2009 р. на низькій орбіті з висотою ~ 260 км. На його борту встановлено електростатичний гравітаційний градієнтометр [GOCE Product Data Handbook] для вимірювання градієнтів прискорення вільного падіння. Завдяки цьому приладу і реалізовано метод супутникової градієнтометрії. Супутникова градієнтометрія дає вимірювання різниць прискорення компонент сили тяжіння в трьох просторових взаємно ортогональних напрямках шістьма акселерометрами (по два на кожній з трьох осей) [Гофман–Велленгоф, Мориц, 2007]. Отже, виміряний сигнал відповідає похідним компонентами прискорення сили тяжіння, тобто другим похідним гравітаційного потенціалу.

Викладення основного матеріалу

Розташування кожної точки яка спостерігається, описується її сферичними координатами; сферичні гармоніки у цьому випадку будуть частково представлені через функції Лежандра [Lundberg, Schutz, 1988]. Отже, гравітаційний потенціал можна представити так:

$$V(r,\theta,\lambda)=\frac{GM}{r}\sum_{l=0}^{L_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} *$$

$$*\sum_{m=0}^{l}\left\{C_{nm}\cos m\lambda+S_{nm}\sin m\lambda\right\}P_{lm}(\cos\theta), \qquad (1)$$

де r,θ,λ – сферичні координати біжучої точки; G– гравітаційна стала; M – маса Землі; R – середній екваторіальний радіус Землі; $P_{lm}(\cos\theta)$ – повністю нормалізовані приєднані функції Лежандра і C_{nm} та S_{nm} повністю нормовані геопотенціальні коефіцієнти.

Враховуючи велику кількість (близько 81 млн.) вихідних даних на відміну від традиційних методів побудови моделей гравітаційного поля Землі зосередимо свою увагу на так званому другому методі Неймана, в якому застосовано певні ваги, що зберігає ортогональність функцій Лежандра. Це призводить до використання найбільш точних квадратурних формул Гаусса–Лежандра на відповідному гріді.

Вихідними даними прийнято дані градієнтометра супутника GOCE EGG_TRF_2 (гравітаційні градієнти у системі LNOF, їх точність та географічні координати φ, λ, r) за період близько 3-х років. Використовуючи радіальні градієнти Vzz, можна обчислити гармонічні коефіцієнти гравітаційного поля Землі.

Після процесу браковки даних за критерієм 3σ кількість даних прийняли наступний вигляд (табл. 1).

Вихідні дані

до бракування	після бракування
80 860 570	80 849 326

При побудові моделей за великою кількістю даних у всіх випадках головним недоліком є той факт, що обчислення займають багато часу. Тому в роботі використано їх фільтрацію методом швидкого перетворення Фур’є (FFT).

Другий метод Неймана

Окремий випадок найбільш точної квадратурної функції досягається за рахунок обмеження Гауссового гріду. Нейман вибрав варіант, коли широта кіл збігається з нулями полінома Лежандра ступеня $L+1$ [Sneeuw, 1994], тобто

$$P_{L+1}(x_i)=0\text{, де } i=1,2,...,L+1 \qquad (2)$$

Кількість паралелей можна зменшити до $N = L + 1$.

Розташування точок на сфері у вузлах Гауссового гріду істотно повязано з квадратурними формулами Гаусса. Особливостями гріду – рівносторонння відстань вздовж L – кіл широти.

$$\Delta\lambda = \frac{\pi}{L} \Rightarrow \lambda_i = \frac{\Delta\lambda}{2} + i \cdot \Delta\lambda \qquad (3)$$
$$0 \le i \le 2L.$$

Вздовж меридіанів точки розташовані від L паралелей до L нулів, полінома Лежандра ступеня L_0.

$$P_L(\cos\vartheta_j) = 0\,.$$

Отже, число точок сітки в сумі дає:

$$I = 2 \cdot L^2\,.$$

Гауссовий грід виглядає дуже схожим до відповідного географічного гріду з тим же числом паралелей. Його відмінною особливістю є унікальний вибір в колах широти.

Квадратурні формули Гаусса-Лежандра дозволяють відновлення сферичних гармонік ступеня розширення $N = L = 1$, де L кола широти [Sneeuw, 1994]. З іншого боку перелелі не можуть бути обрані довільно, але можуть бути розташовані довільно вздовж нулів поліномів Лежандра степеня L.

Тому, квадратурні вузли у методі Гаусса збігаються з точками Гауссового гріду. Вони мають рівносторонню відстань вздовж кіл широти, в той час як вздовж меридіанів вузлові точки, розташовані від L нулів поліномів Лежандра до степеня L. Враховуючи специфіку сферичних гармонічних функцій ортогональність на такій дискретній множині точок може бути визначена.

Тригонометрична функція Y_{nm} залежна лише від довготи λ і повязана з функцією Лежандра залежну від додатка широти ϑ. Це дозволяє окремо досліджувати поведінку базисних функцій у широтному та довготному напрямках.

Отже визначення гармонічних коефіцієнтів може бути поділене на такі кроки сумування:

$$\left.\begin{matrix} A_m(\theta_i) \\ B_m(\theta_i) \end{matrix}\right\} = \frac{1}{L(1+\delta_{m0}+\delta_{mL})} \sum_{j=0}^{2L-1} V_{zz}(\theta_i \lambda_j) \left\{\begin{matrix} \cos m\lambda_j \\ \sin m\lambda_j \end{matrix}\right. \qquad (4)$$

$$\left.\begin{matrix} \overline{C}_{nm} \\ \overline{S}_{nm} \end{matrix}\right\} = \frac{1}{4}(1+\delta_{m0}) \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{P}_{nm}(\cos\theta_i) \left\{\begin{matrix} A_m(\theta_i) \\ B_m(\theta_i) \end{matrix}\right. \qquad (5)$$

$$w_i = \frac{2(1-x_i^2)}{[(L+1)P_L(x_i)]^2} \qquad (6)$$

де w_i – ваги введені для дискретної ортогональності системи функцій на рівномірній сітці Гаусса-Лежандрра.

Таким чином на основі підходу побудована модель гармонічних коефіцієнтів за даними V_{zz} супутника GOCE - **LP_GOCE-01s** до 250 порядку. В порівнянні з моделлю EGM2008 побудована модель сходиться до 220 порядку (рис. 1).

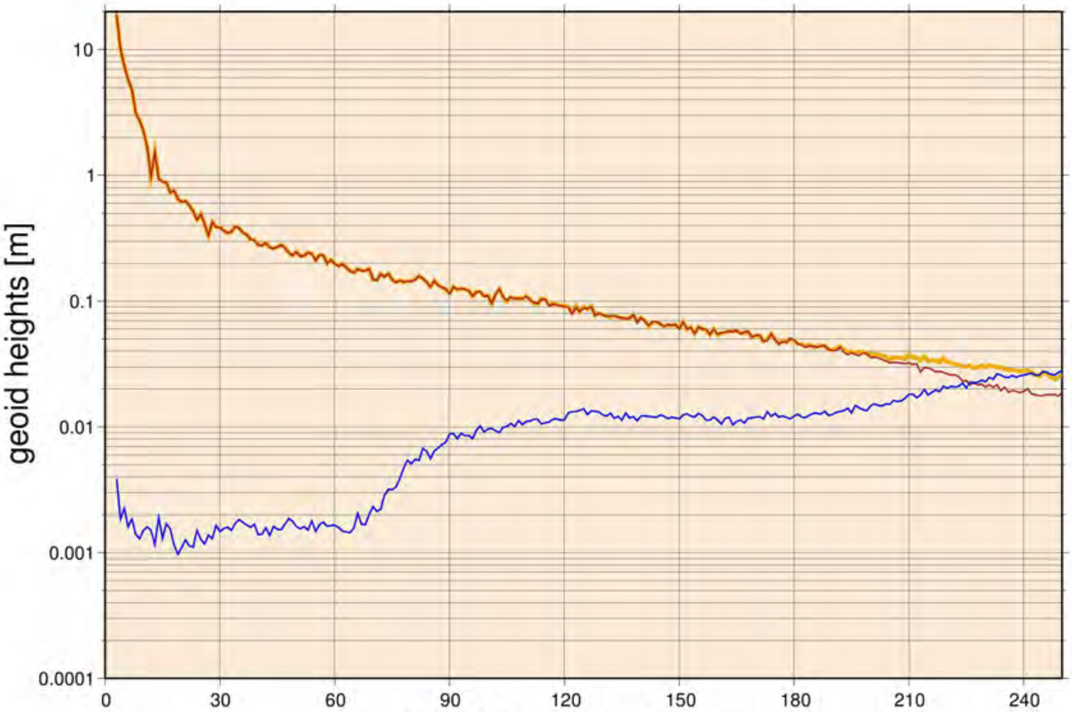

Рис. 1. Спектральні характеристики моделей EGM2008 та LP_GOCE-01s (– EGM2008, – LP_GOCE-01s, – різниці функцій EGM2008 та LP_GOCE-01s)

Висновки

1. Вперше замість класичних методів побудови гравітаційного поля Землі застосовано метод прямого обчислення гармонічних коефіцієнтів за даними супутникової градієнтометрії.

2. В моделях EGM2008 та LP_GOCE-01s згідно (рис. 1) з 200 по 250 порядок є невеликі розходження в степеневих дисперсіях, які можуть бути зумовлені тим, що в побудованій моделі LP_GOCE-01s обраховувалась лише супутникові дані, а в EGM2008 обраховувались також і наземні дані.

Література

Sneeuw N. Global spherical harmonic analysis by least-squares and numerical quadrature methods in historical perspective, Delft University of Technology, Faculty of Geodetic Engineering, Geophys. J. Int.,1994. 118, – P.707-716.

GOCE. Level 2. Product Data Handbook

Lundberg J.B., Schutz B.E. (1988) Recursion formulas for Legendre functions for use with nonsingular geopotential models // J. Guidance Control Dyn. 11(1), – P. 31-38.

Гофман–Велленгоф Б., Мориц Г. Физическая геодезия. – М.:, МииГАиК, – 2007. – С. 285-286.

ПРИМЕНЕНИЕ ВТОРОГО МЕТОДА НЕЙМАНА ДЛЯ СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВОЙ ГРАДИЕНТОМЕТРИИ

А.Н. Марченко, А.Н. Лопушанский

Последним достижением науки в сфере спутниковой геодезии является проект Европейского космического агентства, миссия GOCE, которая использует метод спутниковой градиентометрии. Гравитационное поле Земли удобно представить в виде ряда сферических гармонических функций для моделирования гравитационного поля конечным числом параметров коэффициентов C_{nm} S_{nm}. Работа посвящается апробации второго метода Неймана, который основан на квадратурных формулах Гаусса-Лежандра для построения модели гравитационного поля Земли по данным градиентометрии спутника GOCE.

Ключевые слова: спутниковая градиентометрия, квадратурные формулы, GOCE, гармонические коэффициенты Cnm и Snm.

THE USE OF SECOND NEUMANN METHOD FOR MODELLING THE EARTH'S GRAVITY FIELD BASED ON SATELLITE GRADIENTOMETRY DATA

A.N. Marchenko, A.N. Lopushanskyy

The project of European Space Agency and a recent achievement in satellite geodesy, the GOCE satellite mission (Gravity of Field and Steady-State of Ocean Circulation Explorer) exploits a method of satellite gradientometry. Gravitational field of the Earth is usually represented as a finite series of spherical harmonic functions, the model containing a finite number of coefficients, C_{nm}, S_{nm}. The coefficients C_{nm}, S_{nm} are derived in our work, based on the second method of Neumann and the Gauss-Legandre quadrature decomposition.

Key words: satellite gradientometry, quadrature formulas, GOCE, harmonic coefficients C_{nm}, S_{nm}.

Національний університет "Львівська політехніка", Інститут геодезії, м. Львів, Україна

Надійшла 01.08.2013