

АВТОМОДЕЛЬНІ УДАРНІ ХВИЛІ В ГЕОСЕРЕДОВИЩАХ З ПРОСТОРОВОЮ НЕЛОКАЛЬНІСТЮ

© В.А. Даниленко, С.І. Скуратівський, 2010

Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ, Україна

Considered in the paper is the problem of the shock wave motion within the framework of nonlinear model of geologic environment of spatially nonlocal. We have carried out qualitative and numerical investigations of the nonautonomous dynamical system describing self-similar regimes of a structured medium.

Keywords: nonlocal models, self-similarity, shock wave.

Для опису фізичних процесів у структурованих геосередовищах у публікації [1] були запропоновані такі нелінійні нелокальні математичні моделі:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = \gamma p^s, \\ \tau \left(\frac{dp}{dt} - \chi \rho^{n-1} \frac{d\rho}{dt} \right) = \rho^{n-1} (\kappa \rho^n - p) + \\ + \sigma \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \chi \rho^{n-1} \left\{ \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)^2 \right\} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

де p – тиск; ρ – густина; u – масова швидкість; $\rho\gamma$ – масова сила; $s = \frac{3n-1}{2}$ – параметр просторової нелокальності; τ – час релаксації; κ та χ – параметри, пропорційні квадратам рівноважної та замороженої швидкості звуку в середовищі; n – параметр нелінійності.

Використавши модель (1), розглянемо поширення ударної хвилі в такому середовищі. Рівноважний стан середовища перед фронтом ударної хвилі будемо описувати політропним рівнянням стану $p = \kappa_1 \rho^n$. Стан середовища на ударному фронті у наближенні, що релаксаційні процеси заморожені, описується рівнянням $p = \kappa_2 \rho^n$. Параметри $\kappa_{1,2}$ характеризують відносну зміну ентропії у разі переходу через фронт [4], тому $\kappa_2 > \kappa_1$.

На ударному фронті хвилі виконуються умови Ренкіна–Гюгоніо [5, 6]:

$$\begin{aligned} \rho_2(u_2 - D) = \rho_1(u_1 - D), \\ \rho_2(u_2 - D)^2 + p_2 = \rho_1(u_1 - D)^2 + p_2. \end{aligned} \quad (2)$$

У співвідношеннях (2)

$$p_1 = \kappa_1 \rho_1^n \quad \text{та} \quad p_2 = \kappa_2 \rho_2^n. \quad (3)$$

У межах зроблених припущень розглянемо структуру автомодельних розв'язків [2, 4–6]

$$\begin{aligned} u = 2c_3 + \frac{1}{\sqrt{t}} U(\lambda), \quad p = t^{\frac{n}{1-n}} P(\lambda), \\ \rho = t^{\frac{1}{1-n}} R(\lambda), \quad \lambda = \frac{x}{\sqrt{t}} - 2c_3 \sqrt{t} \end{aligned} \quad (4)$$

моделі (1) з додатковими умовами (2).

З вигляду інваріантної змінної λ випливає, що

$$x = \lambda \sqrt{c_1 t + c_2} + 2 \frac{c_3}{c_1} t. \quad (5)$$

Вираз (5) визначає траєкторію ударної хвилі, яка рухається зі швидкістю

$$D = \frac{dx}{dt} = \frac{\lambda c_1}{2\sqrt{c_1 t + c_2}} + \frac{2c_3}{c_1}. \quad (6)$$

Прийнемо, що у середовищі перед ударним фронтом $u = \text{const} = 2c_3$. Підставивши співвідношення (4) у перші два рівняння системи (1) та врахувавши рівняння стану (3), отримаємо динамічну систему

$$-\frac{1}{2} R' \lambda + \frac{R}{1-n} = 0, \quad \kappa_1 n R^{n-1} R' = \gamma R^{\frac{3n-1}{2}}. \quad (7)$$

Загальний розв'язок системи (7) має вигляд $R = A \lambda^{\frac{2}{1-n}}$, де параметр $A = \left(\frac{(1-n)\gamma}{2\kappa_1 n} \right)^{\frac{2}{1-n}}$. Зауважимо, що знайдені автомодельні розв'язки у змінних (x, t) матимуть вигляд

$$\begin{aligned} u = 2c_3, \\ \rho = t^{\frac{1}{1-n}} A \lambda^{\frac{2}{1-n}} = A (t \lambda^2)^{\frac{1}{1-n}} = A (x - 2c_3 t)^{\frac{1}{1-n}} \equiv f(x - 2c_3 t), \\ p = \kappa_1 f^n(x - 2c_3 t), \end{aligned}$$

що відповідає розв'язкам вигляду біжучої хвилі зі сталою швидкістю $2c_3$. У випадку $c_3 = 0$ ці розв'язки являють собою стаціонарні режими моделі.

Таким чином, перед ударним фронтом характеристики середовища визначають автомодельним розв'язком

$$U_1 = 0, \quad R_1 = A\lambda^{\frac{2}{1-n}}, \quad P_1 = \kappa_1 R_1^n. \quad (8)$$

Умови Ренкіна–Гюгоніо (2) з урахуванням виразу (6) для швидкості автомодельної ударної хвилі можна подати в інваріантному вигляді

$$\begin{aligned} R_2 \left(U_2 - \frac{\lambda^*}{2} \right) &= R_1 \left(U_1 - \frac{\lambda^*}{2} \right), \\ R_2 \left(U_2 - \frac{\lambda^*}{2} \right)^2 + P_2 &= R_1 \left(U_1 - \frac{\lambda^*}{2} \right)^2 + P_1, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\lambda = \lambda^* = \text{const}$ на ударному фронті.

Нехай $\lambda^* = 2$ та $U_1 = 0$. Тоді із співвідношень (9) і (3) випливає, що $U_2 = 1 - \frac{R_1}{R_2}$, а R_2 задовольняє алгебричне рівняння

$$\frac{R_2^2}{R_2} + \kappa_2 R_2^n = R_1 + \kappa_1 R_1^n. \quad (10)$$

Отримані співвідношення дають змогу обчислити значення величин U_2 , R_2 , P_2 , на ударному фронті, які одночасно є початковими умовами для продовження автомодельних розв'язків (4) через ударний фронт.

Розглянемо спочатку частинний випадок моделі (1) з $\sigma = 0$, тобто релаксувальне середовище без урахування просторової нелокальності:

$$\tau \left(\frac{dp}{dt} - \chi \rho^{n-1} \frac{d\rho}{dt} \right) = \rho^{n-1} (\kappa_2 \rho^n - p). \quad (11)$$

У межах такої моделі розв'язки (4) задовольняють динамічну систему:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2} R\lambda + +RU \right)' + \frac{3-n}{2(1-n)} R &= 0, \\ R \left(-\frac{1}{2} U - \frac{1}{2} U'\lambda + UU' \right) + P' &= \gamma R^{\frac{3n-1}{2}}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\tau \left(P \frac{n}{1-n} - \frac{1}{2} P'\lambda + UP' + \chi R^n U' \right) = R^{n-1} (\kappa R^n - P).$$

У випадку $n = 3$ з першого рівняння системи отримаємо $S = -\frac{1}{2} R\lambda + RU = \text{const}$. Значення сталої S визначимо з умов на фронті, а саме $S = -\frac{1}{2} R_2 \lambda^* + R_2 U_2 = R_2 (U_2 - 1)$. Змінну $U = \frac{S}{R} + \frac{\lambda}{2}$ виключимо із системи (12) та зведемо її до системи двох рівнянь:

$$\begin{aligned} R' &= \frac{1}{S\tau\Delta} R^3 \left(-4K + \tau \{ S\lambda + 4\gamma R^3 S + 2\chi R^3 - 6P \} \right), \\ P' &= \frac{1}{\tau\Delta} R \left(-4KS + \tau \{ -6PS + \chi R^3 [R\lambda + 4\gamma R^4 + 2S] \} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

де $\Delta = 4(\chi R^4 - S^2)$; $K = R^2(\kappa R^3 - P)$. Зазначимо, що сингулярна лінія $\chi R^4 - S^2 = 0$ є зображенням

в інваріантних змінних характеристиках $\frac{dx}{dt} = u \pm \sqrt{\chi \rho^{n-1}}$ моделі (11). Інша характеристика $\frac{dx}{dt} = u$ має зображення $\frac{S}{R} = 0$.

Розглянемо типовий фазовий портрет динамічної системи (13) за таких значень параметрів:

$$\kappa_1 = 1,2; \quad \kappa_2 = 0,9; \quad \gamma = -1,5 \quad (**).$$

Тоді обчислимо: $A = 2,4$; характеристики потоку перед фронтом ударної хвилі $R_1 = 1,2$; $P_1 = 2,7$, з рівняння (10) $R_2 = 1,348$; $P_2 = \kappa_2 R_2^3 = 2,206$; $U_2 = 0,11$; значення параметра $S = -1,2$. Інтегруємо систему (13) з початкових умов $(R_2; \kappa_2 R_2^3)$, які на рис. 1 позначені точкою H і відповідають значенню автомодельної змінної $\lambda = 2$. На отриманих інтегральних кривих (рис. 1) стрілками показано напрям зростання параметра λ . Точки з позначками – вихід траєкторії на сингулярну лінію $\chi R^4 - S^2$.

Обговоримо випадок $n \neq 3$. Систему (12) після заміни змінної $S(\lambda) = -\frac{1}{2} R\lambda + RU$ подамо у вигляді

$$\begin{aligned} S' &= \beta R, \\ R' &= \frac{1}{S\tau\Delta} R^2 \left(4K \{1-n\} R - \tau \times \right. \\ &\quad \left. \times \{ 2\chi R^{n+1} + RS\lambda + 4\gamma R^m S + 4\chi\beta R^{n+1} - 4\beta S^2 + \right. \\ &\quad \left. + n \{ 4PR - 2\chi(1+2\beta)R^{1+n} - 4\gamma R^m S + 4\beta S^2 - RS\lambda \} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P' &= \frac{1}{\tau\Delta} R \left(-4K \{n-1\} S + \tau \times \right. \\ &\quad \left. \times \{ -4nPS + \chi \{n-1\} R^n [R\lambda + 4\gamma R^m + 2S] \} \right), \end{aligned}$$

де $\Delta = 4\{n-1\}(\chi R^{n+1} - S^2)$; $K = R^{n-1}(\kappa_2 R^n - P)$;
 $m = \frac{3n-1}{2}$; $\beta = \frac{n-3}{2(1-n)}$.

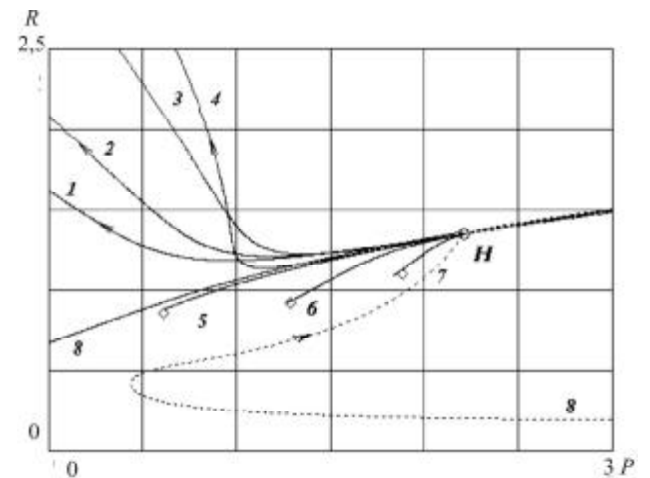


Рис. 1. Фазовий портрет динамічної системи (13) при $\tau = 0,1$. Траєкторія 1 відповідає значенню параметра $\chi = 8$; $2 - \chi = 6$; $3 - \chi = 4$; $4 - \chi = 2,8$; $5 - \chi = 2,7$; $6 - \chi = 2$; $7 - \chi = 1$; $8 - \chi = 0,3$

Як зазначалось вище, $\chi R^{n+1} - S^2 = 0$ на характеристиках системи. За числового інтегрування системи (14) було встановлено, що за деяких значень параметра n спостерігається вихід траєкторії системи на квазістаціонарний режим з $R \approx \text{const}$ і $P \approx \text{const}$. Дослідимо детальніше можливість існування таких режимів.

З умови $R = R_0 = \text{const}$ і $P = P_0 = \text{const}$ з першого рівняння системи (14) випливає, що $S = \beta R_0 \lambda + S_0$ ($S_0 = \text{const}$). Після підстановки знайденого виразу в інші два рівняння системи (14) отримуємо два квадратичні по λ співвідношення, які мають задовольнятися тотожно для всіх λ . Прирівнявши до нуля коефіцієнти квадратичних багаточленів, отримуємо умови існування квазістаціонарного режиму.

Однією з умов є рівняння $n^2 - 5n + 6 = 0$, з якого випливає, що стаціонарний режим такого вигляду існує тільки при $n = 3$ і $n = 2$. Для останнього випадку

$$S_0 = 2\gamma R_0^{5/2}, \quad P_0 = \frac{R_0^2 (\kappa_2 R_0 - \chi \tau)}{R_0 - 2\tau}. \quad (15)$$

Інакше кажучи, на площині $(R; P)$ існує ціла множина стаціонарних точок, координати яких зв'язані виразом (15).

Зафіксуємо параметри $\chi = 1,3$, $\tau = 0,1$, інші параметри (**). Чисельно знайдена траєкторія з початковими умовами на ударному фронті, які зображено на площині $(R; P)$ точкою H , у напрямі зменшення автомобельної змінної λ виходить на стаціонарний режим (15) (рис. 2, а). Зростання параметра χ за сталих усіх інших параметрів не змінює координати точки H , але змінює положення кривої (15) так, що точка H може бути на кривій (15) (рис. 2, б) або правіше кривої (рис. 2, в). Зокрема, з аналізу рис. 2, б виходить, що траєкторія динамічної системи збігається з графіком функції (15). Тоді якщо умови на ударному фронті підібрати за допомогою варіювання параметра χ відповідно до виразу (15), то для λ з деякого інтервалу цей зв'язок збережеться, тобто $P(\lambda) = \frac{R(\lambda)^2 (\kappa_2 R(\lambda) - \chi \tau)}{R(\lambda) - 2\tau}$, що дає змогу понизити порядок динамічної системи (14).

Варіювання параметра τ спричинює віддалення точок, які відповідають стаціонарному режиму (15), від точки H у напрямі зменшення автомобельної змінної λ (рис. 3). Водночас у напрямі зростання автомобельної змінної λ траєкторія не виходить в область $P < 0$ (порівняти частини графіків у напрямі стрілок на рис. 2 та 3).

Для значень параметра $n \neq 2$ квазістаціонарного режиму (15) немає, але траєкторія динамічної системи (14) для значень n , близьких 2, достатньо довго перебувають в околі режиму (15).

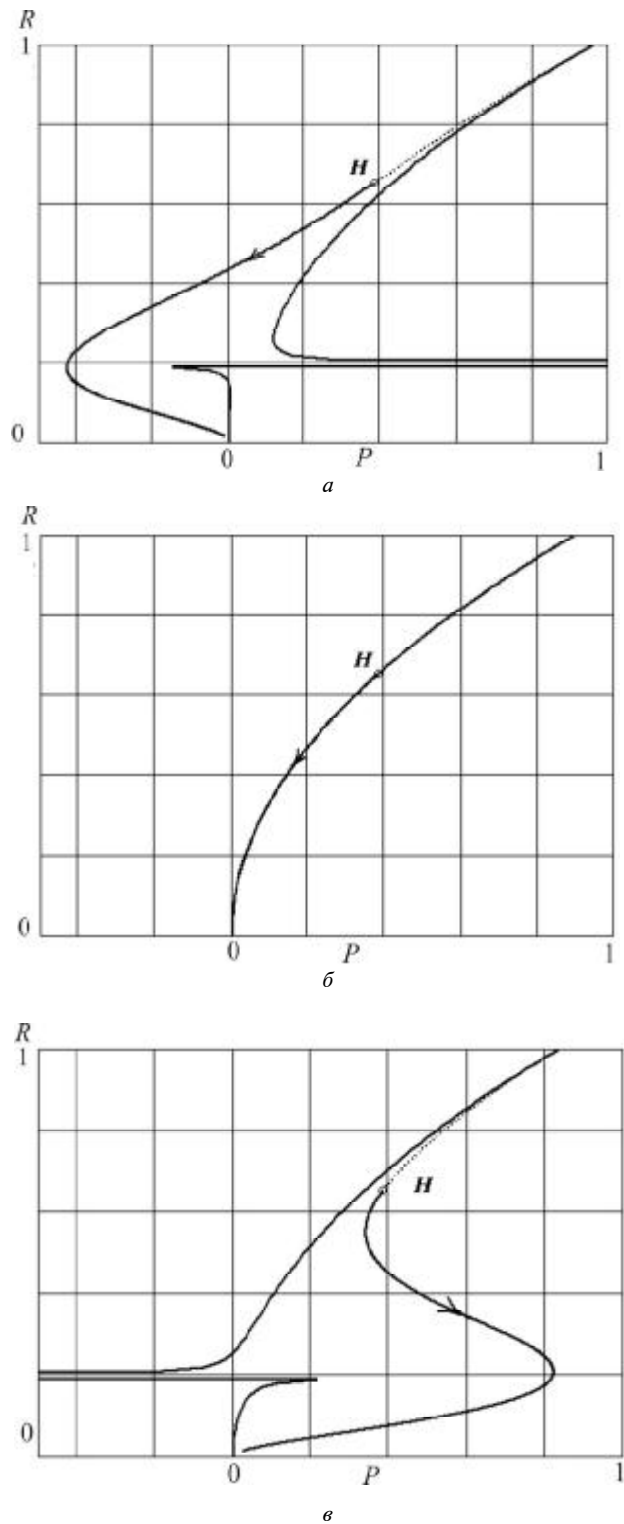


Рис. 2. Фазові портрети динамічної системи (14) при $n = 2$, $\tau = 0,1$: а - $\chi = 1,3$; б - $\chi = 1,8$; в - $\chi = 2,8$. Точка H відповідає ударному фронті

У випадку математичної моделі (1) із $\sigma \neq 0$ автомобельні режими описуємо динамічною системою

$$\begin{aligned} R' &= W, \quad P' = \gamma R^m - \beta S + \frac{R\lambda}{4} + \frac{S^2 W}{R^2}, \\ S' &= \beta R, \quad W' = \frac{1}{\Delta R \sigma} [(n-1)\Psi_1 + R^3 \Psi_2], \end{aligned} \quad (16)$$

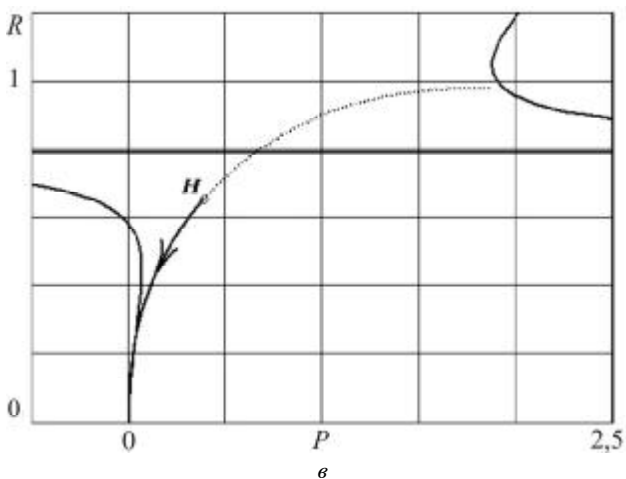
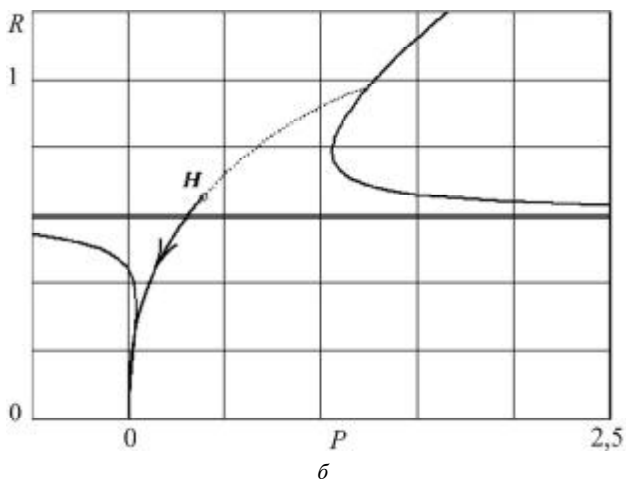
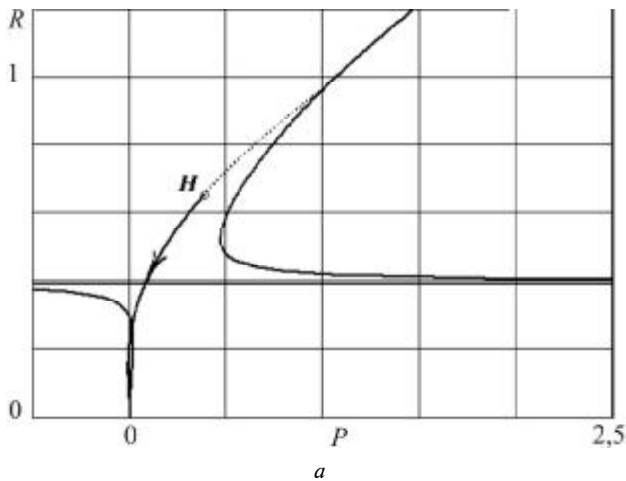


Рис. 3. Фазові портрети динамічної системи (14) та графіки кривої (15) при $n = 2$, $\chi = 1,3$: $a - \tau = 0,2$; $b - \tau = 0,3$; $\epsilon - \tau = 0,4$. Точка H відповідає ударному фронту

де

$$\Psi_1 = 4KR^3 + R^4\sigma(1-4\beta^2) - 2\chi(1+2\beta)R^{3+n}\tau + (S\tau + \sigma W) \times \\ \times (4\beta R^2S + 4\chi R^{1+n}W - 4S^2W) - 4\gamma R^{2+m}(S\tau - \{1+m\}\sigma W),$$

$$\Psi_2 = 4nP\tau - (n-1)(S\tau - 2\sigma W)\lambda,$$

$$\Delta = 4\{n-1\}(\chi R^{n+1} - S^2), \quad K = R^{n-1}(\kappa_2 R^n - P),$$

$$m = \frac{3n-1}{2}, \quad \beta = \frac{n-3}{2(1-n)}.$$

Початкові умови для інтегрування динамічної системи (16) є умовами на ударному фронті при $\lambda = \lambda^* = 0$:

$$(R; P, S, W) = \left(R_2; P_2; R_2(U_2 - 1); \frac{\gamma}{\kappa_1 n} R_1^{n+1/2} \right).$$

При побудові початкової умови для W продовжимо через розрив величину $W = R'$, яку згідно з системою (6) визначаємо із рівняння

$$R' = \frac{\gamma}{\kappa_1 n} R_1^{n+1/2} = \frac{2R_1}{(1-n)\lambda^*} \quad (\text{рис. 4}).$$

Зафіксуємо значення параметрів $\kappa_1 = 1,3$; $\kappa_2 = 0,9$; $\gamma = -1,5$; $n = 4$; $\sigma = 8$; $\tau = 5$ та дослідимо вплив варіювання параметра χ на структуру розв'язку, який проходить через вище вказану точку фазового простору.

Відповідно до результатів числового інтегрування системи (16), за невеликих χ ці розв'язки є монотонними (принаймні на проміжку інтегрування). За значень параметра $\chi > 50$ на графіку траєкторії в області $\lambda < \lambda^* = 2$ з'являються локальні особливості (рис. 5, a), кількість яких збільшується із зростанням χ (рис. 5, b). Аналіз залежностей $R(\lambda)$ та $P(\lambda)$ (нижні графіки на рис. 5) показує, що зростання χ спричинює розвиток осциляцій у розв'язку за ударним фронтом.

Під час вивчення залежності структури фазового простору від параметра σ (рис. 6) виявлено, що при $\sigma < 4$ в області $\lambda < \lambda^* = 2$ розв'язки монотонні, тоді як зі зростанням параметра σ на

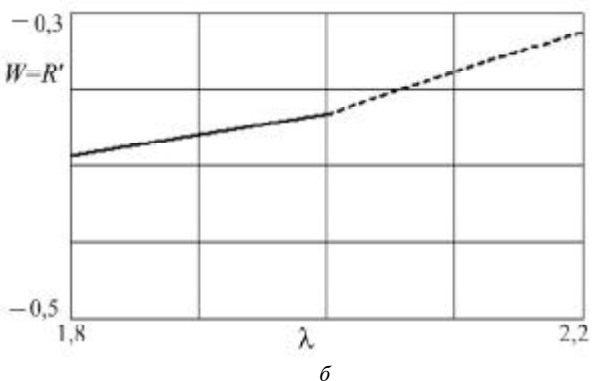
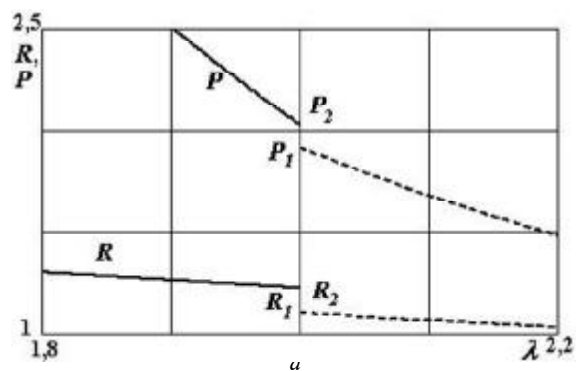
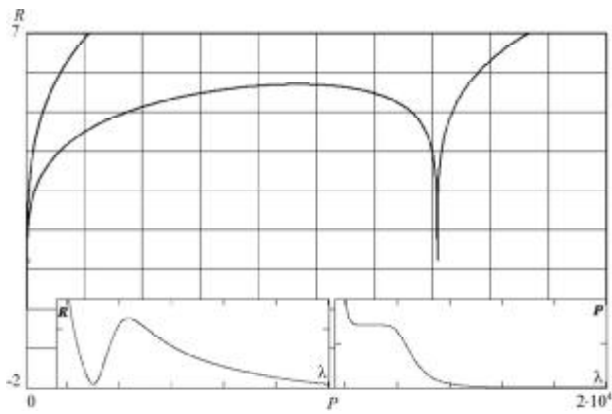
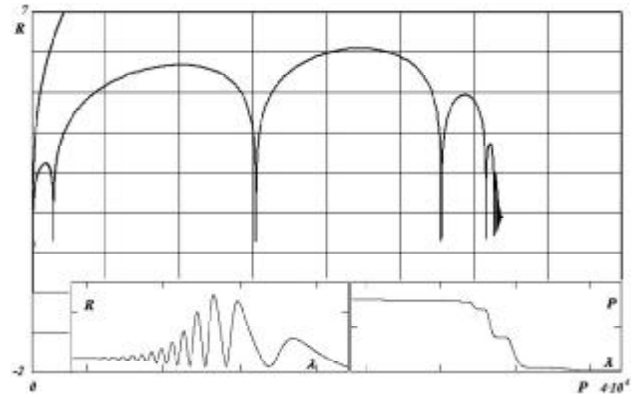


Рис. 4. Графіки функцій поблизу ударного фронту (точки розриву) $\lambda = 2$: $a - R(\lambda)$, $P(\lambda)$, $b - W(\lambda)$. Параметри $\kappa_1 = 1,3$; $\kappa_2 = 0,9$; $\gamma = -1,5$; $n = 4$; $\sigma = 8$; $\tau = 5$; $\chi = 60$; $R_1 = 1,101$; $R_2 = 1,224$; $P_1 = 1,912$; $P_2 = 2,022$. Штрихова лінія – графік стаціонарного розв'язку (8) та його похідної



a



б

Рис. 5. Фазові портрети та відповідні протоколи фазових змінних динамічної системи (16) при $\chi = 50$ (а) та $\chi = 60$ (б)

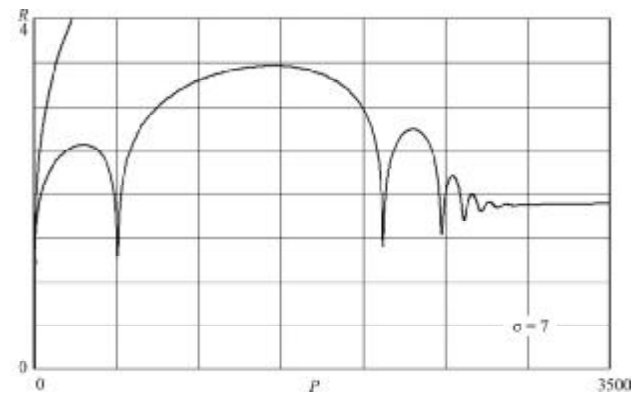
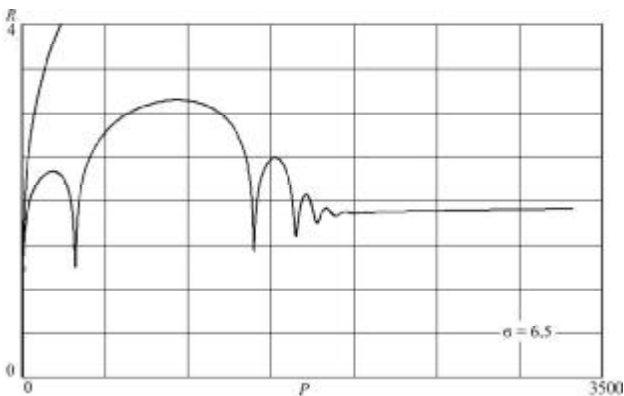
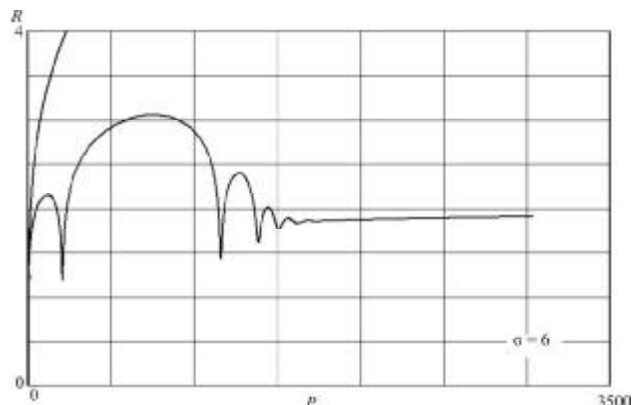
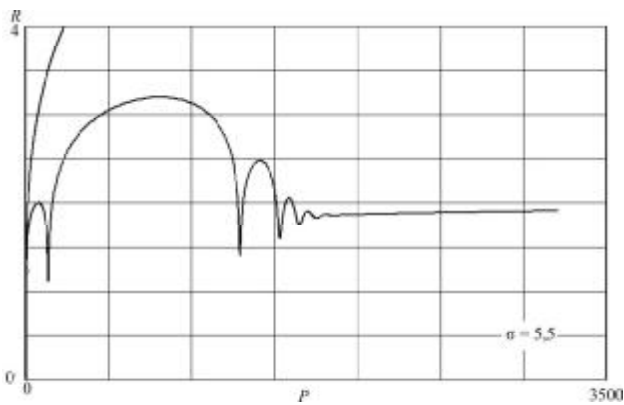
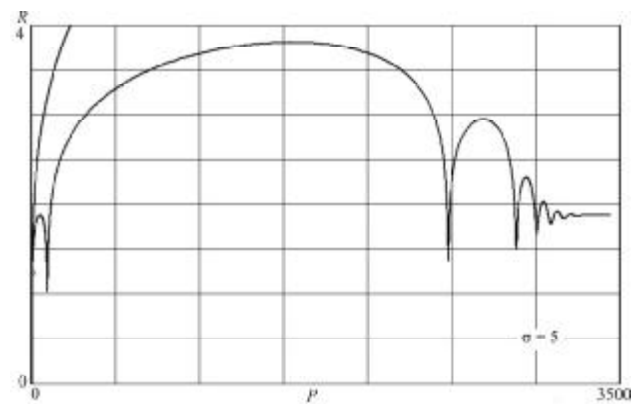
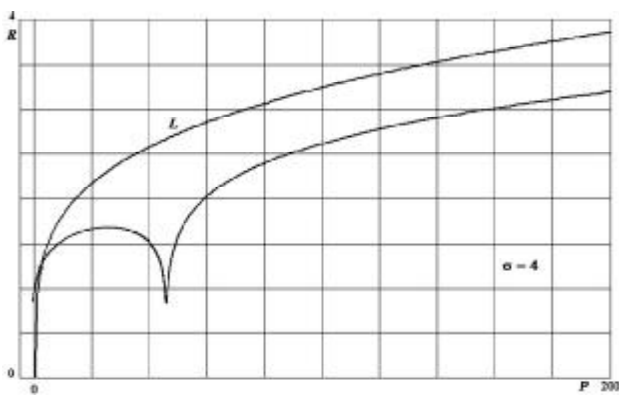


Рис. 6. Залежність фазового портрета від зміни параметра σ . Тут $\chi = 60$, лінія L – графік функції $P = \kappa_2 R^\sigma$

графіках з'являються особливості. Графіки залежностей $R(\lambda)$ та $P(\lambda)$ (подібні до зображених на рис. 5) свідчать про те, що ці особливості пов'язані з осцилювальним характером розв'язків. З аналізу рис. 6 випливає, що зі зростанням σ амплітуда осцилюючої та їх кількість змінюються не монотонно, але в усіх випадках після коливної фази режим виходить на квазістатичний.

Результати числових досліджень системи (16) можна доповнити пошуком частинних розв'язків. Зокрема, встановимо умови існування розв'язку виду $R(\lambda) = R_0 = \text{const}$. Тоді $W(\lambda) = 0$ і $S(\lambda) = \beta R_0(\lambda - \lambda_0) + S_0$. З другого рівняння системи (16)

$$P = P_0 - \frac{1}{8}(\lambda - \lambda_0) \times (-8\gamma R_0^m + 8\beta S_0 + 4\beta^2 R_0(\lambda - \lambda_0) - R_0(\lambda + \lambda_0)).$$

Підставимо знайдені вирази у третє рівняння системи (16) та приведемо його до квадратичного рівняння відносно λ . Прирівняємо до нуля коефіцієнти рівняння:

при λ_2 :

$$\frac{1}{2}(4\beta^2 - 1)R_0^3(R_0^n \{n-1\} + R_0\tau \{n(2\beta-1) - 2\beta\}) = 0; \quad (17)$$

при λ_1 :

$$4\gamma R_0^m (\{n-1\} R_0^3 + \{n(\beta-1) - \beta\} R_0\tau) + ((1-n)R_0\tau + 8(n-1)\beta^2 R_0\tau + 4\beta(R_0^n \{n-1\} - nR_0\tau)) \times [\beta R_0\lambda_0 - S_0] = 0.$$

Коефіцієнт при λ^0 досить громіздкий, тому аналітичний вираз не наводимо. Зупинимось на випадку, коли в рівнянні (17) $4\beta^2 - 1 = 0$ та $\beta = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 2$. Один із розв'язків рівняння (18) задовольняє співвідношення

$$4\gamma R_0^m - S_0 + R_0\lambda_0 = 0. \quad (19)$$

З урахуванням (19), коефіцієнт при λ_0 зводимо до рівняння

$$-\chi R_0^2\tau + \kappa_2(R_0^3 - R_0^{1+n} + 2R_0^n\tau) = 0. \quad (20)$$

З нього визначимо, наприклад, коефіцієнт

$$\chi = \frac{\kappa_2(R_0^3 - R_0^{1+n} + 2R_0^n\tau)}{R_0^2\tau}. \quad (21)$$

Для числової реалізації такого розв'язку системи (16) зафіксуємо значення параметрів, $\kappa_1 = 0,8$; $\kappa_2 = 0,9$; $\sigma = 8$; $n = 2$; $\tau = 5$. Розглянемо випадок, коли $\lambda_0 = 2$, та відповідні значення величин з нульовими індексами. Додатково прий-

memo, що $W \approx 0$. Для побудови розв'язку системи (16) слід розв'язати алгебричну систему

$$R_1 - A2^{\frac{2}{1-n}} = 0, \quad \frac{R_1^2}{R_2} + \kappa_2 R_2^n = R_1 + \kappa_1 R_1^n, \quad P_1 - \kappa_1 R_1^n = 0,$$

$$A = \left(\frac{(1-n)\gamma}{2\kappa_1 n} \right)^{\frac{2}{1-n}}, \quad 4\gamma R_0^m - S_0 + R_0\lambda_0 = 0 \quad (22)$$

відносно невідомих $R_{1,2}$ та γ , P_1 . Система (22) є нелінійною, тому розв'язували ітераційним методом з початковими умовами $(R_1, R_2, \gamma, P_1) = (0, 1, 1 - 1,5, 1)$. Тоді розв'язок системи (22) такий: $R_1 = 0,244\ 757$; $R_2 = 0,396\ 811$; $\gamma = -3,234\ 095$; $P_1 = 0,047\ 925$.

Із рівняння (21) $\chi = 1,8$, що дає змогу повністю вказати всі величини, що входять до аналітичного виразу розв'язку системи (16).

Наведений аналіз показав, що модель з просторовою нелокальністю (1) серед автомобільних режимів за ударним фронтом володіє коливними розв'язками, які у разі відсутності просторової нелокальності не спостерігаються. Зазначимо, що розв'язкам з коливаннями за ударним фронтом відповідають реальні явища, виявлені експериментально, наприклад осциляторні ударні хвилі [7]. Таким чином, для адекватного опису сильно-нерівноважних середовищ урахування динаміки внутрішніх процесів середовища є принциповим. Тому розробка та вивчення нелокальних моделей є пріоритетним завданням математичного моделювання складних систем.

1. Даниленко В.А., Даневич Т.Б., Скурятівський С.І. Нелінійні математичні моделі середовищ з часовою та просторовою нелокальністю. – К.: Ін-т геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, 2008. – 86 с.
2. Даниленко В.А., Скурятівський С.І. Автомодельні розв'язки рівнянь нелінійної моделі середовища із внутрішніми змінними при врахуванні часової та просторової нелокальності // Доп. НАН України. – 2004. – № 5. – С. 113–116.
3. Меншиков В.М. О продолжении инвариантных решений уравнений газовой динамики через ударную волну // Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1970. – Вып. 4. – С. 163–169.
4. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. – М.: Наука, 1971. – 856 с.
5. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
6. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. – Москва; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003. – 336 с.
7. Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е. Теплообмен и волны в парожидкостных средах. – Новосибирск: Наука, 1984. – 302 с.

Надійшла до редакції 01.02.2010 р.

В.А. Даниленко, С.І. Скуратівський

АВТОМОДЕЛЬНІ УДАРНІ ХВИЛІ В ГЕОСЕРЕДОВИЩАХ З ПРОСТОРОВОЮ НЕЛОКАЛЬНІСТЮ

Розглянуто задачу про поширення ударної хвилі в межах нелінійної моделі геосередовища з просторовою нелокальністю. Проведено якісний та числовий аналіз неавтономної динамічної системи, яка описує автохвильові режими моделі структурованого геосередовища.

Ключові слова: нелокальні моделі, автомодельність, ударна хвиля.

В.А. Даниленко, С.И. Скуратовский

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ГЕОСРЕДАХ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕЛОКАЛЬНОСТЬЮ

Рассмотрена задача о движении ударной волны в рамках нелинейной модели геосреды с пространственной нелокальностью. Проведены качественные и численные исследования неавтономной динамической системы, описывающей автоволновые режимы модели структурированной среды.

Ключевые слова: нелокальные модели, автомодельность, ударная волна.