

ПРОДОЛЖЕНИЕ ВРЕМЕННОГО ПОЛЯ В ТРЕХМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ В ПРОЦЕДУРАХ ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

© В.Н. Пилипенко¹, А.О. Верпаховская¹, Д.А. Кекух², Е.В. Пилипенко¹, 2011

¹*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина*

²*Публичное акционерное общество "Укрнафта", Киев, Украина*

The seismic data processing and interpretation as migration transformations and modeling can be realized in finite-difference continuation of a time field. That is reached by a direct solution of an eikonal equation. Theoretical bases and algorithms of three-dimensional finite-difference direct and reverse continuation of the time field are given in the article. Originality of the offered method consists of a strict quadratic approximation of the differential eikonal equation by a finite-difference method with the use of special grids. Application efficiency of a time field continuation in three-dimensional heterogeneous environment is shown on modeling and real materials.

Keywords: finite-difference continuation of a time field, migration, modeling, eikonal equation.

Введение. Одна из основных задач обработки и интерпретации сейсмического волнового поля — получение наиболее полной информации о реальном глубинном строении изучаемого района, включая детали стратиграфического и тектонического характера. При решении этих задач важную роль играют операции с наиболее устойчивой кинематической информацией о волновом поле. Так, продолжение временного поля, которое заключается в определении времени прихода волны в некоторой заданной области пространства, является необходимым этапом для миграционных преобразований, моделирования кинематики волновых полей, определения положения отражающих и преломляющих границ, сейсмической томографии. В статье рассмотрен вариант прямого и обратного продолжений временного поля, основанного на непосредственном конечно-разностном решении уравнения эйконала.

Этот вариант начал рассматриваться применительно к обработке и интерпретации сейсмических данных в 1970-х годах, когда был разработан метод продолжения временного поля на основе конечно-разностного решения уравнения эйконала [1, 2]. До этого основным базисным методом численного восстановления временного поля в неоднородной среде при обработке и интерпретации сейсмических данных был лучевой метод, основанный на прослеживании характеристических линий уравнения эйконала — лучей. Практические вопросы применения лучевого подхода были изложены в многочисленных публикациях, в частности в монографиях [3, 4]. Численная постановка лучевого метода гарантирует высокую точность расчета времени по каждому

индивидуальному лучу, что обеспечивает потенциальную возможность определения многозначного временного поля в неоднородной среде. Метод лучей продолжает развиваться и находит применение и в настоящее время [5, 6]. Вместе с тем следует отметить, что его преимущество в возможности расчета многозначного временного поля, которое относительно редко фигурирует в прикладных задачах сейсмологии, оборачивается серьезным недостатком, а именно низкой устойчивостью, при попытке восстановить временное поле в произвольно неоднородной среде. В отличие от лучевых построений, конечно-разностное продолжение временного поля, выполняемое путем непосредственного решения уравнения эйконала, обеспечивает тесную и постоянную взаимосвязь значений поля в соседних узлах сетки и тем самым гарантирует корректность и устойчивость вычислений. Кроме того, конечно-разностный метод позволяет использовать скоростные модели среды любой степени сложности путем их дискретного представления.

За рубежом первая сеточная схема конечно-разностного решения уравнения эйконала была предложена в 1988 г. [7]. Схема предполагала использование прямоугольной сетки с семиточечным шаблоном (метод расширяющегося квадрата). В дальнейшем J.E. Vidale развил конечно-разностную схему решения уравнения эйконала для трехмерного случая (метод расширяющегося бокса) [8]. Недостатком данных сеточных схем является то, что при определении формы вычисляемого фронта волны может быть потеряна часть информации о направлении движения волн в среде. Так, если первые вступления волн попадают

внутри расширяющегося квадрата, то расчет будет правильным, а если годограф волны криволинеен и его часть находится за пределами квадрата, то расчет будет неустойчивым. Иными словами, не были решены вопросы краевых условий при временном продолжении. Несмотря на этот недостаток, схема J. Vidale была основой для последующих разработок за рубежом вычислительных конечно-разностных схем с применением регулярных сеток как в декартовой системе координат, так и в сферических и цилиндрических координатах [9–13].

В трехмерной среде решение уравнения эйконала нашло применение в задачах томографии [14–16].

Восстановление временного поля, основанное на решении уравнения эйконала, кроме моделирования применяют в процедуре миграции. Существуют отдельные разработки миграции Кирхгофа с решением уравнения эйконала для определения времени прохождения волн от поверхности наблюдения до целевых объектов [17–19].

Все представленные в литературе возможные направления применения восстановления временного поля касаются его прямого продолжения от источника в глубину. Однако существуют задачи, когда необходимо обратно продолжать временное поле от области его наблюдения до отражающей поверхности. К таким задачам относятся, например, трансформация карты изохрон в карту изоглубин в неоднородной среде. Обратное конечно-разностное продолжение является более сложным процессом, поскольку одновременно с расчетом временного поля требует определения области его существования [20].

Предлагаемый в статье вариант конечно-разностного решения уравнения эйконала отличается непосредственным определением значений времени в узлах специальных сеток с двухуровневым шаблоном, который гарантирует стойкую квадратичную степень аппроксимации дифференциального уравнения и высокую точность вычислений. Прямое и обратное продолжения временного поля, основанные на таком подходе, используются как в процедуре миграции, так и в моделировании кинематики волновых процессов. Результаты применения разработанных методов при обработке и интерпретации сейсмических наблюдений дают основание утверждать, что они имеют высокую точность и эффективность.

Теория. Продолжение временного поля заключается в определении функции времени прихода волны в заданной области пространства и является важной задачей во многих прикладных процедурах обработки и интерпретации сейсмических данных. При кинематической интерпретации по годографам отраженных волн положение границы определяется на основе сопоставления

временных полей падающей и отраженной волн, а для построения преломляющей границы используются поля времен двух встречных годографов. Кроме того, продолжение временного поля – неотъемлемая составляющая при решении задач формирования изображений среды по наблюдаемому волновому полю. При этом во всех случаях численный расчет сводится к определению времени прихода волны в пространственной области по заданному на некотором участке годографу. Для точечного источника начальное условие представляется как годограф, вырожденный в точку.

Продолжение временного поля в неоднородной среде выполняется путем расчета времени прихода фронта волны посредством конечно-разностного решения уравнения эйконала в узлах равномерной пространственной сетки, которое в трехмерной декартовой системе координат имеет вид

$$\left(\frac{\partial t(x, y, z)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t(x, y, z)}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial t(x, y, z)}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{V^2(x, y, z)}, \quad (1)$$

где $V(x, y, z)$ – сейсмическая скорость в среде.

Уравнение (1) следует из скалярного волнового уравнения при условии, что сейсмический сигнал обладает бесконечной частотой [21].

В зависимости от практических задач, для которых применяют восстановление временного поля, сложилось три подхода к его реализации: путем расчета лучей – характеристик уравнения (1) [22], путем восстановления лучевой поверхности, а также непосредственной сеточной аппроксимацией уравнения эйконала [23]. Каждый из этих подходов отличается как начальными условиями, так и видами расчетных дифференциальных уравнений, которые, в общем, являются производными от уравнения (1).

Конечно-разностное восстановление временного поля в неоднородной среде наиболее устойчиво, а следовательно, может гарантировать корректность решения многих прикладных задач сейсмологии. Кроме того, расчет времени ведется на заранее определенных регулярных пространственных сетках. Это дает возможность применить произвольное распределение скорости, а также получить значение времени в регулярных точках, что облегчает задачу получения временного поля с требуемым распределением его значений в пространстве.

В процедурах обработки и интерпретации сейсмических наблюдений применяют как прямое, так и обратное продолжение временного поля. Прямое продолжение временного поля предполагает задание начального времени в области источника и является основой таких процедур об-

работки и интерпретации сейсмических наблюдений, как миграция и моделирование кинематики волн. Обратное продолжение временного поля позволяет восстанавливать значения времени в узлах сетки по наблюдаемому на некоторой поверхности временному полю, поэтому применяется для определения положения границ в двумерном случае и трансформации карт изохрон в карты изоглубин в трехмерной среде.

Прямое продолжение трехмерного временного поля. Разностный расчет прямого продолжения временного поля осуществляется последовательным определением значения времени на сетке от точки возбуждения до предельного узла пространственной сетки в расчетной области, где предполагается получить результат. Такой подход подразумевает регулируемое изменение шага сетки в процессе последовательного перехода на более удаленные от источника уровни, а также использует специальную процедуру, которая заключается в интерполяции значений времени в соседних узлах расчетной сетки для определения значений времени в зоне тени.

Очевидно, что в случае трехмерного распространения волны от точечного источника ее фронт близок к сферической форме, поэтому для прямого продолжения временного поля в ближней зоне источника необходимо перейти к следующей сферической системе координат (r, ϕ, θ) :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ \theta &= \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \\ \phi &= \arccos \frac{y}{\sqrt{z^2 + y^2}}. \end{aligned} \quad (2)$$

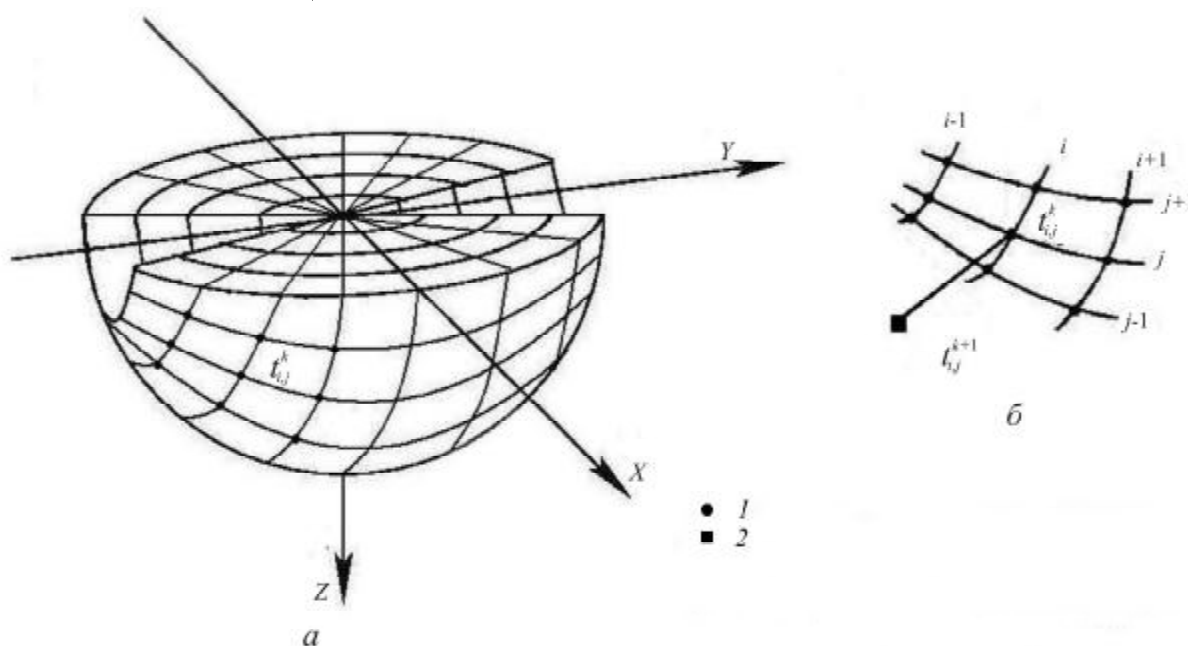


Рис. 1. Трехмерная сферическая сетка прямого продолжения временного поля в ближней зоне точечного источника (а) и девятиточечный двухуровневый сеточный шаблон (б): 1 – узлы сетки, в которых временное поле определено; 2 – узлы сетки, в которых временное поле определяется

Уравнение эйконала (1) в сферической системе координат (2) имеет вид

$$\left(\frac{\partial t}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial t}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial t}{\partial \phi}\right)^2 = \frac{1}{V^2}. \quad (3)$$

В предположении, что пункт возбуждения расположен в центре системы координат, выполним разбиение полупространства с шагами $\Delta r, \Delta \phi, \Delta \theta$ по осям координат r, ϕ, θ . Сферическая система координат с полярной осью имеет сеточные координаты: k – по оси r ; j – по оси θ ; i – по оси ϕ . Сеточная область, образованная в результате такого разбиения, показана на рис. 1, а. Для конечно-разностной аппроксимации уравнения (3) на сетке будем использовать 10-точечный двухслойный шаблон (рис. 1, б), где сеточные координаты i, j, k отвечают сферическим координатам r, ϕ, θ вместо декартовых x, y, z .

Явное разностное уравнение для пересчета временного поля на сферической сетке с квадратичной точностью относительно сеточных шагов будет иметь следующий вид:

$$t_{i,j}^{k+1} = t_{i,j}^k + \Delta r \left[\frac{\partial t}{\partial r} \right] + \frac{\Delta r^2}{2} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \right], \quad (4)$$

где [...] – сеточная аппроксимация дифференциального оператора;

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial t}{\partial r} \right] &= \left\{ \frac{1}{V^2(r, \theta, \phi)} - \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial t}{\partial \theta} \right]^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[\frac{\partial t}{\partial \phi} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \\ \left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \right] &= \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial r} \right]} \left\{ -\frac{1}{V^3(r, \theta, \phi)} \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial r} + \frac{1}{r^3} \left[\frac{\partial t}{\partial \theta} \right]^2 - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{r^3 \sin^2 \theta} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right]^2 - \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} \right] \left[-\frac{1}{V^3(r, \theta, \varphi)} \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial \theta} - \right. \\
& \left. -\frac{\left[\frac{\partial t}{\partial \theta} \right]}{r^2} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} \right] + \frac{\cos \theta}{r^2 \sin^3 \theta} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right]^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi \partial \theta} \right] \right] - \\
& -\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[-\frac{1}{V^3(r, \theta, \varphi)} \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \theta \partial \varphi} \right] - \right. \\
& \left. -\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right] \right].
\end{aligned}$$

Скоростная модель задается в виде отдельных поверхностей, которые определяют пласты с различными значениями скорости и ее вертикального градиента. Таким образом, в неоднородную скоростную модель среды были включены разрывы как непосредственно скорости, так и ее производных.

Трехмерное прямое продолжение временного поля в дальней зоне источника применяется при решении задач сейсморазведки с привлечением поля преломленных волн и выполняется в два этапа. На первом рассчитывается время прихода волны от источника до позиции образования преломленной волны на границе раздела, при этом применяется сетка лучей-изохрон. На втором этапе временное поле продолжается от позиции образования преломленной волны до области формирования изображения с применением цилиндрической сетки.

Таким образом, для трехмерного прямого продолжения временного поля в дальней зоне точечного источника необходимо выполнить следующие шаги:

- определить сетку лучей-изохрон;
- определить скоростные параметры в узлах сетки лучей-изохрон;
- рассчитать временное поле в узлах сетки лучей-изохрон;
- определить цилиндрическую сетку в дальней зоне источника;
- определить скоростные параметры в узлах цилиндрической сетки;
- рассчитать временное поле в узлах цилиндрической сетки.

Переход к трехмерной системе с осями координат: лучей – γ , изохрон – τ , которые вычисляются согласно скоростному закону $V = V_0(1 + \beta z)$, и азимутов – φ , выполняется согласно формулам

$$\begin{aligned}
\gamma &= \arctg \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{\beta(x^2 + y^2 + z^2) + 2z}; \\
\tau &= \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2(x^2 + y^2 + z^2)}{2(\beta z + 1)} + 1 \right]; \\
\varphi &= \arctg \frac{y}{x},
\end{aligned} \tag{5}$$

где γ , τ , φ – оси координат лучей, изохрон и азимутов соответственно.

Уравнения эйконала (1) в представленной трехмерной системе лучей-изохрон (5) имеет вид

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^2 + \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left[\left(\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left(\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right)^2 \right] &= \\
&= \frac{1}{V^2 \beta^2 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \cdot \operatorname{sh} \tau)^2}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Для конечно-разностной аппроксимации используется сетка лучей-изохрон с координатными осями γ , τ , φ и соответственными сеточными шагами $\Delta\gamma$, $\Delta\tau$, $\Delta\varphi$ по осям и сеточными координатами i, j, k . Время в произвольном узле расчетной сетки i, j, k , шаблон которой показан на рис. 2, обозначим $t_{i,j}^k$. Размеры пространственной сетки лучей-изохрон рассчитываются исходя из размеров параллелепипеда, где предстоит определить временное поле.

Явная схема прямого трехмерного продолжения временного поля с применением сетки лучей-изохрон записывается:

$$t_{i,j}^{k+1} = t_{i,j}^k + \Delta\tau \left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right] + \frac{\Delta\tau^2}{2} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \right], \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned}
\left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right] &= \left\{ \frac{1}{\beta^2 V_{i,j,k}^2 \omega^2} - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right]^2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right]^2 \right) \right\}^{\frac{1}{2}}, \\
\left[\frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \right] &= \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right]} \left\{ \frac{-\frac{\partial V}{\partial \tau}}{\beta^2 V_{i,j,k}^3 \omega^2} - \frac{\operatorname{sh} \tau - \cos \gamma \operatorname{ch} \tau}{\beta^2 V_{i,j,k}^2 \omega^3} - \frac{\cos \tau}{\operatorname{sh}^3 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \right)^2 - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \tau} \right] + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \tau \partial \varphi} \right] \right) \right\}, \\
\omega &= \operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau.
\end{aligned}$$

По явной схеме (7) производится расчет времени в узле $i, j, k + 1$ радиального уровня $k + 1$ по девяти значениям времени на предыдущем уровне k (рис. 2). Таким образом, продолжение временного поля выполняется в радиальном направлении от точечного источника до начального

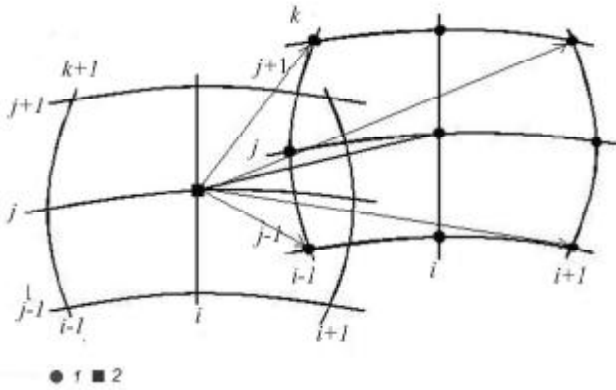


Рис. 2. Шаблон сетки явной конечно-разностной схемы трехмерного продолжения временного поля в дальней зоне точечного источника: 1 – узлы сетки, в которых временное поле определено; 2 – узлы сетки, в которых временное поле определяется; i, j, k – сеточные координаты

радиального уровня цилиндрической сетки. При этом в процессе расчетов отсутствует возможность определения времени в крайних линиях сетки при минимальных и максимальных значениях сеточных координат i, j . Кроме того, в некоторых узлах сетки получаются отрицательные значения подкоренных выражений в формулах, следовательно, решение кинематической задачи в этих узлах будет не определено и такие узлы будут пропущены. Для решения данных проблем в рассматриваемом алгоритме крайние значения времени, как и в случае с пропущенными узлами, доопределяются с помощью экстраполяции значений поля в соседних, по отношению к крайним или пропущенным, узлах.

В дальней зоне источника фронт волны преимущественно распространяется в близком к горизонтальному направлению. В связи с этим целесообразно воспользоваться цилиндрической системой координат для разбиения пространственной расчетной сетки, координаты которой r, z, ϕ , где r – радиус, z – глубина, ϕ – азимутальный угол. Предельные значения координат цилиндрической сетки обеспечивают полное покрытие ею области параллелепипеда, где предполагается получить результирующее временное поле. Значения сеточных шагов цилиндрической сетки $\Delta r, \Delta z, \Delta \phi$ выбираются, как и в случае сетки лучей-изохрон, из условия необходимой точности расчетного временного поля и удовлетворения условий устойчивости счета.

По аналогии с конечно-разностной схемой на сетке лучей-изохрон явная конечно-разностная схема для цилиндрической сетки имеет вид уравнения (4) с координатами: k – по оси r, i – по ϕ, j – по z .

Разностные выражения для $\frac{\partial t}{\partial r}$ и $\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}$ в формуле (4) для данной задачи могут быть представлены в виде

$$\left[\frac{\partial t}{\partial r} \right] = \left[\frac{1}{V^2} - \left(\left[\frac{\partial t}{\partial z} \right] \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \phi} \right] \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \right] = \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial r} \right]} \left\{ \frac{-\partial V}{V^3} - \left[\frac{\partial t}{\partial z} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial z \partial r} \right] - \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial t}{\partial \phi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \phi \partial r} \right] + \frac{1}{r^3} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \phi} \right] \right)^2 \right\}.$$

Стартовые значения времени на начальном уровне цилиндрической сетки определяются путем интерполяции по значениям времени в узлах сетки лучей-изохрон.

На заключительной стадии расчета трехмерного временного поля осуществляется пересчет временной функции с цилиндрической сетки на прямоугольную в области пространства, представляющего собой параллелепипед. Временное поле на прямоугольной сетке удобно для использования в дальнейших практических приложениях. Таким образом, выполняется трехмерное моделирование временного поля точечного источника.

При явной расчетной схеме прямого продолжения временного поля имеет место условная устойчивость разностного счета. Физическая природа условия сводится к требованию, чтобы произвольный сейсмический луч временного поля, проходящий в расчетный узел сетки, не выходил за пределы шаблона, образованного узлами разностной сетки. Результаты детального исследования устойчивости решения уравнения эйконала на пространственных сетках изложены в работах [2, 23].

Обратное продолжение трехмерного временного поля. Задача обратного продолжения трехмерного временного поля решается также с помощью разностной аппроксимации дифференциального уравнения эйконала. Обратное продолжение временного поля является основой для кинематической миграции, которая уже была детально описана [20]. Поэтому в данной работе будут только упомянуты основные моменты, касающиеся теоретических основ трехмерного обратного продолжения временного поля.

Для конечно-разностного решения задачи трехмерного обратного продолжения временного поля используется сетка треугольных призм с восьмиточечным шаблоном. Шаблон представляет собой обращенную вниз вершиной шестиугольную пирамиду. Схема решения разностного приближения дифференциального уравнения на данном шаблоне явная и позволяет определить значение времени t_7 на уровне сетки k по известным значениям времени $t_0 - t_6$ на уровне сетки $k + 1$.

Условие корректности задачи обратного продолжения временного поля на сетке треугольных призм заключается в том, что луч, проходящий через вершину пирамиды, образованной узлами шаблона, должен пересекать ее основание.

Трехмерная конечно-разностная кинематическая миграция выполняется последовательно для отдельных блоков, которые ограничены замкнутыми контурами нарушений. На земной поверхности контур конкретного блока определяется последовательностью точек пересечения или соприкосновения линий, описывающих данное нарушение. В трехмерном пространстве пересчет линий нарушений в глубину выполняется конечно-разностным продолжением временного поля на трехмерной косоугольной сетке. В результате выполнения 3D конечно-разностной кинематической миграции контур площадки, определенный на временном поле, преобразуется в глубинное изображение оконтуренной площадки.

Таким образом, при конечно-разностной миграции используются одновременно три разностные схемы расчета временного поля и его характеристик: одномерное продолжение в трехмерном пространстве отдельных лучей (при определении контакта двух криволинейных сторон контура и расчетной области), двумерное продолжение непрерывной криволинейной поверхности лучей (продолжение в глубину фрагмента боковой поверхности контура) и непосредственное восстановление трехмерного волнового поля в области расположения контура (определение на его основе отражающей поверхности).

Представленные конечно-разностные схемы прямого и обратного продолжения временного поля

обеспечивают квадратичную степень схождения сеточного решения к точечному дифференциальному решению по определению временного поля.

Модельные примеры. Разработанные трехмерные варианты моделирования временного поля и миграции были опробованы на практических материалах.

В качестве примера рассмотрим расчет трехмерного временного поля для скоростной модели, заданной в параллелепипеде размером 110×40×30 км по осям x, y, z соответственно. Скоростная модель определяется заданием переменной скорости по глубине (изменяется от 3000 до 6000 м/с), наличием плоской наклонной границы с переменным скачком скорости на ней, а также локального тела с повышенной скоростью в виде эллиптического усеченного конуса, кровля которого располагается на глубине 12 км.

На рис. 3 представлена карта поверхности границы с локальным выступом, на которой происходит скачок скорости, а на рис. 4 – вертикальное сечение скоростной модели по линии, соединяющей точку возбуждения и центр локального выступа, расположенный на расстоянии 60 км от точки возбуждения. Скачок скорости на границе имеет переменный характер и достигает максимального значения в 1500 м/с на поверхности локального выступа.

Рассмотрим результат определения временного поля в интервале расстояний 40–110 км от пункта возбуждения в виде верхнего среза (поверхностного годографа) трехмерного массива данных. Расчетный массив данных отвечает объему среды 40×110×30 км. На рис. 5 представлено сравнение результатов расчета временного поля при наличии

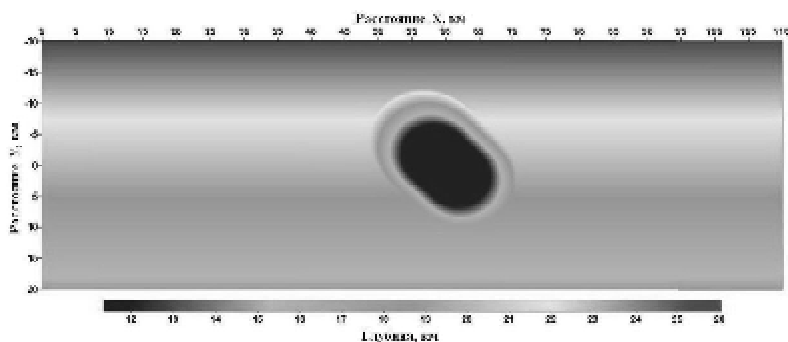


Рис. 3. Карта положения границы на трехмерной модели с разрывом в скоростной функции

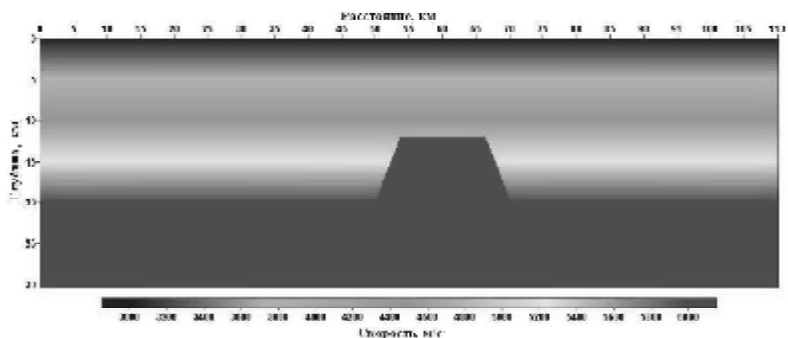


Рис. 4. Вертикальное сечение трехмерной скоростной модели с локальным выступом

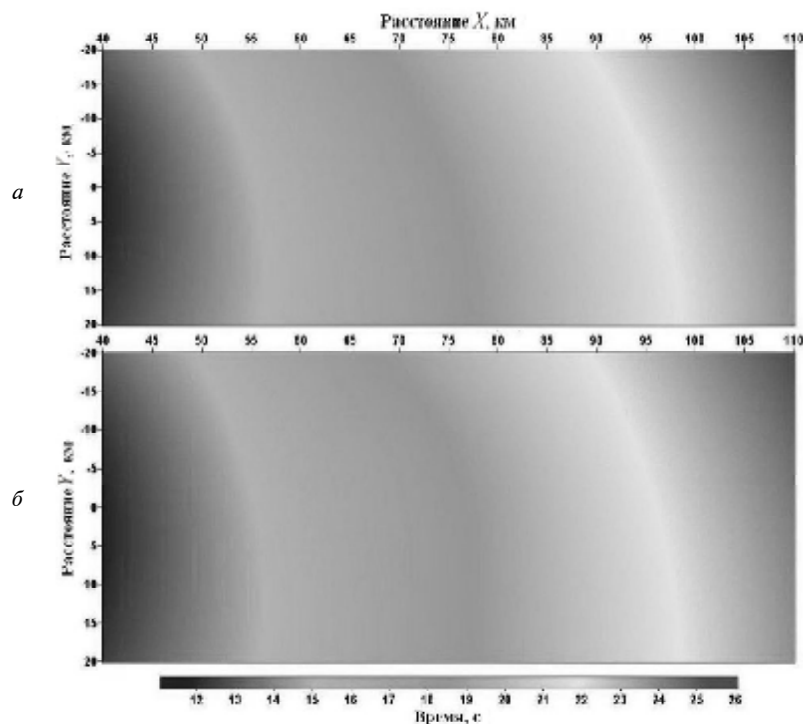


Рис. 5. Верхняя грань сеточного параллелепипеда, содержащая временное поле (площадной годограф): *а* – для модели без локального выступа; *б* – для модели среды с локальным выступом

локального аномального по скорости тела (рис. 5, *а*) и на поверхности параллелепипеда при отсутствии в модели выступа (рис. 5, *б*). На общем фоне поведения временного поля на поверхности, как видно на рис. 5, трудно выделить аномальный эффект от наличия выступа на границе.

Разность двух поверхностных годографов при наличии и отсутствии локального выступа демонстрируется на рис. 6, где отчетливо фиксируется отрицательная аномалия во временном поле, вызванная наличием в модели высокоскоростного включения.

Локальный характер аномалии временного поля от локального выступа преломляющей толщи свидетельствует о распространении преломленной волны по всему ее массиву, а не по ее поверхности. Асимметрия аномалии вызвана боковым наклоном преломляющей толщи.

Данный модельный пример может служить наглядным показателем того, насколько важно определение временного поля в среде со сложным строением, что особенно актуально для оценки кинематики волн при миграции.

В качестве демонстрации эффективного применения обратного продолжения временного поля для кинематической миграции приведем следующие модельные примеры с разным распределением скорости в среде: при постоянной и переменной скорости.

На выбранной глубинной поверхности (глубины 1400–4200 м) выбран прямоугольный контур (рис. 7, *а*), при этом скорость в среде считается постоянной – 2,5 км/с. Результат глубинного изображения заданного контура, полученного с применением трехмерной конечно-разностной кинематической миграции, показан на рис. 7, *б*. Как

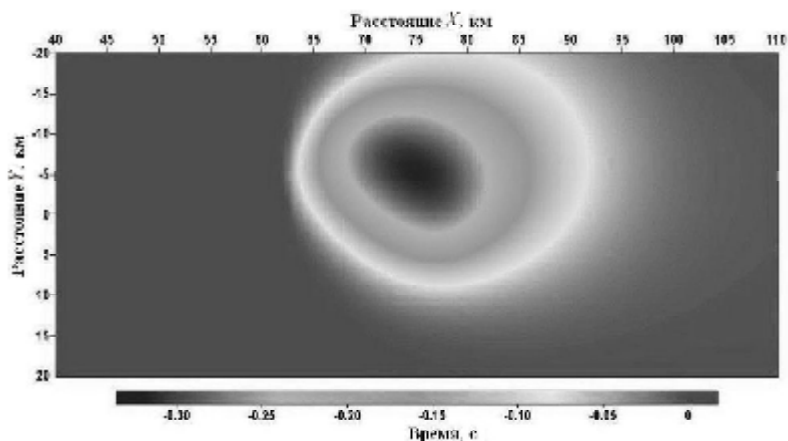


Рис. 6. Аномалия временного поля на площадном годографе, вызванная локальным выступом

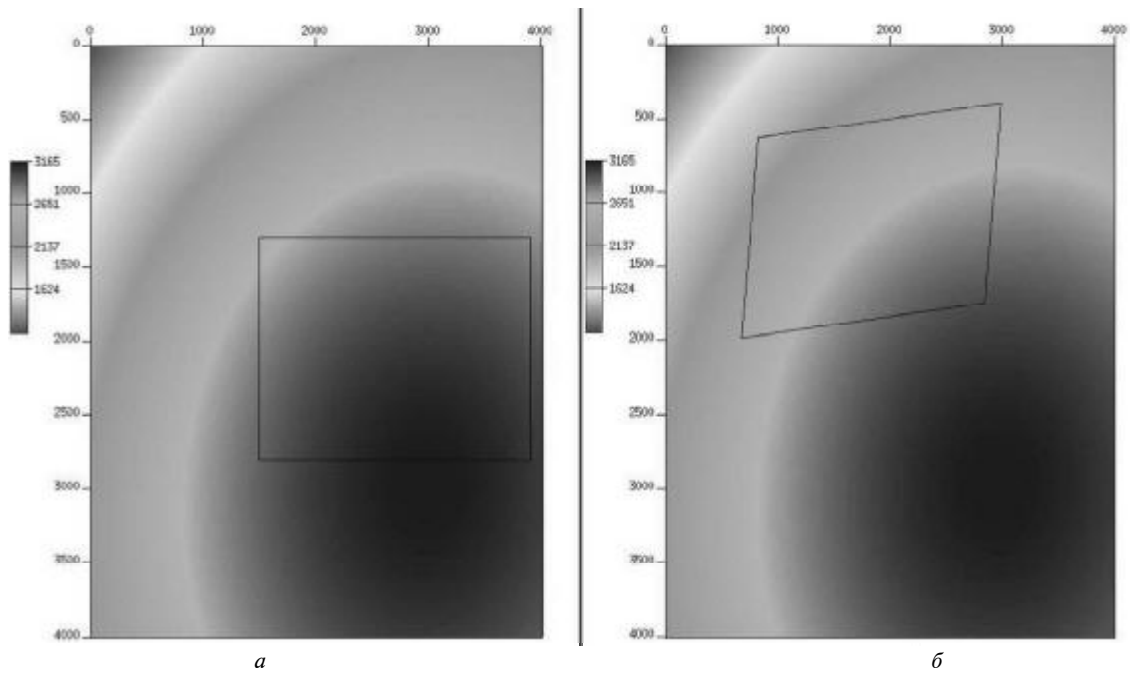


Рис. 7. Модельный пример применения трехмерной конечно-разностной кинематической миграции (скорость в среде постоянная): *a* – прямоугольный контур на глубинной поверхности; *б* – глубинное изображение заданного контура

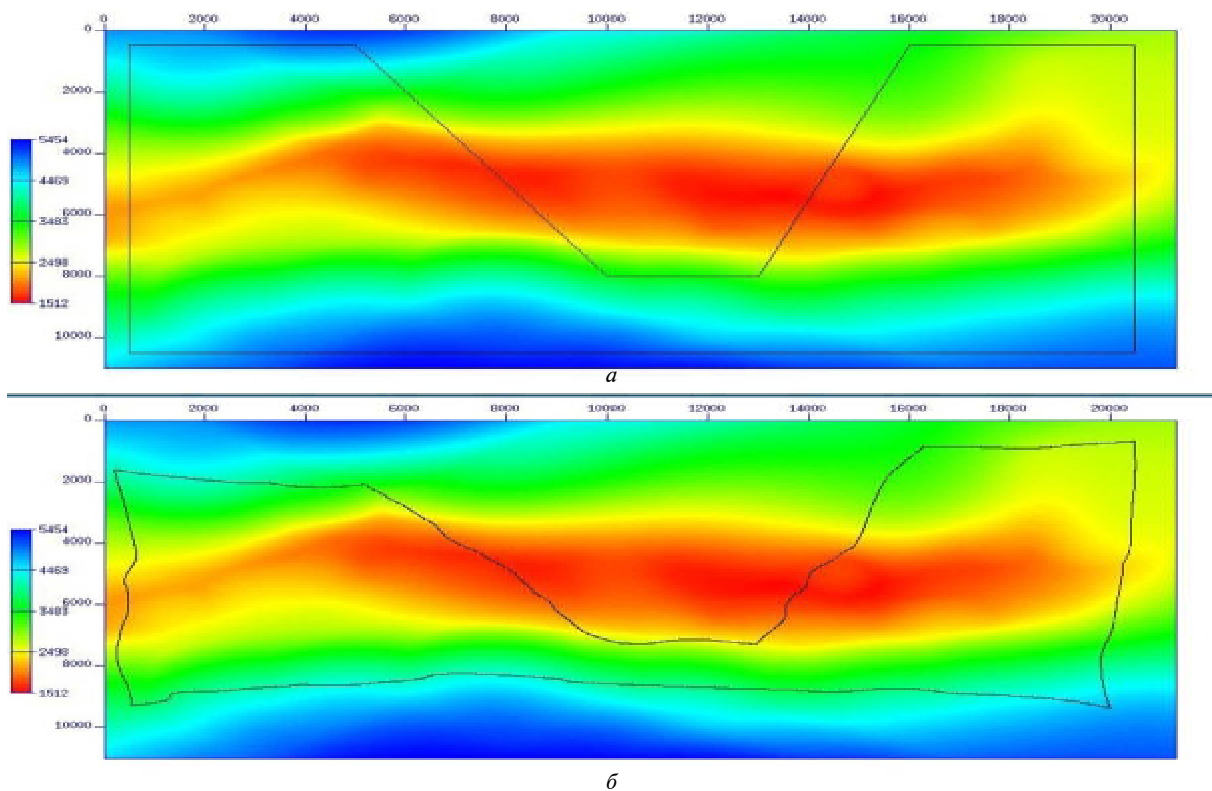


Рис. 8. Модельный пример применения трехмерной конечно-разностной кинематической миграции (скорость в среде переменная): *a* – контур на глубинной поверхности; *б* – глубинное изображение заданного контура

видим, линии контура остались прямыми, однако изменился их наклон.

Следующий пример демонстрирует применение обратного продолжения временного поля в условиях среды со сложным скоростным строением. На рис. 8, *a* показан произвольной формы контур на заданной глубинной поверхности, на рис. 8, *б* – форма контура, сформированного после применения кинематической миграции. В дан-

ном случае контур не только поменял наклон, но и значительно изменил форму.

На этих и других примерах была исследована корректность разработанного алгоритма путем оценки влияния изменений сеточных параметров на результирующие временные поля. Как показали расчеты, даже при двукратном изменении шагов сетки значения временного поля не меняются более чем на доли процента.

Практический пример. Трехмерная конечно-разностная кинематическая миграция поверхностей двойного времени применяется при решении задач структурно-тектонического моделирования. Рассмотрим результат построения глубинной поверхности по 3D сейсмическому материалу на Решетняковской площади, расположенной в юго-восточной части Днепровско-Донецкой впадины (ДДВ) в зоне развития Старосанжарского соляного штока. Кроме данных 3D сейсмической съемки для указанного района ДДВ накоплен значительный материал по результатам 2D сейсмических исследований прошлых лет, что дает возможность оценить преимущества и недостатки разрабатываемой методики.

В качестве объекта структурно-тектонического моделирования с применением трехмерной конечно-разностной кинематической миграции был

выбран отражающий сейсмический горизонт, который соответствует отложениям триасового возраста. Поведение сейсмической границы данного горизонта в пределах площади исследований однозначно контролируется в волновом поле сеймостратиграфическим несогласием, которое связано с размытой поверхностью триаса и несогласно залегающими на ней отложениями юрской системы.

Кинематическая интерпретация отражающего горизонта на уровне отложений пермотриаса выполнялась по немигрированным данным 2D сейсмических исследований (рис. 9, 10) с одновременной ее увязкой по волновому полю суммарного 3D сейсмического куба (рис. 11). В процессе совместной интерпретации 2D и 3D сейсмических данных, помимо системы продольных и поперечных сбросов в центральной части

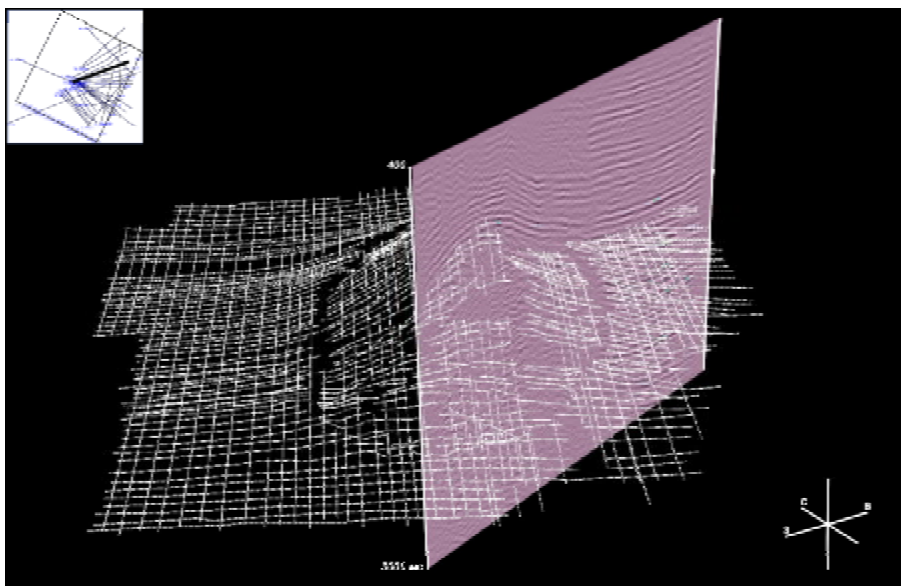


Рис. 9. Сопоставление сейсмической корреляции отражающей границы на уровне отложений пермотриаса по данным 3D сейсмического куба с волновым полем 2D профиля

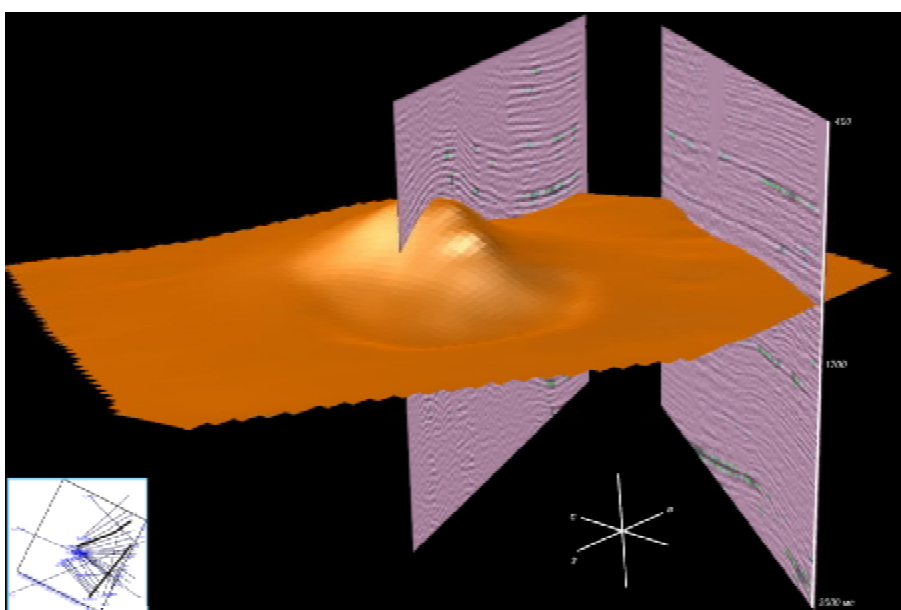


Рис. 10. Объемный контроль соответствия поверхности двойного времени отражающим границам суммарного волнового поля 2D сейсмических разрезов

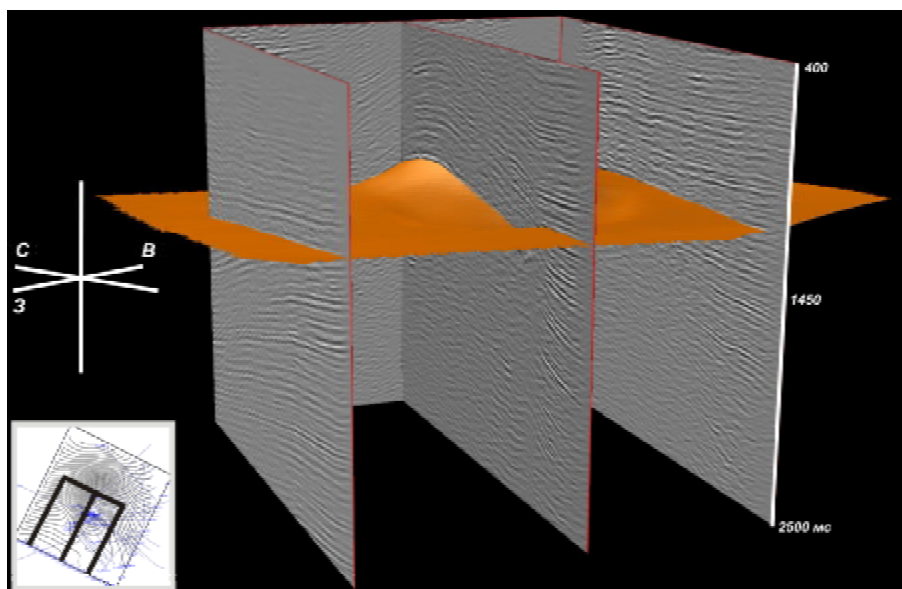


Рис. 11. Объемный контроль соответствия поверхности двойного времени отражающим границам суммарного волнового поля 3D сейсмического куба

структуры, были выделены малоамплитудные тектонические нарушения, обусловленные соляным тектогенезом.

По результатам кинематической интерпретации была построена поверхность двойного времени (рис. 12, а), которая использовалась для последующей трансформации “время–глубина” с применением трехмерной конечно-разностной кинематической миграции (рис. 12, б). Применение трехмерной конечно-разностной кинематической миграции позволило получить глубинное изображение заданных контуров тектонических блоков для последующего их учета в процессе структурно-тектонического моделирования [20].

В данном практическом примере ставилась задача с помощью пространственной миграции выделить области флексуобразных осложнений глубинной поверхности, которые позволяли бы

более однозначно выполнять тектоническое моделирование. Кроме того, предполагалось определить критерии выделения амплитуды тектонических нарушений, от которых зависят корректность и устойчивость алгоритма конечно-разностного продолжения временного поля в рамках решаемой задачи. С этой целью малоамплитудные дизъюнктивы трассировались в виде пропусков корреляции. Полученные результаты применения трехмерной конечно-разностной кинематической миграции подтвердили ее эффективность при построении структурно-тектонической модели среды.

Выводы. Трехмерное прямое и обратное конечно-разностные продолжения временного поля основываются на непосредственном решении уравнения эйконала, что позволяет применять их при исследованиях районов со сложным геологическим строением. Конечно-разностный метод дает воз-

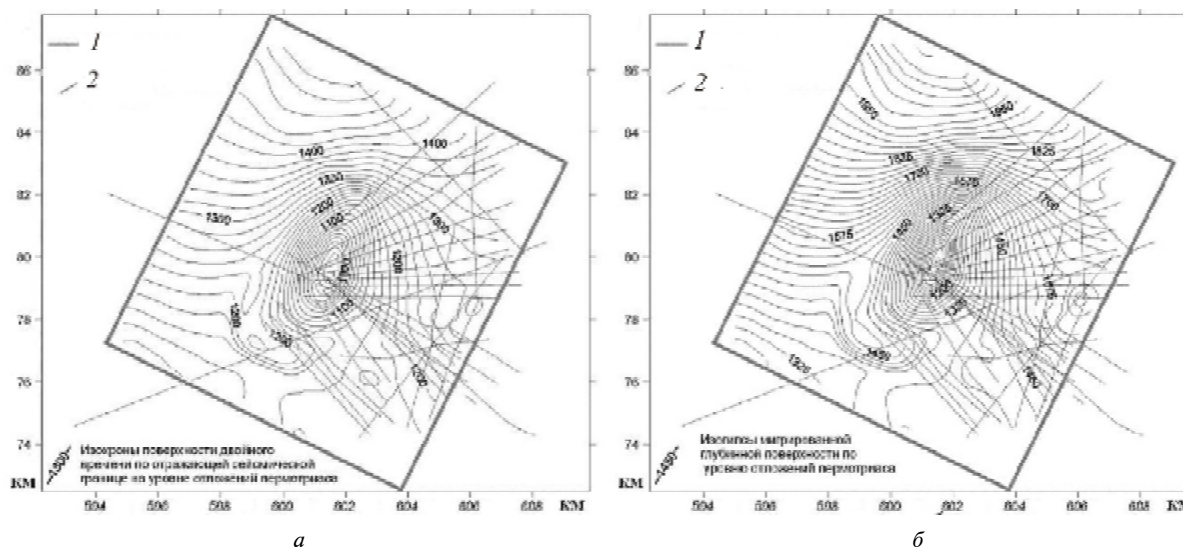


Рис. 12. Сравнение результатов построения отражающего горизонта: а – карта поверхности двойного времени, увязанной с волновым полем 2D и 3D сейсмическими данными по площади; б – результат трехмерной конечно-разностной кинематической миграции временной поверхности по отражающей границе на уровне отложений пермотриаса; 1 – границы 3D сейсмической съемки; 2 – линии 2D сейсмических профилей

возможность задавать скоростные модели в дискретной форме, что совместно со строгой квадратичной степенью аппроксимации дифференциального уравнения эйконала конечно-разностным с применением специального вида сеток гарантирует устойчивость определения значений временного поля в произвольно неоднородной среде.

Полученные результаты применения трехмерных процедур моделирования и миграции, основанных на прямом и обратном продолжениях временного поля, подтверждают теоретические выводы об устойчивости и высокой точности расчетов на базе конечно-разностного решения уравнения эйконала. Кроме того, применение трехмерного продолжения временного поля на модельных и практических материалах позволяет сделать вывод об эффективности использования конечно-разностного расчета временного поля для трехмерных существенно неоднородных моделей среды.

Практическое применение трехмерной конечно-разностной кинематической миграции показало не только возможность корректного учета пространственного сейсмического сноса при структурно-тектоническом моделировании, но также эффективность предложенной методики при совместной интерпретации частично перекрывающихся и дополняющих друг друга 2D и 3D сейсмических съемок.

1. *Пилипенко В.Н.* Применение численного варианта метода полей времен в интерпретации материалов сейсморазведки // Геофизические исследования на Украине. – Киев: Техника, 1973. – С. 20–28.
2. *Пилипенко В.Н.* Численный метод полей времен для построения сейсмических границ. // Обратные кинематические задачи взрывной сейсмологии. – М.: Наука, 1979. – С. 124–181.
3. *Červený V.* Seismic rays and ray intensities in inhomogeneous anisotropic media // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. – 1972. – **29**.
4. *Павленкова Н.И., Пилипенко В.Н., Роман В.И.* Методика составления скоростных разрезов земной коры. – Киев: Наук. думка, 1972. – 215 с.
5. *Wang B., Pann K.* Comparison of velocity sensitivity of kinematic migration in common-shot and common-offset domains // SEG Technical Program Expanded Abstracts. – 1995. – P. 1193–1196.
6. *Teimoorneghad K., Poroohan N.* Application of Seismic Tomography Techniques in Dam Site // Int. J. Geology. – 2001. – 1, iss. 3. – P. 61–69.
7. *Vidale J.E.* Finite-difference calculations of traveltimes // Bull. Seism. Soc. Am. – 1988. – **78**. – P. 2062–2076.
8. *Vidale J.E.* Finite-difference calculations of traveltimes in three dimensions // Geophysics. – 1990. – **55**. – P. 521–526.
9. *Van Trier J., Symes W.* Upwind finite-difference calculation of traveltimes // Ibid. – 1991. – **55**. – P. 521–526.
10. *Podvin P., Lecomte I.* Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: A massively parallel approach and its associated tools // Geophys. J. Int. – 1991. – **105**. – P. 271–284.
11. *Fowler P.* Finite-differences solutions of the 3D Eikonal equation in spherical coordinates // Ann. Meet. Expanded Abstracts. – 1994. – P. 1394–1397.
12. *Schneider W.* Robust, efficient upwind finite-difference traveltime calculations in 3D // Ann. Meet. Expanded Abstracts. – 1993. – P. 1402–1405.
13. *Rawlinson N., Sambridge M.* Wavefront evolution in strongly heterogeneous layered media using the Fast Marching Method // Geophys. J. Int. – 2004. – **156**. – P. 631–647.
14. *Zelt B.C., Ellis R.M., Zelt C.A. et al.* Three-dimensional crustal velocity structure beneath the Strait of Georgia, British Columbia // Ibid. – 2001. – **144**. – P. 695–712.
15. *Day A.J., Peirce C., Sinha M.C.* Three-dimensional crustal structure and magma chamber geometry at the intermediate-spreading, back-arc Valu Fa Ridge, Lau Basin – results of a wide-angle seismic tomographic inversion // Ibid. – 2001. – **146**. – P. 31–52.
16. *De Kool M., Rawlinson N., Sambridge M.* A practical grid based method for tracking multiple refraction and reflection phases in 3d heterogeneous media // Ibid. – 2006. – **167**. – P. 253–270.
17. *Gray S.H., May W.P.* Kirchhoff migration using eikonal equation traveltimes // Geophysics. – 1994. – **59**, N 5. – P. 810–817.
18. *Popovici A., Sethian J.* 3-D imaging using higher order fast marching traveltimes // Ibid. – 2002. – **67**, N 2. – p. 604–609.
19. *Mo L.W., Harris J.M.* Finite-difference calculation of direct-arrival traveltimes using the eikonal equation // Ibid. – 2002. – **67**, N 4. – P. 1270–1274.
20. *Пилипенко В.Н., Вернаховская А.О., Кекух Д.А.* Интерпретация данных 3D сейсморазведки с применением конечно-разностной кинематической миграции // Геофиз. журн. – 2009. – **31**, № 1. – С. 16–27.
21. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. – М.: Гостехтеоретиздат, 1953. – Т. 4.
22. *Červený V., Molotkov I.A. and Pšeničik I.* Ray Method in Seismology. – Praha: Univ. Karlova Press, 1977.
23. *Пилипенко В.Н., Вернаховская А.О.* Исследование особенностей миграционных преобразований поля преломленных волн с использованием 2D и 3D конечно-разностного моделирования сейсмограмм // Геофиз. журн. – 2008. – **30**, № 1. – С. 84–96.

Поступила в редакцию 17.05.2011 г.

ПРОДОЛЖЕНИЕ ВРЕМЕННОГО ПОЛЯ В ТРЕХМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ В ПРОЦЕДУРАХ ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Конечно-разностное продолжение временного поля, которое выполняется путем непосредственного решения уравнения эйконала, является одним из эффективных методов реализации таких процедур обработки и интерпретации сейсмических данных, как миграционные преобразования и моделирования. В статье представлены теоретические основы и алгоритмы трехмерного конечно-разностного прямого и обратного продолжения временного поля. Оригинальность и новизна предложенного метода решения уравнения эйконала состоят в строгой квадратичной степени аппроксимации дифференциального уравнения эйконала конечно-разностным с применением специального вида сеток. Эффективность применения продолжения временного поля в трехмерной неоднородной среде, основанного на конечно-разностном решении уравнения эйконала, показана на модельных и реальных материалах.

Ключевые слова: конечно-разностное продолжение временного поля, миграция, моделирование, уравнение эйконала.

ПРОДОВЖЕННЯ ЧАСОВОГО ПОЛЯ У ТРИВИМІРНОМУ НЕОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ В ПРОЦЕДУРАХ ОБРОБКИ ТА ІНТЕРПРЕТАЦІЇ СЕЙСМІЧНИХ ДАНИХ

Скінченнорізничеве продовження часового поля, що виконується безпосереднім розв'язанням рівняння ейконала, є одним із ефективних методів реалізації таких процедур обробки і інтерпретації сейсмічних даних, як міграційні перетворювання і моделювання. У статті наведено теоретичні основи і алгоритми тривимірного скінченнорізничевого прямого і оберненого продовження часового поля. Оригінальність і новизна запропонованого методу розв'язку рівняння ейконала полягають у строгому квадратичному степені апроксимації диференціального рівняння ейконала скінченнорізничевим із застосуванням спеціального виду сіток. Ефективність застосування продовження часового поля у тривимірному неоднорідному середовищі на засадах скінченнорізничевого розв'язку рівняння ейконала показано на модельних і реальних матеріалах.

Ключові слова: скінченнорізничеве продовження часового поля, міграція, моделювання, рівняння ейконала.