

М.Н. Маркова, Е.П. Лапина

## ПРАКТИЧЕСКИЙ ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, РЕАЛИЗУЮЩЕГО АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ, И РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

В условиях сильнопересеченной местности в наблюдаемые данные существенный вклад вносит характер рельефа. В исходном поле отражаются не только аномальные массы, но и особенности топографии района исследований. Как следствие этого, результат качественного анализа источников поля может содержать ошибки. Предложен метод проведения качественного анализа исходных данных с использованием некоторой совокупности трансформант и аналитической аппроксимации потенциальных полей. Все математические процедуры обобщены, создано программно-алгоритмическое обеспечение, эффективность которого продемонстрирована на двух практических примерах.

**Ключевые слова:** качественный анализ, аналитическая аппроксимация, гравитационное поле, рельеф земной поверхности, минимизация функционала, метод подсобных тел, трансформанты.

**Введение.** При интерпретации гравимагнито-разведочных данных возникает целая система вычислительных работ, которая должна решать вопросы качественного анализа. Исходные поля подвергаются различным преобразованиям и трансформациям. При наблюдениях, выполненных в горной местности, вид аномальных полей зависит не только от формы и положения возмущающих объектов, но и в значительной степени от характера рельефа изучаемого района. В таких случаях при интерпретации данных всегда возникает проблема вычисления поля в точках горизонтальной плоскости по значениям, измеренным в разновысотных пунктах наблюдения. Для решения этой задачи применяется алгоритм аппроксимации аномальных полей аналитической функцией. Будем полагать, что аппроксимационная конструкция исходного поля состоит из совокупности гармонических функций. Исходное поле заменяется полем некоторой модели.

Первые шаги в указанном направлении были сделаны в работах М.С. Молоденского [14], А.К. Маловичко [13], С.В. Шалаева [19], В.И. Страхова [16, 17]. Затем данный подход получил развитие в работах В.И. Аронова [3, 4], В.М. Гордина [2], В.И. Старостенко [1, 15], А.С. Долгаля [11], Г.А. Трошкова [18]. В дальнейшем была рассмотрена задача аналитической аппроксимации аномалии силы тяжести и аномального магнитного поля в работах Е.Г. Булаха и др. [5–10].

В предлагаемой статье проиллюстрирован практический опыт решения обратных задач гравимагнитометрии и использования некоторых трансформант. Созданное программное обеспечение реализуется алгоритмом аппроксимации аномальных полей аналитической функцией.

**Постановка задачи.** Пусть массы, обладающие избыточной плотностью или однородно намагниченные, сосредоточены в некоторых односвязных областях  $D_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, jk$ , обуславливая в точках земной поверхности аномальное гравитационное или магнитное поле. В этом поле выбрано  $n$  точек и сформирован массив данных

$$U_{\text{исх}}(x_i, y_i, z_i) = U_{\text{исх}}(i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Под функцией  $U_{\text{исх}}(i)$  будем понимать аномальное магнитное поле или аномалию силы тяжести, его производные или построенные трансформанты. Далее можно было бы перейти к качественному анализу аномального поля, при котором каждая его вариация соответствовала бы геологическому объекту. Однако некоторые обстоятельства могут сильно усложнить решение такой задачи. Если аномальное поле определено в разновысотных точках земной поверхности, то данный факт может существенно повлиять на общую структуру исходного поля. В связи с этим исходное поле (1) заменяется аналитической функцией с использованием подсобных моделей геологического строения (по А.К. Маловичко [13]).

При анализе поля (1) изучаются априорные данные о строении района исследований, составляется начальная геологическая модель. С этого момента интерпретационная задача решается в выбранном модельном классе. Каждый класс описывается соответствующей совокупностью параметров

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}. \quad (2)$$

В нашем примере каждое гравитирующее тело состоит из трех взаимно перпендикулярных материальных стержней. Точка пересечения стержней

ней является центром симметрии тела. Каждый стержень вытянут по направлению координатной оси.

Функцию (1) представим полем от совокупности стержней. Пусть модель содержит  $m$  таких тел. Центры тяжести каждого из них определяются параметрами  $(c_x, c_y, h)_j, j = 1, 2, \dots, m$ . Длины стержней —  $(2t_x, 2t_y, 2t_z)_j$ , их линейные избыточные массы —  $(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)_j$ . Если площадь поперечного сечения стержня  $\Delta s_j$ , то  $\lambda_j = \sigma_j \cdot \Delta s_j, j = 1, 2, \dots, m$ , где  $\sigma_j$  — объемная избыточная плотность. Выражение (2) можно записать так:

$$P = \left\{ m, (c_x, c_y, h)_j; (2t_x, 2t_y, 2t_z)_j; (\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)_j \right\}, \quad (3) \\ j = 1, 2, \dots, m.$$

Параметры (3) определяют аппроксимационную модель. Теперь нетрудно получить аналитические выражения для вычисления аномалии силы тяжести, которая обусловлена элементарными трехстержневыми телами (3). Запишем эффект от каждого стержня:

вертикальный стержень длиной  $2t_z$ :

$$\Delta g_z(x, y, z) = V1_z(x, y, z) = \\ = \frac{-k\lambda_z}{\left[ (c_x - x)^2 + (c_y - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{3/2}} \Bigg|_{h-t_z}^{h+t_z};$$

первый горизонтальный стержень длиной  $2t_y$ :

$$\Delta g_y(x, y, z) = V2_z(x, y, z) = \\ = \frac{k\lambda_y(\eta - y)(h - z)}{\left[ (c_x - x)^2 + (h - z)^2 \right] \left[ (c_x - x)^2 + (\eta - y)^2 + (h - z)^2 \right]^{1/2}} \Bigg|_{c_y-t_y}^{c_y+t_y};$$

второй горизонтальный стержень длиной  $2t_x$ :

$$\Delta g_x(x, y, z) = V3_z(x, y, z) = \\ = \frac{k\lambda_x(\xi - x)(h - z)}{\left[ (c_y - y)^2 + (h - z)^2 \right] \left[ (\xi - x)^2 + (c_y - y)^2 + (h - z)^2 \right]^{1/2}} \Bigg|_{c_x-t_x}^{c_x+t_x}.$$

Вычислим теоретическое поле, обусловленное выбранной моделью:

$$\Delta g t(x, y, z) = \sum_{j=1}^m \Delta g t_j(x, y, z) = \sum_{j=1}^m V_z t(x, y, z, p_j); \quad (4) \\ V_z t(i, P) = V1_z(i, P) + V2_z(i, P) + V3_z(i, P).$$

Для аномального магнитного поля общая геологическая модель, состоящая из совокупности стержней, определена такой последовательностью параметров:

$$P = \left\{ m, (c_x, c_y, h)_j; (2t_x, 2t_y, 2t_z)_j; (I_x, I_y, I_z)_j \right\}, \quad (5) \\ j = 1, 2, \dots, m,$$

где  $m$  — количество элементарных тел;  $(c_x, c_y, h)$  — центры тяжести тел;  $(2t_x, 2t_y, 2t_z)$  — длины стержней;  $(I_x, I_y, I_z)$  — составляющие вектора интенсивности намагниченности стержневых масс.

Получим аналитические выражения для вычисления теоретического поля — составляющих вектора напряженности аномального магнитного поля. Поочередно рассмотрим поля, обусловленные каждым материальным стержнем.

*Вертикальный стержень.* Его длина  $2t_z$ . Вектор интенсивности намагниченности определен составляющими  $(0, 0, I_z)$ . Ко всем функциям, которые относятся к вертикальному стержню, допишем индекс 1. Запишем:

$$T_x 1 = I_z V1_{xz}, \quad T_y 1 = I_z V1_{yz}, \quad T_z 1 = I_z V1_{zz}. \\ T_x 1 = -I_{\lambda z} \frac{c_x - x}{R_z^3} \Bigg|_{h-t_z}^{h+t_z}; \quad T_y 1 = -I_{\lambda z} \frac{c_y - y}{R_z^3} \Bigg|_{h-t_z}^{h+t_z}; \quad (6) \\ T_z 1 = -I_{\lambda z} \frac{\zeta - z}{R_z^3} \Bigg|_{h-t_z}^{h+t_z}.$$

Здесь  $I_{\lambda z}$  — линейное намагничение стержня,  $I_{\lambda z} = I_z \Delta^2$ ;  $\Delta^2$  — площадь поперечного сечения стержня,  $R_z = \left[ (c_x - x)^2 + (c_y - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{1/2}$ .

Легко получить две другие функции.

*Первый горизонтальный стержень* расположен параллельно оси ординат. Его длина  $2t_y$ . Добавим индекс 2 к идентификаторам функций, которые связаны с этим стержнем. Вектор интенсивности намагниченности масс имеет составляющие  $(0, I_y, 0)$ . Теоретическое поле запишется так:

$$T_x 2 = I_y V1_{xy}, \quad T_y 2 = I_y V1_{yy}, \quad T_z 2 = I_y V1_{yz}.$$

Как и для вертикального стержня, можно записать

$$T_x 2 = -I_{\lambda y} \frac{c_x - x}{R_y^3} \Bigg|_{c_y-t_y}^{c_y+t_y}; \quad T_y 2 = -I_{\lambda y} \frac{\eta - y}{R_y^3} \Bigg|_{c_y-t_y}^{c_y+t_y}; \quad (7) \\ T_z 2 = -I_{\lambda y} \frac{h - z}{R_y^3} \Bigg|_{c_y-t_y}^{c_y+t_y}.$$

Здесь  $R_y = \left[ (c_x - x)^2 + (\eta - y)^2 + (h - z)^2 \right]^{1/2}$ .

*Второй горизонтальный стержень* расположен параллельно оси абсцисс. Его длина  $2t_x$ . Добавим индекс 3 к идентификаторам функций, которые связаны с этим стержнем. Вектор интенсивности намагниченности масс имеет составляющие  $(I_x, 0, 0)$ . Теоретическое поле запишется так:

$$T_x 3 = I_x V1_{xx}, \quad T_y 3 = I_x V1_{xy}, \quad T_z 3 = I_x V1_{xz}.$$

По аналогии запишем в окончательном виде

$$T_x 3 = -I_{\lambda x} \frac{\xi - x}{R_x^3} \Big|_{cx-tx}^{cx+tx}; \quad T_y 3 = -I_{\lambda x} \frac{c_y - y}{R_x^3} \Big|_{cx-tx}^{cx+tx};$$

$$T_z 3 = -I_{\lambda x} \frac{h - z}{R_x^3} \Big|_{cx-tx}^{cx+tx}.$$

Здесь  $R_x = [(\xi - x)^2 + (c_y - y)^2 + (h - z)^2]^{1/2}$ .

Теперь магнитное поле трехстержневой модели можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} T_x &= T_x 1 + T_x 2 + T_x 3 \\ T_y &= T_y 1 + T_y 2 + T_y 3 \\ T_z &= T_z 1 + T_z 2 + T_z 3 \end{aligned} \right\}.$$

Создана модель начального приближения, описанная последовательностью параметров (3) для аномального гравитационного поля и последовательностью параметров (5) для аномального магнитного поля. Может быть вычислено теоретическое поле в точках, координаты которых записаны в последовательности (1). С помощью специально построенного функционала сопоставляются теоретическое и наблюдаемое поля. Задача заключается в том, чтобы найти составляющие вектора  $P$  – выражение (3) или (5), при которых массив невязок  $\varepsilon_i = Un(i) - Ut(i, P)$  был бы минимальным. В результате решения обратной задачи получаем численные значения параметров аппроксимационной модели. Эти результаты позволяют аппроксимировать исходное поле аналитической функцией и, возможно, установить интегральные характеристики той модели, которая обусловила данное аномальное поле.

Таким образом, результаты решения обратной задачи дают возможность построить обобщенную геологическую схему – модель изучаемого района. Ниже рассмотрены практические примеры решения обратной задачи магнитометрии и гравиметрии, на которых продемонстрируем эффективность применения программного обеспечения в условиях реального геологического строения выбранных участков исследования.

**Практический пример решения обратной задачи гравиметрии.** На рис. 1, а показано аномальное гравитационное поле, которое отображает влияние геологических пород, приведенных на центральном разрезе  $y=0$  (рис. 2). На рис. 2 четко видна земная поверхность с изгибами, возвышенностями и достаточно плотными горными породами, создающими гравитационное поле. В равнинных областях это поле незначительно, и его можно не учитывать. В данном примере учет влияния топографических масс играет особую роль. Самая высокая точка на земной поверхности имеет координату  $z = 1,7$  км и плотность пород  $3,0 - 3,1$  г/см<sup>3</sup>. Такое обстоятельство может внести заметные искажения в результаты геологической интерпретации. Вычислим аномальный эффект от приповерхностного слоя.

Таким образом, нужно решить обратную трехмерную задачу гравиметрии с учетом аномального эффекта от топографических масс. Приведем основные этапы решения задачи.

*Первый этап.* Аппроксимация рельефа земной поверхности.

На рис. 1, б представлена карта-схема рельефа земной поверхности. Горизонтальные координаты

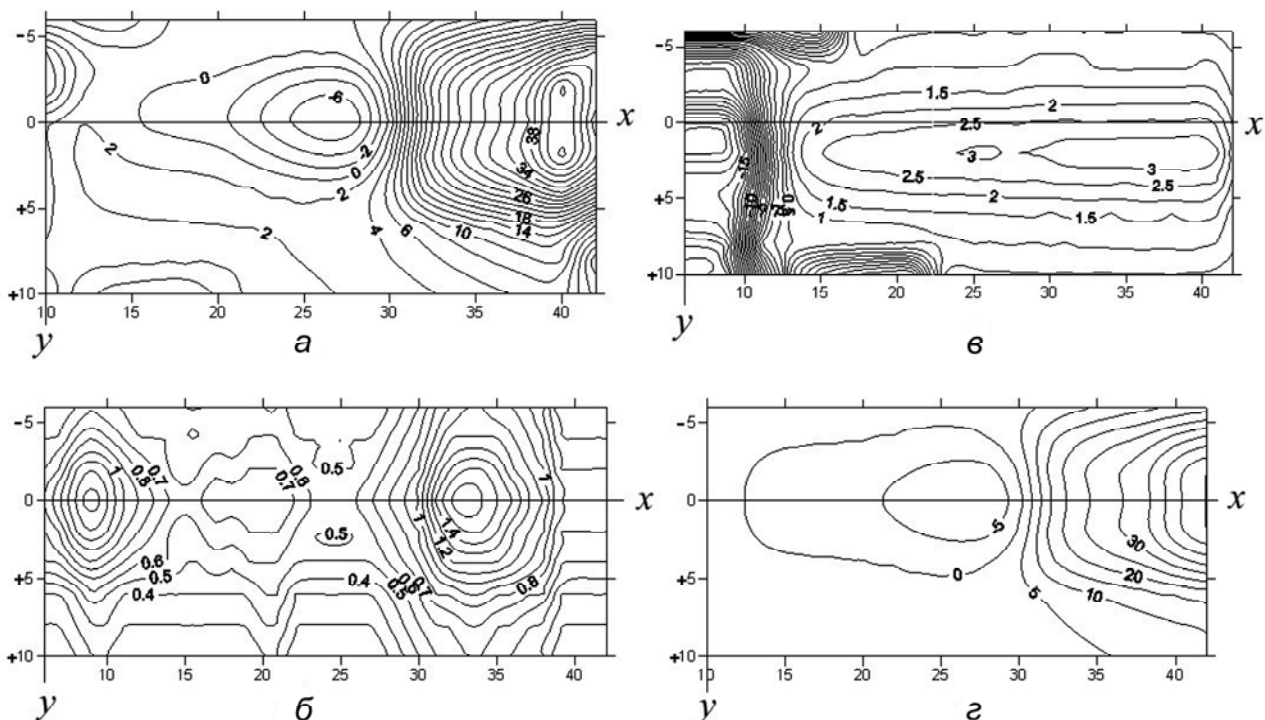


Рис. 1. Аномальные поля и карта-схема рельефа местности: а – наблюдаемое аномальное поле; б – карта-схема рельефа местности; в – аномалия силы тяжести от приповерхностного слоя; г – аномалия силы тяжести без влияния рельефных масс

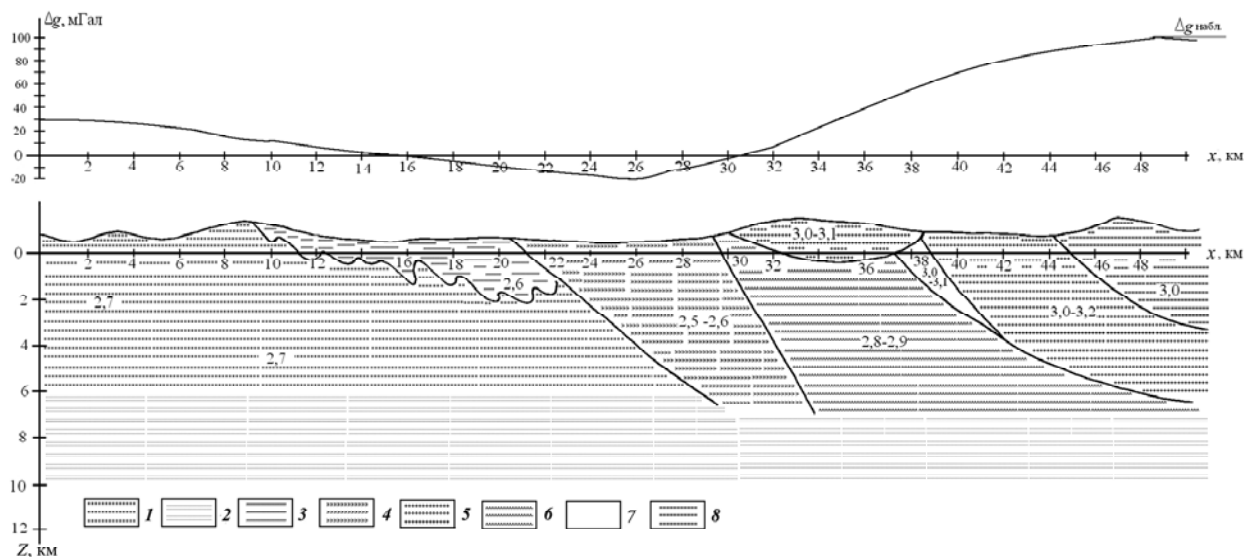


Рис. 2. Профиль  $y = 0$ . Геологическая модель и наблюдаемое аномальное поле  $\Delta g_{\text{набл}}$ : 1 – вулканы основного состава, песчаники, сланцы, алевролиты; 2 – гранито-гнейсовый слой; 3 – песчаники, кварциты, сланцы; 4 – углисто-глинистые, глинисто-кремнистые сланцы, филлиты; 5 – гипербазиты; 6 – основные вулканы; 7 – габбро-амфиболиты; 8 – пироксениты и титаномagnetиты

ты фиксируются в условной системе координат. Отметки рельефа заданы таблично, как функция горизонтальных координат. Имеем:

$$Zn(x_i, y_i) = Zn(i), \quad i = 1, 2, \dots, 333. \quad (10)$$

Отметим, что точки выбирались на изолиниях рельефа. Можно полагать, что они достаточно точно отражают геометрические особенности исходных данных. Представим эту функцию аналитическим выражением

$$Zt(x, y, P) = \sum_{j=1}^m \frac{A_j}{\left[1 + Q1_j(x - x_{0j})^2 + Q2_j(y - y_{0j})^2\right]^2},$$

где  $P = \{A_j, Q1_j, Q2_j\}$ .

Теоретическая функция описана параметрами аппроксимационного построения. Для ее определения необходимо зафиксировать массив узловых точек или каркасную сеть:  $(x_{0j}, y_{0j})$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , которая определяет структуру теоретической функции. Точки ее размещены равномерно по квадратной сети. Их координаты вычислены из таких исходных данных:

$$x_n = 6; \quad dx = 2; \quad x_k = 42; \quad y_n = -6; \quad dy = 2; \quad y_k = 10. \quad (11)$$

Всего точек в массиве  $19 \times 9 = 171$ . Теперь в выбранных ранее 333 точках должна быть вычислена теоретическая функция  $Zt(x, y, P)$ . Задача решается с помощью сопоставления наблюдаемых (10) и теоретически полученных данных. Невязки сопоставления минимизируются. Параметры для теоретической функции  $Zt(x, y, P)$  получают свои численные значения. Таким образом, рельеф земной поверхности представлен аналитической функцией, и в любой точке области  $D: [6, 42; -6, 10]$  можно найти глубину заложения земной поверх-

ности  $Zt = Zt(\eta, \zeta)$ . Решение этой задачи опубликовано в работе [8].

*Второй этап.* Вычисление аномалии силы тяжести, обусловленной массами приповерхностного слоя.

На рис. 1, б изображен рельеф земной поверхности. Горные породы, которые размещены ниже, характеризуются своими плотностными параметрами. Высотные отметки точек земной поверхности позволяют установить, что выше отметки 1,7 км горных пород нет. Зафиксируем горизонтальную плоскость  $Z = H_0 = 1,7$  км. В данной плоскости определим начало новой системы координат, это будет точка с координатами в старой системе  $(x = 33; y = 0)$ . Ось аппликата направим вертикально вниз, ось абсцисс оставим без изменений; все ординаты получают отрицательное значение. Таким образом,

$$x = x_0; \quad y = -y_0; \quad z = H_0 - z_0.$$

Теперь рельеф земной поверхности запишется новым массивом

$$Zn(x_i, y_i) = H_0 - Zt(x, y, P) = Zn(i), \quad i = 1, 2, \dots, 333.$$

Представленная последовательность по численным значениям не совпадает с массивом, который был определен в старой системе координат. Его нужно аппроксимировать аналитической формулой, приведенной выше.

Теперь выделим слой горных пород, который существенно характеризует поле аномалии силы тяжести. Самая низкая отметка рельефа расположена в южной части исследуемой области. Все рельефные массы располагаются выше географической отметки  $H = 0,1$  км. В новой системе фиксируем горизонтальную плоскость  $H_k = 1,7 - 0,1 = 1,6$  км.

Таким образом, слой горных пород выделен. Верхняя его граница соответствует земной поверхности, нижняя граница – горизонтальная плоскость, ее уравнение  $Z = 0,1$  км. Анализ размещения масс в слое (рис. 2) позволяет установить, что плотность горных пород изменяется в пределах  $2,55-3,2$  г/см<sup>3</sup>. Будем полагать, что численные значения плотностного параметра могут быть аппроксимированы аналитически:

$$\sigma = \sigma(\xi, \eta) = A_0 + A_1\xi + A_2\eta + A_3\xi\eta + A_4\xi^2 + A_5\eta^2.$$

В области  $D$  выделено 8 точек, в которых определена плотность горных пород. Ниже в таблице приведены координаты выбранных точек.

Номер точки	Координаты точек		
	$\xi, \text{ км}$	$\eta, \text{ км}$	$\sigma, \text{ г/см}^3$
1	8	-5	2,7
2	9	0	2,7
3	12	0	2,6
4	20	-2	2,6
5	26	0,1	2,55
6	34	0,2	3,05
7	36	3	3,05
8	40	0,3	3,2

Получим переопределенную систему уравнений. Программно вычисляются коэффициенты приведенной выше формулы, их численные значения следующие:

$$A_0 = 2,422; A_1 = 0,0165; A_2 = -0,008; A_3 = A_4 = A_5 = 0.$$

Плотность горных пород рельефного слоя определяется линейной функцией координат точек. Геологическая модель определена. Зафиксируем точки, в которых будет вычислено поле аномалии силы тяжести. В нашем примере внешние точки выбраны по регулярной сети (11). Решается прямая задача.

На рис.1, в приведено поле аномалии силы тяжести  $\Delta g_{\text{рел}}$  от приповерхностного слоя.

*Третий этап.* Подбор геологической модели – решение трехмерной обратной задачи гравиметрии.

Для решения задачи необходимо подготовить два массива исходных данных.

1. Обобщенный массив, описывающий наблюдаемое поле:

$$\Delta g_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i) = \Delta g_{\text{набл}}(i).$$

В исходном поле (рис. 1, а) по регулярной сети выберем 153 точки: 9 профилей, на каждом из них зафиксировано 17 точек. Координаты поля  $x_i, y_i$  будут вычислены программой. Теперь от  $\Delta g_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)$  вычитаем в  $i$ -х точках эффект от масс приповерхностного слоя (рис. 1, в):

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{ост}}(x_i, y_i) &= \Delta g_{\text{ост}}(i) = \\ &= \Delta g_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i) - \Delta g_{\text{рел}}(x_i, y_i). \end{aligned}$$

Это остаточное аномальное поле в точках горизонтальной плоскости  $Z = 0$  (рис. 1, з) и будет использоваться для решения обратной задачи. Первая часть исходных данных подготовлена.

2. Массив, содержащий параметры начальной геологической модели. Выбор начальной модели – вопрос непростой. Необходимо проанализировать аномальное поле, изучить все априорные сведения о строении района исследований и составить начальную модель.

Необходимо отметить, что в данном примере поиск модели начального приближения потребовал последовательного усложнения модели, но в конечном итоге для решения обратной задачи была принята модель, содержащая 45 стержней. В процессе подбора было получено несколько решений, каждое из которых претерпело минимальную корректировку численных значений параметров модели до совпадения подобранной аномалии с исходной. Среднее расхождение между полями составляет  $\Delta_{\text{ср}} = 0,308$  мГал, что соответствует 0,6 %. В результате решения обратной задачи были уточнены плотностные параметры и глубина заложения аномальных масс.

На этом этапе завершается первый интерпретационный цикл. Поле в точках горизонтальной плоскости позволяет перейти к более детальной качественной интерпретации.

Используем полученные результаты и построим некоторые трансформанты. На основании аналитических выражений для аномального поля и с учетом подобранных параметров модели вычислим высшие производные:  $V_{xz}, V_{zz}, V_{zxx}, V_{zzz}, V_{zxx}$  и т. д., которые применяются при обработке аномальных полей, анализе сложных полей и их геологической интерпретации. Трансформанты дают возможность четко выделить место положения центров тяжести по характерным точкам. Интенсивность изолиний несет информацию о глубине расположения возмущающих масс. Чем ближе к поверхности расположены аномальные массы, тем интенсивнее изолинии, и наоборот. Происходит разделение геологических объектов по глубине залегания. С помощью трансформант легко выделить близко расположенные по простиранию объекты, которые трудно выделить в поле аномалии силы тяжести, а также мелкие и неглубоко залегающие тела на фоне более крупных и более погруженных возмущающих масс. Приняв во внимание эти характеристики, можно упростить исходную геологическую модель, более точно определить ее параметры и перейти к процессу количественной интерпретации выбранного района исследований.

Созданное программно-алгоритмическое обеспечение включает в себя все описанные процеду-

ры и вполне может быть использовано для решения практических задач гравиметрии.

**Практический пример решения обратной задачи магнитометрии.** Эффективность практического использования программно-алгоритмического комплекса продемонстрирована на примере исследования Южно-Фрунзовской аномальной зоны Украинского щита.

По данным профильной геофизической съемки [12, 20] установлено, что интенсивность магнитного поля в пределах Южно-Фрунзовской аномалии достигает 6000 нТл при мощности вскрыши более 650 м. По геофизическим данным на площади Южно-Фрунзовской аномалии предполагается наличие трех разобщенных мощных магнитоактивных крутопадающих объектов меридионального простирания. На этой площади была пробурена глубокая скважина у с. Плоское. Здесь в базальном горизонте палеозойских конгломератов скважиной вскрыты гальки магнитосодержащих кварц-силикатных сланцев с хлоритом, стильпномеланом, сидеритом, вероятно, метаморфизованных в эпидот-амфиболитовой и зеленосланцевой фациях. Железистый состав груботерригенной толщи связан с наличием в конгломератах галек железистых кварцитов, а также магнетита и гематита в цементе конгломератов, метагравелитах и метапесчаниках.

Аномальное магнитное поле Фрунзовской зоны обусловлено развитием толщ железистых

кварцитов, имеющих значительную протяженность и мощность, глубина погружения которых, согласно геофизическим данным, превышает 3 км.

Исходное аномальное поле исследуемого участка размерностью  $25 \times 8$  км представлено вертикальной составляющей вектора напряженности магнитного поля (рис. 3, а). В этом поле зафиксировано  $n = 234$  точки на уровне  $Z = 0$ . Для выбора начальной модели необходимы следующие методические приемы: моделирование по частям сложных объектов; многовариантное решение одной и той же задачи с различными начальными приближениями, модель задавалась с меньшим и большим числом элементарных тел, которые располагались как более глубоко, так и ближе к поверхности; при разных режимах работы программы; при разных вариантах закрепления начальных параметров модели. В конечном итоге для решения трехмерной обратной задачи была построена модель начального приближения, состоявшая из 39 стержневых тел. В результате решения получена модель, которая наиболее точно позволяет описать исходное поле аналитическим выражением. Максимальное отклонение между полями равно  $\Delta_{\max} = 464,84$  нТл, среднее отклонение равно  $\Delta_{\text{cp}} = 115,32$  нТл, что составляет 1,5%. Получены приблизительные оценки геометрических центров магнитоактивных объектов. На рис. 3, б показаны подобран-

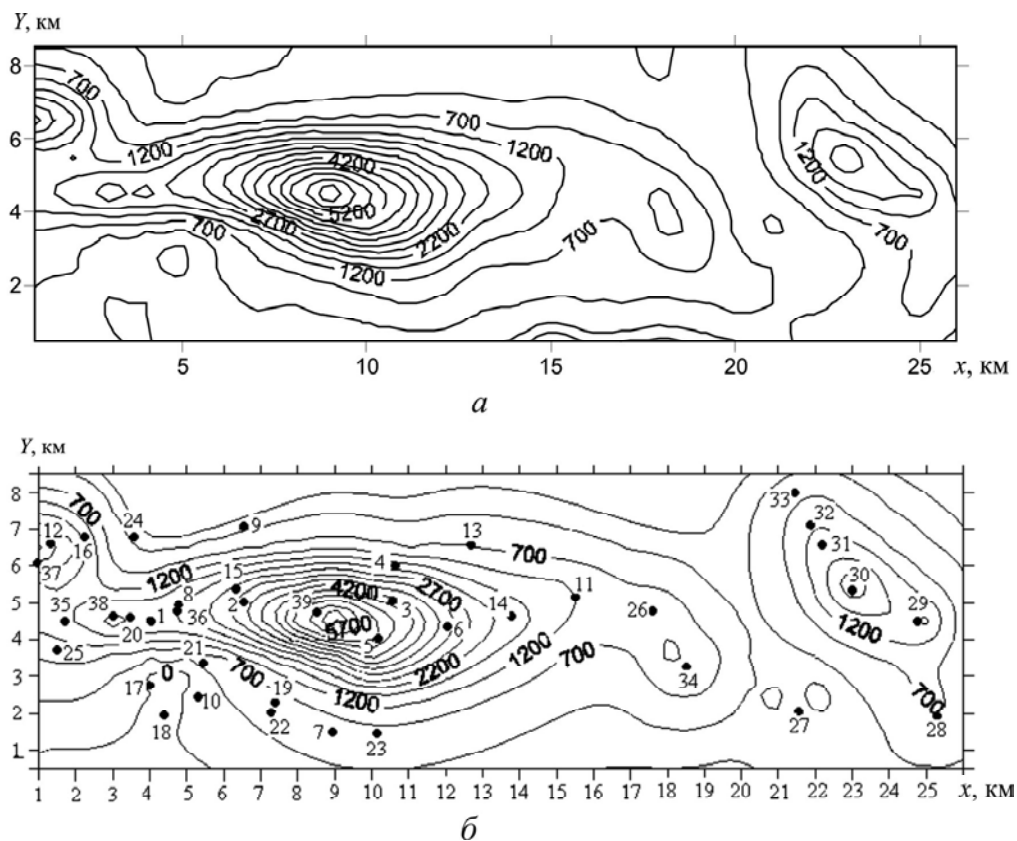


Рис. 3. Участок района исследований: а – исходное магнитное поле, представленное вертикальной составляющей вектора напряженности магнитного поля, нТл; б – теоретическое поле, представленное вертикальной составляющей, полученное в результате решения обратной задачи, нТл, и положение геометрических центров тел подобранной модели в плоскости  $xOy$

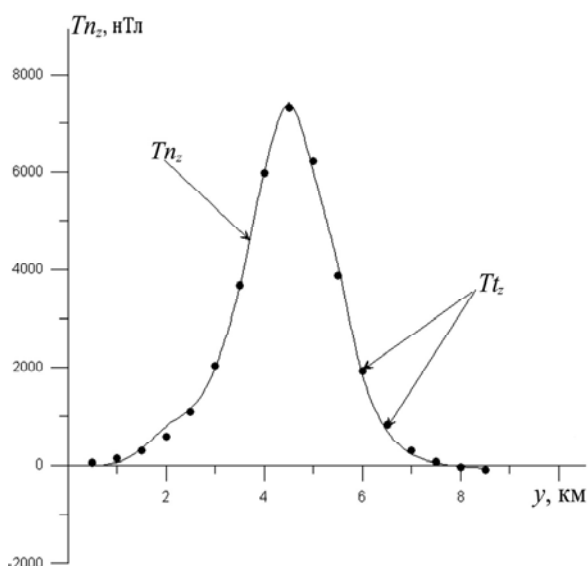


Рис. 4. Исходное магнитное поле, представленное вертикальной составляющей вектора напряженности магнитного поля  $Tn_z$ ;  $Tt_z$  – подобранное теоретическое поле

ное теоретическое поле и расположение геометрических центров намагниченных тел подобранной модели в плоскости  $xOy$ .

Для получения более точных результатов подбора предложено решить задачу по профилям. На участке исследований было выбрано пять характерных профилей. Приведем результаты решения обратной задачи по центральному профилю. Исходное anomальное поле исследуемого участка представлено вертикальной составляющей в  $n = 17$  точках на уровне  $Z = 0$  (рис. 4).

Для решения задачи с использованием предыдущих результатов была построена модель начального приближения, состоящая из трех стержней. В результате решения задачи подобранная аномалия практически совпала с исходной. Среднее отклонение между полями равно:  $\Delta_{cp} = 83,71$  нТл, что соответствует 1,1%. Геометрические центры намагниченных тел расположены на глубине  $h_1 = 4,27$  км,  $h_2 = 2,3$  км,  $h_3 = 3,28$  км, что подтверждает результаты, опубликованные в [12]. На рис. 4 в характерных точках показано подобранное теоретическое поле. Используя полученные результаты по выбранным пяти профилям, можно построить более точную модель начального приближения для всего участка исследований и перейти к процессу количественной интерпретации района исследований.

В статьях [5, 7] уже рассматривалось решение обратной задачи магнитометрии на модельных примерах, геологическое строение которых ограничивалось изолированным телом или группой тел. Данная работа продемонстрировала возможность применения математического обеспечения в условиях реального геологического строения исходной модели.

**Заключение.** Построенное программно-алгоритмическое обеспечение для решения задач геологической интерпретации гравимагнитных данных позволяет решать следующие важные интерпретационные задачи:

- 1) вычислять аномальный эффект от приповерхностного слоя, если измеренная аномалия содержит значительное влияние топографических масс;
- 2) заменять исходное аномальное поле аналитической функцией и пересчитывать его с разновременных точек рельефа земной поверхности в точки горизонтальной плоскости;
- 3) учитывать влияние регионального фона;
- 4) вычислять различные трансформанты поля и проводить качественную, а затем и количественную интерпретацию аномальных наблюдений полей.

1. *Автоматизированная система оперативной обработки данных гравиметрии и магнитометрии* [Старостенко В.И., Бас Р.Г., Бутаков Г.С., Дядюра В.А.]. – Киев: Наук. думка, 1972. – 164 с.
2. *Аронов В.И. Методы интерполяции геолого-геофизических характеристик на регулярную сеть / В.И. Аронов, В.М. Гордин // Экспресс-информация. Сер. Мат. методы исследования в геологии. – М.: ВИЭМС, 1973. – Вып. 11/12. – С. 20–32.*
3. *Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ / Аронов В.И. – М.: Недра, 1990. – 301 с.*
4. *Аронов В.И. Трехмерная аппроксимация как проблема обработки, моделирования и интерпретации геофизических и геологических данных / В.И. Аронов // Геофизика. – 2000. – № 4. – С. 21–25.*
5. *Булах Е.Г. Обратные задачи магнитометрии в классе стержневых тел в связи с построением аналитической модели исходного поля / Е.Г. Булах, Е.П. Лапина // Геофиз. журн. – 2002. – Т. 24, № 4. – С. 60–70.*
6. *Булах Е.Г. Об аналитической аппроксимации исходного поля аномалии силы тяжести и его качественной интерпретации / Е.Г. Булах, И.В. Шиншин // Физика Земли. – 2002. – № 4. – С. 67–74.*
7. *Булах Е.Г. К вопросу о построении аналитической модели внешнего магнитного поля / Е.Г. Булах, Е.П. Лапина // Геофиз. журн. – 2008. – Т. 30, № 2. – С. 42–50.*
8. *Булах Е.Г. Об аппроксимационном подходе к описанию рельефа дневной поверхности в задачах геодезии и гравиметрии / Е.Г. Булах, М.Н. Маркова // Геофиз. исследования. – 2009. – Т. 10, № 3. – С. 25–37.*
9. *Булах Е.Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии / Булах Е.Г. – Киев: Наук. думка, 2010. – 462 с.*
10. *Булах Е.Г. К вопросу о методах качественного анализа при решении задач геологической интерпретации гравиметрических аномальных полей / Е.Г. Булах, М.Н. Маркова, Е.П. Лапина // Геофиз. исследования. – 2011. – Т. 12, № 2. – С. 5–16.*

11. Долгаль А.С. Аппроксимации геопотенциальных полей эквивалентными источниками при решении практических задач / А.С. Долгаль // Геофиз. журн. – 1999. – Т. 21, № 4. – С. 71–80.
12. Железисто-кремнистые породы Фрунзовских магнитных аномалий Украинского щита / Л.С. Галецкий, Н.Е. Деренюк, Д.И. Богач, М.А. Ярошук, Ю.С. Лебедев, А.В. Вайло // Геол. журн. – 1985. – Т. 45, № 5. – С. 1–12.
13. Маловичко А.К. Методы аналитического продолжения аномалий силы тяжести и их приложения к задачам гравиразведки / Маловичко А.К. – М.: Гостоптехиздат, 1956. – 160 с.
14. Молоденский М.С. Основные вопросы геодезической гравиметрии / М.С. Молоденский // Тр. ЦНИИГАиК. – 1945. – Вып. 42. – С. 3–107.
15. Старостенко В.И. Регуляризирующий алгоритм построения числовой модели гравитационных полей / В.И. Старостенко, И.Г. Овруцкий // Геофиз. сб. АН УССР. – 1976. – Вып. 74. – С. 20–30.
16. Страхов В.Н. Об одном подходе к решению обратной задачи гравиметрии и магнитометрии / В.Н. Страхов // Докл. АН СССР. – 1973. – Т. 212, № 6. – С. 1339–1342.
17. Страхов В.Н. Новая технология интерпретации локальных гравитационных аномалий в двухмерной постановке / В.Н. Страхов // Геоинформатика. – 2005. – № 1. – С. 27–31.
18. Трошков Г.А. Локализация сингулярных источников геопотенциальных полей в пространстве трех вещественных переменных / Г.А. Трошков // Физика Земли. – 1994. – № 11. – С. 73–77.
19. Шалаев С.В. Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования / Шалаев С.В. – Л.: Недра. 1972. – 142 с.
20. Ярошук М.А. Генетические особенности пород железисто-кремнистой формации Фрунзовской зоны Украинского щита / М.А. Ярошук, А.В. Вайло, Л.Т. Савченко // Геол. журн. – 1989. – № 3. – С. 105–113.

*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины,  
Киев, Украина*

*Поступила в редакцию 22.03.2012 г.*

*М.М. Маркова, О.П. Лапина*

#### **ПРАКТИЧНИЙ ДОСВІД ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ЩО РЕАЛІЗУЄ АЛГОРИТМ АПРОКСИМАЦІЇ ПОТЕНЦІАЛЬНИХ ПОЛІВ АНАЛІТИЧНОЮ ФУНКЦІЄЮ, ТА РОЗВ'ЯЗОК ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ**

В умовах сильно пересічної місцевості у спостережувані дані суттєвий вклад вносить характер рельєфу. У вихідному полі відображаються не лише аномальні маси, а й особливості топографії району досліджень. Як наслідок цього, результат якісного аналізу джерел поля може містити похибки. Запропоновано метод проведення якісного аналізу вихідних даних з використанням деякої сукупності трансформант і аналітичної апроксимації потенціальних полів. Всі математичні процедури узагальнено, створено програмно-алгоритмічне забезпечення, ефективність якого продемонстровано на двох практичних прикладах.

**Ключові слова:** якісний аналіз, аналітична апроксимація, гравітаційне поле, рельєф земної поверхні, мінімізація функціонала, метод підсобних тіл, трансформанти.

*M.N. Markova, E.P. Lapina*

#### **PRACTICAL EXPERIENCE OF USING OF THE SOFTWARE REALIZING ALGORITHM OF APPROXIMATION OF POTENTIAL FIELDS BY ANALYTICAL FUNCTION AND THE INVERSE SOLUTION**

Under rugged terrain a character of relief strongly influences on the observed data. There is in an initial field not only abnormal mass but also topography features of the analysis area are reflected. As a consequence of this, a result of qualitative analysis of field sources can contain errors. Proposed in this paper is a method of carrying out of qualitative analysis of the initial data using some set of transformants and analytical approximation of potential fields. All mathematical procedures are summarized. The software is created. Its efficiency is shown on two practical examples.

**Keywords:** qualitative analysis, analytical approximation, gravitational field, topography, minimization of a functional, method of subsidiary bodies, transformants.