

## ДОСЛІДЖЕННЯ ГУСТИНИ КРЕЙДЯНОЇ ТОВЩІ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО НА ПРОММАЙДАНЧИКУ РІВНЕНСЬКОЇ АЕС ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ 3D МОДЕЛЕЙ

З.О. Вижива, В.К. Демидов, А.С. Вижива

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка, вул. Васильківська, 90, Київ 03022, Україна,  
e-mail: zoza\_vyzhva@ukr.net, fondad@ukr.net, motomustanger@ukr.net*

Для дослідження густини товщі крейдянних відкладів на території проммайданчика Рівненської АЕС на основі спектрального розкладу розроблено нову ефективну методику статистичного моделювання випадкових 3D полів у застосуванні до задач геофізичного моніторингу довкілля. Розглянуто задачу чисельного моделювання реалізацій випадкового поля “шуму” для даних зміни густини крейдяної товщі у тривимірному просторі. Наведено статистичні моделі для гауссових однорідних ізотропних випадкових полів у тривимірному просторі, заданих статистичними характеристиками. На основі таких моделей, сформульованих алгоритмів і побудованих програм згенеровано реалізації випадкових 3D полів із кореляційними функціями різних типів. Проведено ефективне порівняння точності середньоквадратичної апроксимації моделювання запропонованими методами та методом ТВМ (turning band method).

**Ключові слова:** статистичне моделювання, випадкове поле, кореляційна функція, статистична модель.

**Вступ.** У геофізиці більшість результатів досліджень отримують у цифровому вигляді, зокрема і дані у тривимірному просторі (3D), які є спостережуваними геофізичними показниками, що залежать від трьох просторових координат або від часу та двох просторових координат. Проте на практиці точність отриманих даних залежить від різних випадкових впливів, які потрібно врахувати під час обробки цих даних. Крім того, виникає проблема кондиційності карт, коли дані для їх побудови неможливо отримати в усій повноті або із потрібною детальністю на деяких ділянках області дослідження. У таких ситуаціях для доповнення результатів вимірювань даними, яких не вистачає, рекомендується застосовувати методи статистичного моделювання (методи Монте-Карло) реалізацій випадкових процесів і випадкових функцій у багатовимірному просторі (випадкових полів) [1–10].

**Об’єкт дослідження та методика застосування статистичного моделювання до 3D даних спостережень.** Об’єктом дослідження є 3D просторові дані моніторингових спостережень на території розташування Рівненської АЕС. ДП КПВД “Енергопроект” виконало комплекс геофізичних досліджень: у 1983–1984 рр. – сейсмозв’язка, кореляційний метод заломлених хвиль (КМЗХ); 1978–1979 рр. – електророзвідка, вертикальне електронзондування (ВЕЗ); 1982–1983 рр. – радіоактивний каротаж; 1982 р. – резистивіметрія у свердловинах; 1983 р. – міжсвердловинне прозвучування та ін.

Серед моніторингових спостережень найбільший інтерес становлять радіоактивні досліджен-

ня, дослідження зміни густини та вологості ґрунтів по периметру збудованих споруд за період 1984–2002 рр. Густину ґрунтів визначали методами гамма-гамма-каротажу, вологість ґрунтів – методом нейтрон-нейтронного каротажу. Саме результати останніх двох методів є найцікавішими з точки зору наявності тривалих 3D спостережень за зміною параметрів.

Під час дослідження даних, отриманих за цими методами, протягом 1984–2002 рр. при контролі зміни густини крейдяної товщі на території зазначеного проммайданчика за сіткою, що включала 29 свердловин, виникає необхідність доповнення їх змодельованими даними (рис. 1). Спостережуваних даних виявилось недостатньо для зображення загальної картини стану крейдяної товщі, в межах якої під дією втрат із комунікацій агресивних вод значно активізувалися карстово-суфозійні процеси. Питання доповнення даних засобами моделювання запропоновано вирішувати методом статистичного моделювання 3D випадкових полів, який дає можливість відображувати явище (випадкове поле) у будь-якій точці частини простору, де знаходиться об’єкт дослідження. Для цього побудовано моделі та розроблено алгоритми [1–5, 7].

Даними для досліджень є масив спостережень густини порід по периметру збудованих споруд за період 1984–2002 рр., який отримано у 29 свердловинах. Для аналізу використано спостереження у свердловинах, які розкрили крейдянну товщу на деяких рівнях глибин. Із даних щодо зміни густини порід  $\eta(x, y, z)$ , які подано у 3D вигляді, було виділено 2D дані на фіксованих площинах

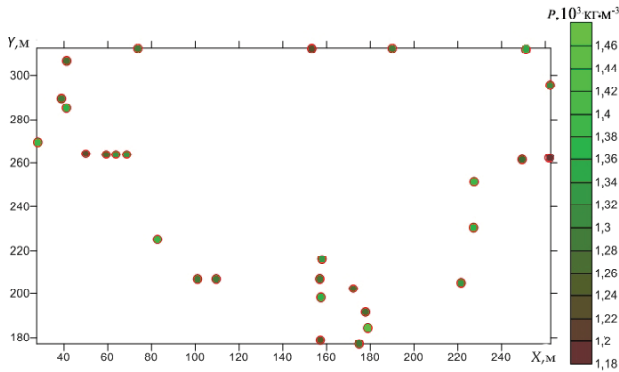


Рис. 1. Точки режимних спостережень та усереднені дані щодо зміни густини крейдянної товщі на проммайданчику Рівненської АЕС

$Z_0, Z_1, \dots, Z_i$ , де  $Z_i$  – глибина залягання крейдяних відкладів на  $i$ -му рівні. Отже, задачу моделювання зведено до переходу від 3D масиву до 2D, але при цьому за даними набору фіксованих площин відтворено тривимірне зображення модельованого середовища в цілому.

У процесі побудови карт за даними щодо густини крейдянної товщі на кожній із площин  $i$ -го рівня було виділено детерміновані та випадкові складові. Детерміновану функцію можна підбрати наближенням різними методами. Цю процедуру називають виділенням тренду для даних площини. У статті [2] для кожної поверхні  $Z_0, Z_1, \dots, Z_i$  значень густини крейдянної товщі  $\eta(x, y, z_i)$  плоскої області  $i$ -го рівня побудовано детерміновану трендову поверхню  $f(x, y, z_i)$  за допомогою сплайнової інтерполяції. Для цього використано середовище MathCad.

На наступному етапі було обчислено різниці між поверхнями вхідних даних  $\eta(x, y, z_i)$  (значень густини порід) і трендовими поверхнями  $f(x, y, z_i)$  для кожного  $i$ -го рівня ( $Z_i$  – фіксоване). Значення таких різниць утворюють 2D випадкове поле відхилень  $\xi(x, y, z_i)$  на  $i$ -й площині.

Після такої операції вхідні дані кожного  $i$ -го рівня можна подати у вигляді суми однорідної ізотропної випадкової складової  $\xi(x, y, z_i)$  (так званий шум – випадкове поле) і тренду  $f(x, y, z_i)$  – детермінованої функції двох змінних, тобто суми:

$$\eta(x, y, z_i) = f(x, y, z_i) + \xi(x, y, z_i). \quad (1)$$

Отже, задача звелась до такої, коли на трендовий каркас, побудований на сітці більшої деталності, ніж сітка реальних спостережень, необхідно накласти додаткові змодельовані значення випадкового поля “шуму”. У статті [2] запропоновано використовувати для цього метод статистичного моделювання 3D випадкових полів  $\xi(x, y, z_i)$  на основі їх спектрального розкладання [1, 7], який дає можливість за окремими отриманими значеннями їх реалізацій знайти уточнене зображення таких полів за всією областю спосте-

режень. При цьому випадкові поля “шуму” мають бути однорідними та ізотропними.

Перед використанням моделі статистичного моделювання для значень реалізацій “шуму” слід провести статистичний аналіз даних досліджень густини порід.

Якщо в результаті перевірки щільність розподілу даних матиме наближено гауссів розподіл, то є можливість застосовувати метод чисельного моделювання із використанням нормально розподілених випадкових величин. За допомогою розробленого алгоритму [4] можна генерувати на комп’ютері реалізації 3D даних із гауссовим розподілом відповідно до підбраної моделі.

Порівняння моделей для статистичного моделювання параметрів дослідження проведено методом спектральних коефіцієнтів [1, 3, 4], методом рандомізації [1, 5], методом на основі спектрального розкладання [1, 2] та методом ТВМ (turning band method), запропонованим американськими вченими [8, 10] для генерування реалізацій дво- й тривимірних випадкових полів. Основою методу ТВМ є моделювання вздовж прямої лінії, яка обертається на площині. При цьому зважена сума відповідних значень прямої визначена в кожній точці області площини. Для такого методу вводять базове рівняння, яке регулює перетворення дво- та тривимірної кореляційної функції в одновимірну.

Важливим завданням цієї статті є також порівняльний аналіз результатів точності генерування реалізацій випадкових полів методом ТВМ і згаданими вище методами, розробленими на основі спектрального розкладання однорідного ізотропного 3D випадкового поля.

**Основні етапи чисельного моделювання та порівняння моделей і результатів.** При обробці даних моніторингових спостережень за зміною густини крейдянної товщі на території досліджуваного проммайданчика Рівненської АЕС за сіткою, що включала 29 свердловин, було розв’язано проблему доповнення даних на детальнішій сітці чисельним моделюванням на трьох рівнях (28, 29, 30 м від поверхні).

Для того щоб застосувати розроблений математичний апарат [1] до реальних даних досліджень – зміни густини ґрунтів на території спостереження, проведено попередню підготовку і статистичну обробку даних.

На етапі підготовки даних було виключено, по можливості, похибки вимірів (за оператора, за апаратуру, за умови спостереження тощо). З цією метою виконано такі операції:

- відкинуто верхній шар (близько 10 м), оскільки він складається з мішаних насипних ґрунтів;
- зведено дані щодо свердловин, як опорних, за різні роки до середнього для кожної (для цьо-

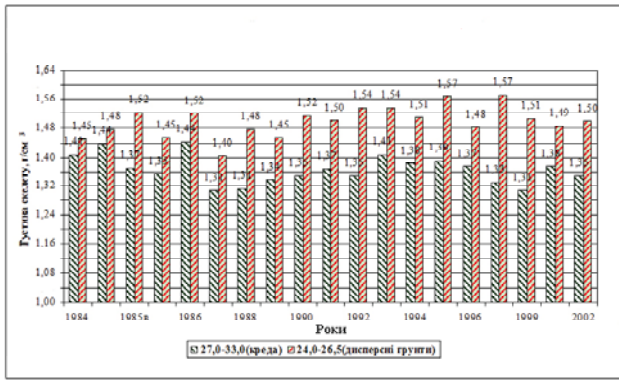


Рис. 2. Діаграма усереднених по всій товщі значень густини скелета крейдяних відкладів (зліва) та дисперсних ґрунтів (справа), які їх перекривають, за 1984–2002 рр. (режимна свердловина 62, проммайданчик Рівненської АЕС)

го вибрано реперний шар суглинків, який залягає над шаром крейди. За значеннями густини суглинків обчислено середнє, а потім у дані було внесено відповідну поправку із знаком “+” чи “–”. Подібного роду обробку виконано за допомогою програми Statistica (рис. 2).

Приклад побудови карти густини товщі крейди за даними спостережних свердловин (29 точок) показано на рис. 3, а. Детальність цієї побудови не може забезпечити надійну апроксимацію стану крейдяної товщі. Особливо це стосується точок, які знаходяться на значній відстані від спостережних свердловин.

На попередньому підготовчому етапі статистичного моделювання було проведено статистичну обробку даних, які описано вище, з урахуванням характеру їх розташування у тривимірному просторі.

Застосування розробленої авторами методики статистичного моделювання передбачає також попередню статистичну обробку даних з метою визначення закону розподілу й інших статистичних характеристик (математичного сподівання та ко-

реляційної функції). Якщо гіпотеза про гаусовість досліджуваного поля підтверджується, то математичне сподівання та кореляційна функція повністю його визначають і дають можливість будувати його статистичну модель на підставі спектральної теорії випадкових функцій. Елементи цієї теорії та принципи побудови моделей, на основі яких сформульовано алгоритми, наведено у праці [1].

Для визначення закону розподілу вхідних даних побудовано гістограму (рис. 4). Установлено, що розподіл даних має чіткий одномодальний характер, наближений до гауссового. Це дає можливість використовувати моделі статистичного моделювання, розроблені в [1] для 3D даних, із залученням послідовностей гауссових випадкових величин.

На наступному етапі підбирали статистичну модель кореляції густини крейдяної товщі у тривимірному просторі, для чого побудовано її варіограму та визначено відповідну їй кореляційну функцію за допомогою пакета програм GEO-R. Таку функцію слід визначати оптимальним способом, порівнюючи середньоквадратичні наближення емпіричних і теоретичних варіограм і вибираючи мінімальне.

Встановлено, що найбільш адекватно описували вхідні дані два типи кореляційної функції  $V(\rho)$ , а саме функція Бесселя (3) (див. публікацію [4]) із сімейства бesselевих функцій (2) та функція Коші (4) (див. статтю [2]):

$$V_v(\rho) = 2^v \Gamma(v+1) \frac{J_v(c\rho)}{(c\rho)^v}, \quad v \geq 0, \quad (2)$$

$$V(\rho) = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{J_{3/2}(c\rho)}{(c\rho)^{3/2}}, \quad c=1, 5; \quad (3)$$

$$V(\rho) = \left(1 + \frac{\rho^2}{b^2}\right)^{-1}, \quad b=1, 5. \quad (4)$$

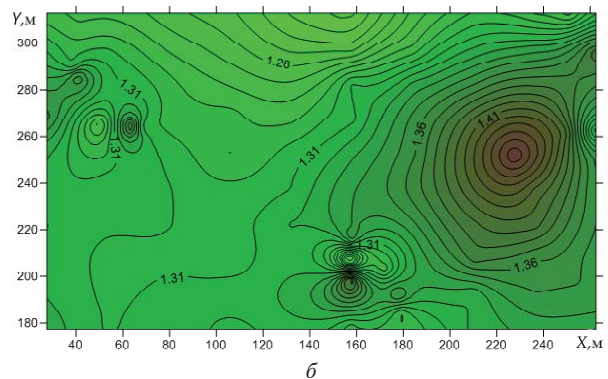
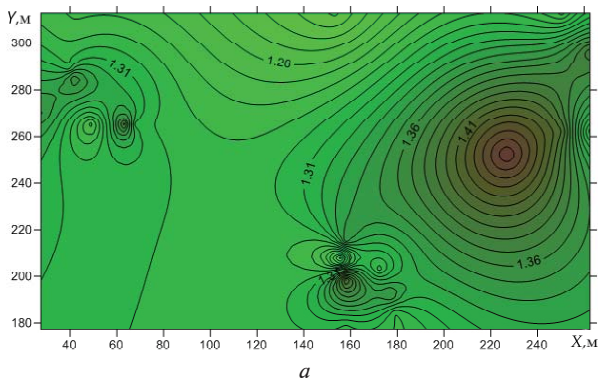


Рис. 3. Побудова карт трендової поверхні за допомогою програми Surfer: а – карта розподілу густини крейдяної товщі ( $\rho$ ,  $10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ) на проммайданчику Рівненської АЕС, зріз 30 м, за усередненими даними по спостережних свердловинах за 1984–2003 рр. – тренд; б – результуюча карта за усередненими та змодельованими даними – тренд із накладеним змодельованим “шумом”

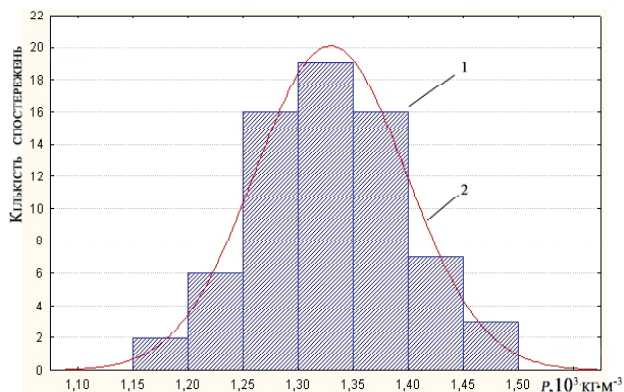


Рис. 4. Гістограма густини крейдяної товщі (осереднені 3D дані за 1984–2002 рр): 1 – кількість спостережень на кожному інтервалі густини; 2 – теоретична гауссова крива

На основі статистичних досліджень виявлено (див. статтю [4]), що можливе достатньо адекватне наближення у тривимірному моделюванні даних моделлю експоненціально затухаючої косинусоїди:

$$B(\rho) = e^{-d\rho} \cos d\rho, d=1;1,4. \quad (5)$$

На рис. 5 показано варіограму за даними досліджень, де емпіричні дані зображені хрестиками, теоретичні (за підбраною моделлю) – точками. Такій теоретичній кривій на варіограмі відповідає кореляційна функція типу Коші (4) при  $b = 1,5$ .

У статті [5] описано згенеровані реалізації тривимірному випадкового поля із бesselевою кореляційною функцією виду (3) при значенні параметра  $c = 1,5$ . Моделювання проведено методом спектрального розкладання за знаходженням спектральних коефіцієнтів і методом рандомізації.

У таблиці наведено значення середньоквадратичних відхилень для емпіричної та теоретичної

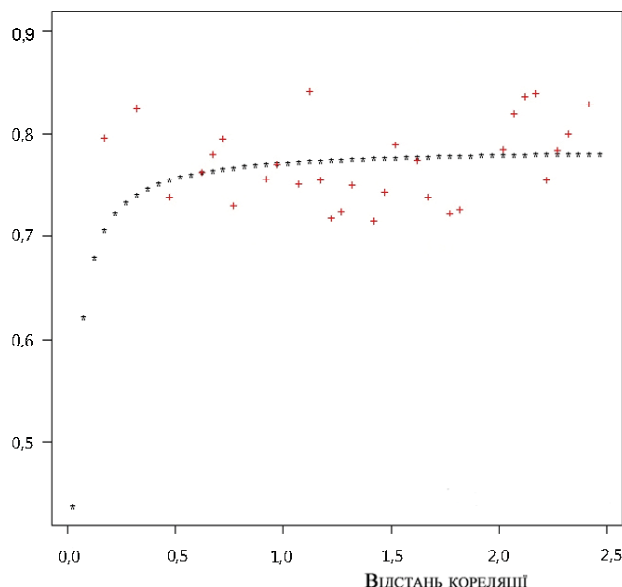


Рис. 5. Варіограми для вхідних даних щодо крейдяної товщі. Пояснення у тексті

варіограм, що відповідають кореляційним функціям типу Бесселя (2) за значень параметрів  $\nu = 1/2, c = 5$  й  $\nu = -3/2, c = 1,5$  та експоненціально затухаючої косинусоїди (5) за значень параметра  $d = 1$  та  $d = 1,4$ .

Точкові графіки емпіричної варіограми для кореляційних функцій вихідних даних побудовані за допомогою пакета програм GEO-R: на рис. 6 – теоретичні варіограми у вигляді функцій типу Бесселя (2) при  $c = 1,5$  та експоненціально затухаючої косинусоїди (5) за двох значень параметра –  $d = 1$  та  $d = 1,4$ ; на рис. 7 – теоретичні варіограми у вигляді функцій типу Бесселя (2) при  $\nu = 1/2, c = 5$  та експоненціально затухаючої косинусоїди (5) за чотирьох значень параметра –  $d = 5, d = 6, d = 9$  та  $d = 11$ .

*Середньоквадратичні відхилення для емпіричної і теоретичної варіограм вхідних даних*

Кореляційна функція	Середньоквадратичне відхилення
Функція Бесселя $B(\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2cr}} J_{\frac{1}{2}}(c\rho), c = 5$	0,344 467 06
Функція Бесселя $B(\rho) = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{J_{3/2}(c\rho)}{(c\rho)^{3/2}}, c = 1,5;$	0,000 859 27
Функція Коші при $b=1,5$	0,066 826 5
Експоненціально затухаюча косинусоїда: $d = 1$	0,000 856 381
Експоненціально затухаюча косинусоїда: $d = 1,4$	0,000 741 8
Експоненціально затухаюча косинусоїда: $d = 5$	0,022 222 806

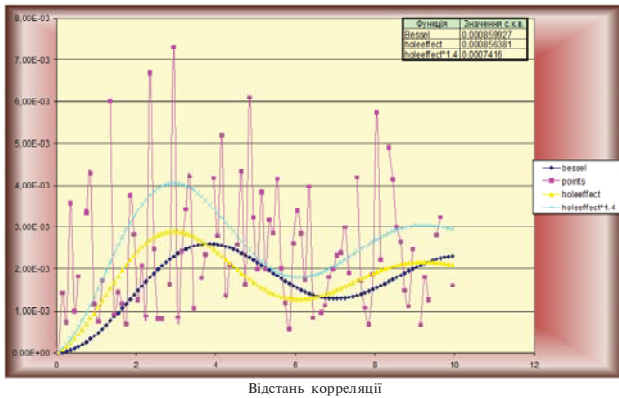


Рис. 6. Емпірична і теоретична варіограми для кореляційної функції вхідних даних у вигляді функції Бесселя  $V(\rho) = J_{3/2}(c\rho)/(c\rho)^{3/2}$ ,  $c = 1,5$ , та у вигляді функції  $V(\rho) = \exp(d\rho)\cos(d\rho)$  (тривимірний випадок), де points – вихідні дані, Bessel – функція Бесселя, holeeffect –  $\exp(d\rho)\cos(d\rho)$ ,  $d = 1; 1,4$

Модель однорідного ізотропного випадкового поля  $\xi(r, \theta, \varphi)$  ( $r, \theta, \varphi$  – сферичні координати точки  $(x, y, z_i)$ ) з використанням спектральних коефіцієнтів має вигляд

$$\xi_N(r, \theta, \varphi) = \sum_{m=1}^N \sqrt{b_m(r)} \times \sum_{l=0}^m C_{m,l} P_m^l(\cos\theta) (\eta_{m,1}^l \cos l\varphi + \eta_{m,2}^l \sin l\varphi), \quad (6)$$

де  $r, \theta, \varphi$  – сферичні координати;

$$b_m(r) = \int_0^\infty \frac{J_{m+\frac{1}{2}}^2(\lambda r)}{\lambda r} d\Phi(\lambda) \quad \text{– спектральні коефі-}$$

цієнти;  $\Phi(\lambda)$  – спектральна функція випадкового поля  $\xi(r, \theta, \varphi)$ ,  $J_m(z)$  – функція Бесселя першого роду  $m$ -го порядку, константи  $C_{m,l}$  мають вигляд:

$$C_{m,l} = \sqrt{v_l(2m+1) \frac{(m-l)!}{(m+l)!}}, \quad \text{де } v_l = \begin{cases} 1, & l=0; \\ 2, & l>0, \end{cases} \quad (7)$$

$P_m^l(z)$  – приєднані функції Лежандра;  $\{\eta_{m,l}^i\}$ ,  $m=0, 1, 2, \dots$ ;  $l=0, 1, \dots, m$ ;  $i=1, 2$  – послідовності взаємно незалежних випадкових величин, таких, що  $M \eta_{m,l}^i \eta_{k,s}^j = \delta_m^k \delta_l^s \delta_i^j$ ,  $\delta_i^j$  – символ Кронеккера.

За методом рандомізації, модель [5] однорідного ізотропного випадкового поля  $\xi(r, \theta, \varphi)$  має вигляд

$$\xi_k^N(r, \theta, \varphi) = \sum_{i=1}^k \sum_{m=0}^N \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(\lambda_i r)}{\sqrt{\lambda_i} r} \times \sum_{l=0}^m C_{m,l} P_m^l(\cos\theta) [\eta_{m,1}^{i,l} \cos l\varphi + \eta_{m,2}^{i,l} \sin l\varphi], \quad (8)$$

де  $\{\eta_{m,p}^{i,l}\}_{m=0, l=0, i=1}^{N, m, k}$ ,  $(p=1, 2)$  – набори незалежних стандартних гауссових випадкових величин з

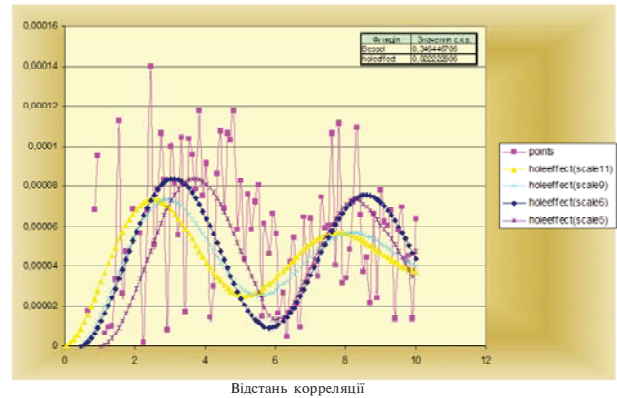


Рис. 7. Емпірична і теоретична варіограми для кореляційної функції вхідних даних у вигляді функції Бесселя  $V(\rho) = \sin(c\rho)/(c\rho)$ ,  $c = 5$ , та у вигляді функції  $V(\rho) = \exp(d\rho)\cos(d\rho)$ ,  $d = 5, d = 6, d = 9$  та  $d = 11$  (тривимірний випадок), де points – вихідні дані, holeeffect –  $\exp(d\rho)\cos(d\rho)$

нульовим математичним сподіванням і дисперсіями:

$$D \eta_{m,p}^{i,l} = 1, \quad p = 1, 2;$$

$$\forall m = 0, 1, \dots, N; \quad l = 0, 1, \dots, m; \quad i = 1, 2, \dots, k;$$

$\lambda_i, \lambda_i \in \Lambda_i (i = \overline{1, k})$   $\lambda_i = \alpha \sqrt{\frac{a_i^3 - a_{i-1}^3}{a^2}}$  – послідовність випадкових величин ( $\alpha$  – рівномірно розподілена на інтервалі  $(0, 1)$  випадкова величина) із щільностями розподілу, які задано формулою

$$p_i(u) = \begin{cases} \frac{3u^2}{a_i^3 - a_{i-1}^3}, & u \in \Lambda_i, \\ 0, & u \notin \Lambda_i, \end{cases}$$

де параметр  $a = 1, 5$ . При цьому, вибравши інтервал розбиття, приймаємо:

$$a_k = a, \quad a_i = \frac{a}{k} i, \quad i = 0, 1, \dots, k.$$

На основі висновків із статистичної обробки даних і наведеної моделі (8) та відповідного алгоритму для моделювання реалізацій 3D значень таких даних у середовищі Delphi розроблено оригінальну програму Spectr 3.1, в якій використано підбрану кореляційну функцію бesselового типу (3). За допомогою цієї програми було згенеровано реалізації тривимірної випадкової поля у додаткових точках спостереження, які є зіттованими даними досліджуваного параметра моніторингових спостережень.

За додатковими даними (змодельовано додатково 160 значень у проміжках між точками спостережень для певного рівня) [5] отримано надійнішу апроксимацію, що дає можливість більш обґрунтовано приймати рішення про стан крейде-

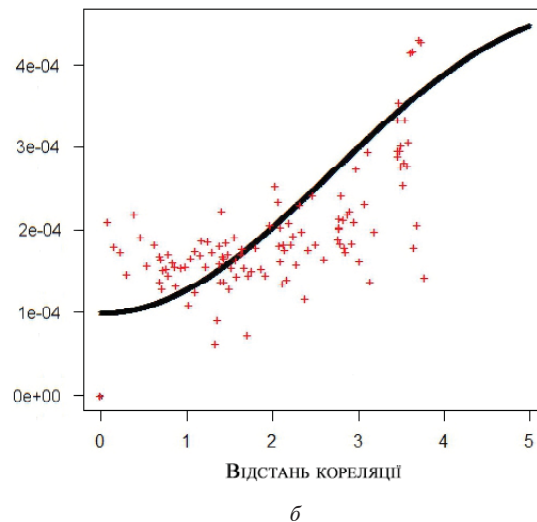
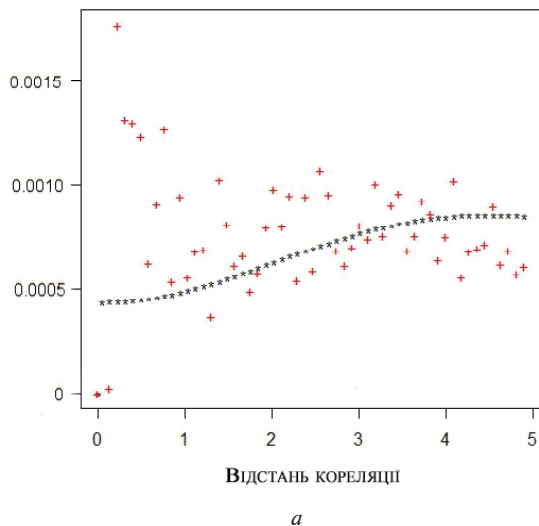


Рис. 8. Варіограми бесселевого типу змодельованих значень густини крейдяної товщі методами спектральних коефіцієнтів (а) і (б)

ної товщі та визначати місця для перевірки та проведення додаткових досліджень. Одержані результати свідчать, що модель підібрана для даних достатньо адекватно, а розроблена програма Spectr 3.1 працює з достатньою точністю.

Для змодельованих даних методами спектральних коефіцієнтів (рис. 8, а) і рандомізації (рис. 8, б) обчислено значення середньоквадратичних відхилень для емпіричної й теоретичної варіограм, що відповідають кореляційним функціям типу Бесселя (1): 0,010 046 – метод спектральних коефіцієнтів; 0,052 646 – метод рандомізації.

Порівняльний аналіз варіограм (рис. 8) показав, що точність методу спектральних коефіцієнтів для статистичного моделювання однорідних ізотропних випадкових полів у тривимірному просторі впр'ятеро вища за точність методу рандомізації.

Згідно з отриманими результатами, метод рандомізації дає можливість уникнути складнощів через обчислення спектральних коефіцієнтів, але він є менш точний.

Для статистичного моделювання реалізацій однорідних ізотропних випадкових 3D полів на основі спектральних розкладань можна застосувати ще одну модель.

У побудованому на основі цієї моделі [2] алгоритмі статистичного моделювання значень реалізацій “шуму” для даних щодо зміни густини крейдяної товщі використано спектральну щільність випадкового поля.

Спектральна щільність у тривимірному просторі, що відповідає кореляційній функції типу Коші (2), має вигляд

$$\Phi'(u) = a^2 u \exp\{-a u\}. \quad (9)$$

Для генерування реалізацій “шуму”  $\xi(r, \theta, \varphi)$  було підібрано модель [1, с. 195] однорідного ізо-

тропного випадкового поля у тривимірному просторі, яку зображено частковою сумою:

$$\xi_N(r, \theta, \varphi) = \sum_{m=0}^N \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(\zeta r)}{\sqrt{\zeta r}} \times \sum_{l=0}^m C_{m,l} P_m^l(\cos \theta) \left[ \eta_{m,1}^l \cos l\varphi + \eta_{m,2}^l \sin l\varphi \right], \quad (10)$$

де  $\{\eta_{m,l}^i\}$ ,  $m=0,1,2,\dots$ ,  $l=0,1,\dots,m$ ,  $i=1,2$  – послідовності взаємно незалежних випадкових величин, таких, що  $M \eta_{m,l}^i \eta_{k,s}^j = \delta_m^k \delta_l^s \delta_i^j$ ,  $\delta_i^j$  – символ Кронеккера;  $\zeta$  – незалежна від  $\eta_{m,l}^i$  і  $\eta_{m,l}^2$  ( $m=0,1,2,\dots$ ,  $l=0,1,\dots,m$ ) випадкова величина із спектральною функцією  $\Phi(\lambda)$ ; коефіцієнти  $C_{m,l}$  можна визначити за виразом (7);  $P_m^l(z)$  – приєднані функції Лежандра;  $J_m(z)$  – функція Бесселя першого роду  $m$ -го порядку.

Для моделювання випадкової величини  $\zeta$  із спектральною функцією  $\Phi(\lambda)$  та відповідною спектральною щільністю (9) використано розроблений в [6] метод статистичного моделювання випадкових величин із гамма-розподілом при цілочисельному значенні параметра.

На основі підібраної моделі (10) та наведеного у статті [2] алгоритму застосовано розроблену оригінальну програму Spectr 3 у середовищі Delphi 12.0 для чисельного моделювання реалізацій значень у тривимірному випадку.

За допомогою цієї програми згенеровано реалізації випадкового поля “шуму” для даних щодо зміни густини крейдяної товщі у тривимірному просторі із кореляційною функцією типу Коші (4) при значенні параметра  $b=1,5$ . Слід зауважити, що під час моделювання дані по роках для кожної свердловини було усереднено.

На рис. 9, а зображено сітку змодельованих додаткових 100 точок, на якій отримано згенеровані значення випадкового поля розподілу густини

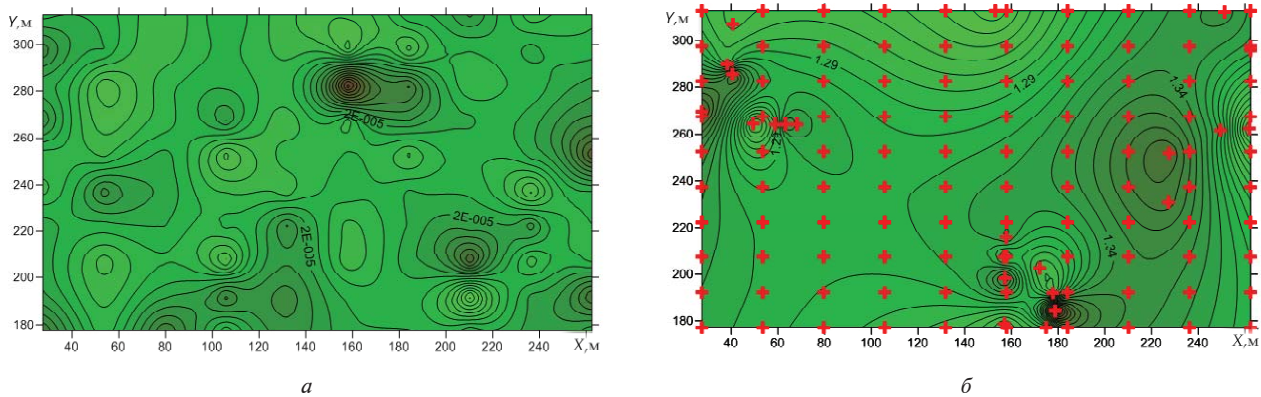


Рис. 9. Моделювання за допомогою програми Spectr 3: *a* – карта змодельованої у 100 точках реалізації випадкового поля “шуму” для даних щодо густини крейдяної товщі у тривимірному просторі на глибині 30 м від поверхні із кореляційною функцією типу Коші (4) при  $b = 1,5$ ; *б* – сітка із 100 додаткових точок, в яких змодельовано реалізацію випадкового поля “шуму” густини крейдяної товщі (точки, а також точки 29 свердловин нанесено червоними хрестиками)

ни на плоскій області за координатою  $z$  на рівні  $z = 30$  м. Така кількість точок перевищує кількість точок спостережень приблизно в 6 разів (рис. 9, б). За потреби запропонована методика дає змогу збільшити кількість точок чисельного моделювання випадкового поля на певний порядок. При порівнянні даних моделювання з результатами експериментальних спостережень густини отримані відхилення відповідають точності польових методів.

На рис. 10 представлено приклад побудови карти зміни густини крейдяної товщі за даними спостережних свердловин (дані усереднені за всі роки по 29 свердловинах на рівні 28 та 30 м відповідно) за допомогою програми Surfer [2]. Детальність указаної побудови за наявними даними не може забезпечити надійну характеристику стану крейдяної товщі, оскільки такої кількості результатів вимірювань для цього недостатньо.

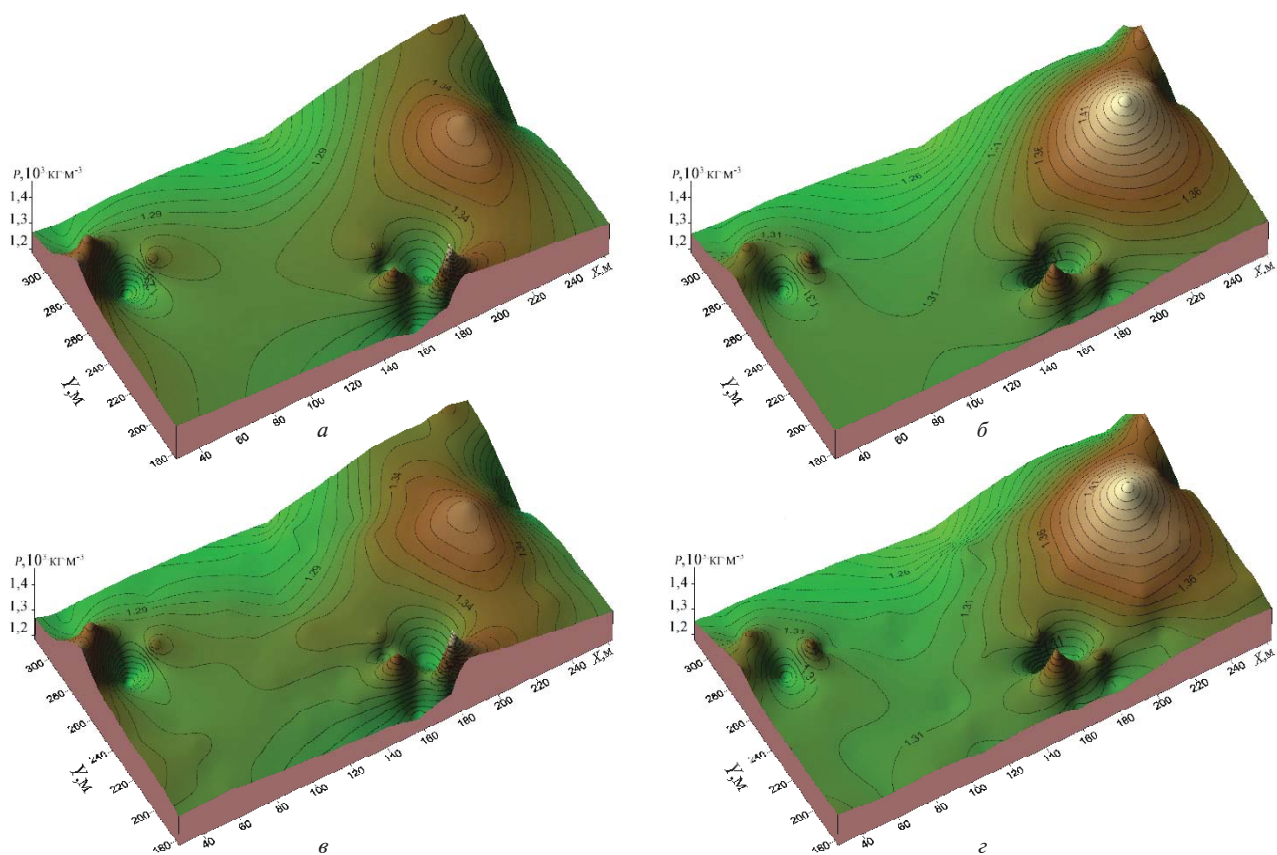


Рис. 10. Розподіл густини крейдяної товщі на промайданчику Рівненської АЕС на глибинах 28 (*a*) та 30 м (*б*) від поверхні за усередненими спостереженнями в 29 свердловинах за 1984–2004 рр. та змодельованими даними із урахуванням значень у режимних свердловинах на глибинах 28 (*в*) та 30 м (*г*)

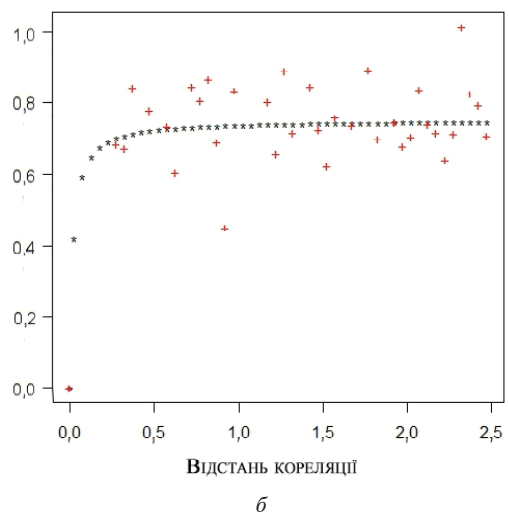
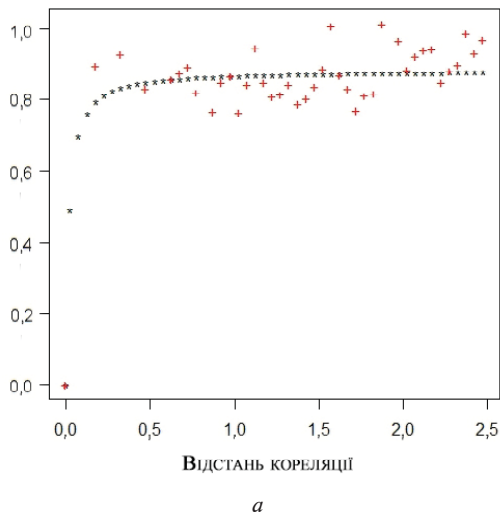


Рис. 11. Вариограми (емпірична та теоретична) згенерованих методом на основі спектрального розкладання реалізацій (а) і методом ТВМ реалізацій (б) по крейдяній товщі з кореляційною функцією типу Коші

На рис. 10, в, г ізолінії рівних значень густини крейдянної товщі побудовані на основі змодельованих даних із урахуванням значень у режимних свердловинах (на рівні 28 та 30 м відповідно).

За додатковими даними (змодельовано 300 значень у проміжках між точками спостережень для кожного рівня) отримано надійнішу апроксимацію, що дає можливість більш обґрунтовано приймати рішення про стан крейдянної товщі на території розташування Рівненської АЕС та визначати місця для перевірки і проведення детальніших досліджень.

Для порівняння адекватності моделювання методом, розробленим авторами [2] на основі спектрального розкладання однорідного ізоτροпного випадкового поля у тривимірному просторі, та методом ТВМ було також згенеровано реалізації 3D випадкового поля із кореляційною функцією типу Коші (4) методом ТВМ. Побудовано вариограми для таких реалізацій (рис.11, а) і реалізацій, отриманих нашим методом (рис.11, б).

Порівняльний аналіз вариограм показав, що середньоквадратичне відхилення емпіричної вариограми (рис. 11, зображена хрестиками) та теоретичної (зображена точковим графіком) для розробленого авторами методу дорівнює 0,002 816, а для методу ТВМ – 0,009 325. Можна дійти висновку, що розроблений метод статистичного моделювання однорідних ізоτροпних випадкових полів у тривимірному просторі [2] має точність, яка майже втричі перевищує точність методу ТВМ. Зазначимо, що згаданий вище метод рандомізації для статистичного моделювання однорідних ізоτροпних випадкових полів у тривимірному просторі має точність майже однакову (0,009 027) із точністю методу ТВМ.

Запропонований метод статистичного моделювання реалізацій 3D випадкових полів на основі спектрального розкладання таких полів дає можливість доповнювати дані спостережень із за-

даною детальністю. Цей метод не містить труднощів у зв'язку з необхідністю обчислення спектральних коефіцієнтів, як це виникає у запропонованому в публікаціях [3, 4] методі, а також не потрібно перетворювати багатовимірну кореляційну функцію в одновимірну, як це необхідно в разі застосування методу ТВМ [7, 8, 10].

Слід зауважити, що область застосування наведених моделей може бути розширена на класи випадкових полів з іншим типом розподілу, відмінних від гауссового, якщо замість послідовностей гауссових випадкових величин у моделях (6), (7) та (10) розглядати послідовності з відповідним типом розподілу.

Для моделей (6), (8) та (10), які автори використовували для генерування реалізацій досліджуваного поля у фіксованій точці тривимірного простору, функції Бесселя та Лежандра обчислювали за допомогою оригінальної програми та перевіряли пакетом програм Mathematica.

Одержані результати засвідчують, що моделі для даних досліджуваного майданчика були підібрані адекватно, та доводять, що розроблені програми Spectr 3.1 та Spectr 3 працюють із достатньою точністю: добре збігаються кореляційні функції, що розраховані за програмою GeoR, та карти, побудовані за реальними та змодельованими даними.

Проведено апробацію розроблених методів та алгоритмів на експериментальних даних для свердловин і полів значень густини крейдянної товщі і підтверджено високу надійність розроблених методик прогнозування цих характеристик у проміжках та поза межами сітки спостережень. При контролі незалежними методами відхилення між даними польових спостережень та змодельованими даними відповідають точності польових методів.

**Висновки.** Розроблено теорію, методику, моделі та алгоритми статистичного моделювання



двовимірних полів, що дає змогу значно підвищити ефективність моніторингових спостережень на території потенційно небезпечних об'єктів, моделювати значення параметрів у проміжках режимної сітки спостережень та за її межами, адекватно описувати реальні геологічні процеси. Існує можливість створити основу для прогнозування розвитку небезпечних геологічних процесів та їх поведінки за глибиною, часом і в просторі.

За результатами застосування зазначеного методу можна говорити про перспективу його використання для доповнення бази даних відсутніми в місцях пропусків даними, для виявлення аномальних зон та іншого роду геофізичних задач. Отже, сфера використання запропонованого методу не обмежується областю застосування для задачі, яку розглянуто у статті.

1. *Вишва З.О.* Статистичне моделювання випадкових процесів та полів / З.О. Вишва. – К.: Обрії, 2011. – 388 с.
2. *Вишва З.О.* Дослідження густини крейдяної товщі методом Монте-Карло на промайданчику Рівненської АЕС із застосуванням моделі Коші / З.О. Вишва, В.К. Демидов, А.С. Вишва // Вісн. Київ. нац. ун-ту імені Тараса Шевченка. Геологія. – 2014. – № 65.
3. *Вишва С.А.* Статистичне моделювання карстово-суфозійних процесів на території потенційно-небезпечних об'єктів / С.А. Вишва, З.О. Вишва, В.К. Демидов // Геоінформатика. – 2004. – № 2. – С. 78–85.
4. *Вишва С.А.* Статистичне моделювання тривимірних випадкових полів у задачах моніторингу геологічного середовища / С.А. Вишва, З.О. Вишва, В.К. Демидов // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики : зб. наук. праць. – 2006. – С. 173–184.
5. *Вишва С.А.* Тривимірне статистичне моделювання методом рандомізації в задачах моніторингу геологічного середовища / С.А. Вишва, З.О. Вишва, В.К. Демидов // Геоінформатика. – 2008. – № 2. – С. 78–85.
6. *Ермаков С.М.* Статистическое моделирование / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. – М.: Наука, 1982. – 296 с.
7. *Ядренко М.Й.* Статистичне моделювання однорідних та ізотропних тривимірних випадкових полів та оцінки похибок моделювання / М.Й. Ядренко, О.Г. Гамалій // Теорія ймовірностей та математична статистика. – 1998. – № 59. – С. 171–175.
8. *Chiles J-P.* Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty / J-P. Chiles, P. Delfiner. – New York; Toronto: John Wiley & Sons, 2012. – 734 p.
9. *Gneiting T.* Symmetric Positive Definite Functions with Applications in Spatial Statistics / T. Gneiting: Von der Universität Bayreuth zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung. – Bayreuth: Univ. Bayreuth, 1997. – 107 p.
10. *Mantoglou A.* Simulation of random fields with turning bands method / A. Mantoglou, L.J. Wilson // MIT Ralph M. Parsons Lab. Hydrol. and Water Syst. Rept. – 1981. – № 264. – 199 p.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ МЕЛОВОЙ ТОЛЩИ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО НА ПРОМПЛОЩАДКЕ РИВНЕНСКОЙ АЭС С ПРИМЕНЕНИЕМ 3D МОДЕЛЕЙ

*З.А. Вышва, В.К. Демидов, А.С. Вышва*

*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, ул. Васильковская, 90, Киев 03022, Украина, e-mail: zoya\_vyzhva@ukr.net, fondad@ukr.net, motomustanger@ukr.net*

Для исследования плотности толщи меловых отложений на территории промплощадки Ривненской АЭС на основе спектрального разложения разработана новая эффективная методика статистического моделирования случайных 3D полей в применении к задачам геофизического мониторинга окружающей среды. Рассмотрена задача численного моделирования реализаций случайного поля “шума” для данных изменения плотности меловой толщи в трёхмерном пространстве. Приведены статистические модели для гауссовых однородных изотропных случайных полей в трёхмерном пространстве, которые заданы статистическими характеристиками. На базе таких моделей, сформулированных алгоритмов и построенных программ сгенерированы реализации случайных 3D полей с корреляционными функциями разных типов. Проведено эффективное сравнение точности среднеквадратической аппроксимации моделирования предложенными методами и методом ТВМ (turning band method).

**Ключевые слова:** статистическое моделирование, случайное поле, корреляционная функция, статистическая модель.

# THE INVESTIGATION OF CHALK LAYER DENSITY ON RIVNE NPP INDUSTRIAL AREA TERRITORY BY MONTE CARLO METHOD USING 3D MODELS

Z.A. Vyzhva, V.K. Demidov, A.S. Vyzhva

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Vasylykivska str. 90, Kyiv 03022, Ukraine,  
e-mail: zoya\_vyzhva@ukr.net, fondad@ukr.net, motomustanger@ukr.net

The article is devoted to the application of the theory and methods of 3D random fields statistical simulation (Monte Carlo methods) to environmental geophysical monitoring problems. To investigate chalk layer density on the Rivne NPP industrial site a new effective statistical technique has been devised to simulate random fields in 3D space, based on spectral decomposition. The 2D data were selected from 3D density data of chalk rock strata at three depth levels (28, 29, 30 m from the surface). At each level, the data were presented as the sum of deterministic and random components. The deterministic 2D trend surface was constructed using spline interpolation. The random component (the so called "noise") is a 2D homogeneous isotropic random field. The authors considered the problem of statistical simulation of "noise" for chalk layer density realizations as random fields in 3D space. Statistical models have been constructed for the gauss random fields in three-dimensional space given by their statistical characteristics. Using these models, formulated algorithms and created programs, the authors have obtained 3D random fields realization with difference Bessel types, Cauchy types, and hole effect with certain parameters values. 300 additional values were simulated in the intervals between observation points for each level by constructing original programs Spectr 3 and Spectr 3\_1 based on the chosen statistical models. The authors compared mean-square errors of simulation made by the proposed methods and the TBM (turning band method) method. Statistical simulation method of random processes and fields in 3D space was introduced based on spectral decompositions, in order to enhance map accuracy with chalk layer density data. The paper suggests a universal method of statistical simulation of geophysical data to generate random 3D fields' realizations on grids with required accuracy and regularity.

**Keywords:** statistical simulation, random field, correlations function, statistical model.

## References:

1. Vyzhva Z.O. *Statystychne modelyuvannya vypadkovykh protsesiv ta poliv* [The statistical simulation of random processes and fields]. Kyiv, *Obryi*, 2011, 388 p.
2. Vyzhva Z.O., Demidov V.K., Vyzhva A.S. *Doslidzhennya hustyny kreydyanoyi tovshchi metodom Monte-Karlo na prommaydanchyku Rivnens'koyi AES iz zastosuvannyam modeli Koshi* [The investigation of chalk layer density on Rivne NPP industrial area territory by Monte Carlo method using Cauchy model]. *Visnyk Kyivs'koho natsional'noho universytetu im. T. Shevchenka. Seriya Heolohiya*, 2014, no. 65.
3. Vyzhva S.A., Vyzhva Z.O., Demidov V.K. *Statystychne modelyuvannya karstovo-sufoziynykh protsesiv na terytoriyi potentsiyno-nebezpechnykh ob'yektiv* [The statistical simulation of karst-suffusion phenomenon on the territory of potential-dangerous objects]. *Geoinformatika* [Geoinformatics (Ukraine)], 2004, no. 2, pp. 78-85.
4. Vyzhva S.A., Vyzhva Z.O., Demidov V.K. *Statystychne modelyuvannya tryvymirnykh vypadkovykh poliv u zadachakh monitorynhu heolohichnoho seredovyscha* [The statistical simulation of three-dimensional random fields on the problems of geological environment monitoring]. *Trudy "Teoretychni ta prykladni aspekty heoinformatyky"* [Proc. "Theoretical and applying aspects of Geoinformatics"]. Kyiv, *TOV "Karbon-servis"*, 2006, pp. 173-184.
5. Vyzhva S.A., Vyzhva Z.O., Demidov V.K. *Tryvymirne statystychne modelyuvannya metodom randomizatsiyi v zadachakh monitorynhu heolohichnoho seredovyscha* [The three-dimensional statistical simulation by randomization method on the problems of geological environment monitoring]. *Geoinformatika* [Geoinformatics (Ukraine)], 2008, no. 2, pp. 78-85.
6. Ermakov S.M., Mykhaylov H.A. *Statystycheskoe modelyrovanye* [The Statistical Simulation]. Moscow, *Nauka*, 1982, 296 p.
7. Yadrenko M.I., Gamalij O.G. *Statystychne modelyuvannya odnorodnykh ta izotropnykh tryvymirnykh vypadkovykh poliv ta otsinky pokhybok modelyuvannya* [Statistical simulation of a homogeneous isotropic random field in the space 3D and estimates of simulation errors]. *Teoriya ymovirnostey ta matematychna statystyka* [Theory of Probability and Mathematical Statistics], 1999, no. 59, pp. 171-175.
8. Chiles J-P., Delfiner P. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. N.Y., Toronto, *John Wiley & Sons*, 2012, 734 p.
9. Gneiting T. *Symmetric Positive Definite Functions with Applications in Spatial Statistics*. Von der Universität Bayreuth zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung [From the University Bayreuth to obtain the degree of Doctor of Natural Sciences (Dr. rer. nat.) Approved treatise], Bayreuth University, 1997, 107 p.
10. Mantoglou A., Wilson L.J. *Simulation of random fields with turning bands method*. *MIT Ralph M. Parsons Lab. Hydrol. and Water Syst. Rept.*, 1981, no. 264, 199 p.

Надійшла до редакції 07.07.2014 р.

Received 07/07/2014