

**МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ДЖЕРЕЛА  
(ТОЧКОВОГО ТА РОЗПОДІЛЕНОГО) ЗА ДАНИМИ ОБМЕЖЕНОЇ  
КІЛЬКОСТІ СЕЙСМІЧНИХ СТАНЦІЙ**

Д.В. Малицький, О.Д. Грицай, А.Ю. Павлова, О.А. Муйла, О.О. Асташкіна, О.О. Обідіна  
*Карпатське відділення інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, вул. Наукова, 3Б,  
м. Львів, 79060, Україна, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, susyinet@gmail.com,  
orest-aro@rambler.ru, sac1@ukr.net, obidinaeriol@gmail.com*

Розглянуто математичне моделювання хвильового поля у шаруватому півпросторі, викликаного точковим і розподіленим вогнищами землетрусу за допомогою матричного методу Томсона–Хаскела. Наведено методику визначення механізму вогнища землетрусу за даними обмеженої кількості станцій та графічного методу. Запропоновано методику визначення механізму вогнища за даними обмеженої кількості станцій, а також для отримання єдиного загального розв'язку застосовано метод переведення площини розриву із конкретної станції в гіпоцентр з використанням обертання системи координат. Розподілене джерело досліджено як суму точкових джерел, тобто кожна точка на площині розриву є генератором сейсмічних хвиль. Подано результати розв'язку задачі з проекту SIV inv 2a. Фокальний механізм визначено графічним методом і за допомогою методики визначення механізму вогнища за даними обмеженої кількості станцій. Отримано площини розриву з використанням записів зі станцій I8, I30 та I34. Показано, що визначення параметрів розподіленого джерела, а саме зміщення по розриву, часу наростання, часу розриву, є важливою сейсмологічною задачею.

**Ключові слова:** тензор сейсмічного моменту, фокальний механізм, площина розриву, кути орієнтації площини розриву.

**Вступ.** У статті наведено основні результати моделювання хвильового поля у шаруватому півпросторі, викликаного вогнищем землетрусу, який характеризується тензором сейсмічного моменту. За допомогою матричного методу Томсона–Хаскела з використанням точкового та розподіленого вогнищ землетрусу описано методи для визначення механізму вогнищ землетрусу та параметрів площин розриву. Напрацювання у теоретичному і прикладному аспектах дали змогу побудувати механізми вогнищ землетрусів, а також визначити площини розриву за вхідними даними проекту SIV. Ці напрацювання можуть бути застосовані для розв'язання інших сейсмологічних задач.

Обернені задачі є некоректними, тому накладаються додаткові умови на фізичні параметри і для їх розв'язання [2]. Може існувати достатньо багато різних систем шуканих параметрів, які задовольняють розв'язок прямої задачі. За умови невеликої кількості станцій та слабких сейсмічних подій потрібно розвивати нові методики визначення параметрів вогнища землетрусу. Нижче наведено теорію методу визначення механізму вогнища землетрусу за даними обмеженої кількості станцій: параметри вогнища сейсмічних хвиль знаходимо з інверсії хвильових форм для прямих поздовжніх хвиль.

Розподілене джерело розглянуто як суму точкових джерел [8–10], тобто кожна точка на площині розриву є генератором сейсмічних хвиль. Тому визначення параметрів такого джерела, а саме зміщення по розриву, час наростання (rise time), час

розриву (rupture time), є важливою сейсмологічною задачею [5, 11, 12]. На сьогодні для подій Карпатського регіону такі задачі потребують розв'язання. У статті запропоновано теорію визначення параметрів точкового та розподіленого вогнища землетрусу на прикладі події, описаної в міжнародному проекті Source Inversion Validation (SIV 2a).

**Теорія методу визначення механізму вогнища землетрусу за даними обмеженої кількості станцій.** Розглянемо дислокаційну модель вогнища землетрусу, яка характеризується тензором сейсмічного моменту [1]. Суть методу визначення механізму вогнища землетрусу полягає у визначенні параметрів вогнища із спостережуваних сейсмічних записів поля переміщення. Запропонований та описаний нижче метод визначення механізму вогнища землетрусу за даними обмеженої кількості станцій доцільно використовувати для вивчення характеристик сейсмічного джерела за умови виконання двох основних припущень: по-перше, передбачається, що діє наближення точкового джерела (геометричні розміри площини розлому набагато менші за гіпоцентрально відстань); по-друге, на сейсмічні хвилі врахований вплив структури Землі, тобто швидкісна модель середовища є заданою. Якщо якесь із цих припущень не виконується, то результуючий тензор сейсмічного моменту може містити велику компоненту недевіаторної частини, навіть якщо механізм джерела зображений подвійною парою сил.

За матричним методом і моделлю точкового джерела отримано вирази для далекої зони поля

переміщень на вільній поверхні шаруватого півпростору [13]:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix} &= \sum_{i=1}^3 \int_0^{\infty} k^2 I_i L^{-1} [M_i g_i] dk, \\ u_{\varphi}^{(0)} &= \sum_{i=5}^6 \int_0^{\infty} k^2 J_i L^{-1} [M_i g_{i\varphi}] dk, \\ I_1 &= \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}, \quad I_3 = I_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут функції  $g_i = \begin{pmatrix} g_{iz} \\ g_{ir} \end{pmatrix}$  містять ефекти поширення між джерелом і приймачем;  $J_5 = J_0$ ;  $J_6 = J_1$  – функції Бесселя.

Поле переміщень у ближній зоні матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_r^{(0)} \\ u_{\varphi}^{(0)} \end{pmatrix} &= \frac{1}{r} \left( \int_0^{\infty} k J_1(kr) L^{-1} \left[ \begin{pmatrix} M_1 \\ -M_5 \end{pmatrix} (g_{1r} + 2g_{5\varphi}) \right] dk + \right. \\ &+ \left. \int_0^{\infty} \left( k J_0(kr) - \frac{2J_1(kr)}{r} \right) L^{-1} \left[ \begin{pmatrix} -M_4 \\ M_6 \end{pmatrix} (g_{3r} + 2g_{6\varphi}) \right] dk \right), \\ u_z^{(0)} &= \frac{1}{r} \int_0^{\infty} k J_1(kr) L^{-1} [M_4 g_{3z}] dk, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{xz} \cos \varphi + M_{yz} \sin \varphi, \\ M_2 &= M_{zz}, \\ M_3 &= \cos^2 \varphi \cdot M_{xx} + \sin^2 \varphi \cdot M_{yy} + \sin 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ M_4 &= -\cos 2\varphi \cdot M_{xx} + \cos 2\varphi \cdot M_{yy} - 2 \sin 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ M_5 &= M_{yz} \cos \varphi - M_{xz} \sin \varphi, \\ M_6 &= \sin 2\varphi \cdot M_{xx} - \sin 2\varphi \cdot M_{yy} - 2 \cos 2\varphi \cdot M_{xy}. \end{aligned} \quad (2)$$

У статті наведено вирази лише для поля переміщень у далекій зоні (1) з використанням виразів для прямої задачі, які можна записати в матричній формі для прямих  $P$ - та  $S$ -хвиль на  $N$  станціях ( $i = 1, \dots, N$ ) у частотному діапазоні ( $\omega$ ):

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S1}^{(0)} \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S2}^{(0)}, \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

де

$$\mathbf{M} = (M_{xz}(\omega), M_{yz}(\omega), M_{zz}(\omega), M_{xx}(\omega), M_{yy}(\omega), M_{xy}(\omega))^T = M_{lm}(\omega)$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^S & K_{22}^S & K_{23}^S & K_{24}^S & K_{25}^S & K_{26}^S \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \\ K_{41}^S & K_{42}^S & K_{43}^S & K_{44}^S & K_{45}^S & K_{46}^S \\ K_{51}^P & K_{52}^P & K_{53}^P & K_{54}^P & K_{55}^P & K_{56}^P \\ K_{61}^S & K_{62}^S & K_{63}^S & K_{64}^S & K_{65}^S & K_{66}^S \end{pmatrix} - \text{матриця швидкісної моделі на } i\text{-й станції.}$$

Кожен вектор у виразі  $(\mathbf{U}_{S1}^{(0)}, \mathbf{U}_{S2}^{(0)}, \dots, \mathbf{U}_{SN}^{(0)})^T$  міс-

тить шість компонент поля переміщень для прямих  $P$ - та  $S$ -хвиль на  $N$  станціях ( $i = 1, \dots, N$ ). Систему рівнянь (3) можна записати у матричному вигляді [4]:

$$\mathbf{G} \mathbf{M} = \mathbf{U}_S^{(0)}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Матриця  $\mathbf{K}$  та вектори  $\mathbf{M}$  і  $\mathbf{U}_S^{(0)}$  є функціями частоти. Якщо  $N > 6$ , система рівнянь (4) є перевизначеною. Для одержання компонент тензора сейсмічного моменту рівняння (4) обчислюємо у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G} \mathbf{M} &= \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}, \\ \mathbf{M} &= (\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\tilde{\mathbf{G}}^*$  – комплексно-спряжена і транспонована матриця  $\mathbf{G}$ . Частотну функцію тензора сейсмічного моменту отримано з матричного рівняння (5). Застосувавши перетворення Фур'є, запишемо часову функцію тензора сейсмічного моменту:

$$M_{lm}(t) = M_{lm} STF(t),$$

де  $M_{lm}$  – тензор сейсмічного моменту;  $STF(t)$  – часова функція джерела. Розклад означає, що фокальний механізм не залежить від часу. У статті [15] достатньо добре описано властивості функції  $M_{lm}(t)$ . Слід зауважити, що результати визначення часової функції тензора сейсмічного моменту (5) можуть бути отримані за сейсмічними даними тільки однієї станції.

**Переведення розв'язку зі станції в епіцентр.** За допомогою матричного методу отримано розв'язку механізму вогнища за даними кожної станції. Ці розв'язки різняться між собою як азимутами нодальних площин, так і кутами падіння та напрямками переміщення. Для того щоб отримати єдиний загальний розв'язок, запропоновано перевести механізми, визначені на конкретній станції, в гіпоцентр, використавши обертання системи координат.

Розглянемо правосторонню декартову систему координат:  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  – декартова система координат в епіцентрі ( $\hat{x}$  – напрям на північ,  $\hat{y}$  – напрям на схід,  $\hat{z}$  – вертикально вниз).

У цій системі координат вектор переміщення матиме вигляд [1]

$$\bar{u} = \bar{u} (\cos \lambda \cos \varphi_s + \cos \delta \sin \lambda \sin \varphi_s) \hat{x} + \bar{u} (\cos \lambda \sin \varphi_s - \cos \delta \sin \lambda \cos \varphi_s) \hat{y} - \bar{u} \sin \lambda \sin \delta \hat{z},$$

нормаль до розриву запишемо таким чином:

$$\mathbf{v} = -\sin \delta \sin \varphi_s \hat{x} + \sin \delta \cos \varphi_s \hat{y} - \cos \delta \hat{z},$$

напрямок хвилі  $P$  –

$$\boldsymbol{\gamma} = \sin i_{\xi} \cos \varphi_s \hat{x} + \sin i_{\xi} \sin \varphi_s \hat{y} + \sin i_{\xi} \sin \varphi_s \hat{z},$$

де  $i_\xi$  – кут виходу хвилі  $P$ - із джерела;  $\varphi_s, \delta, \lambda$  – кути простягання, падіння та нахилу;  $\varphi$  – азимут від джерела на приймач.

Зображення площини розриву з імовірними її параметрами показано на рис. 1.

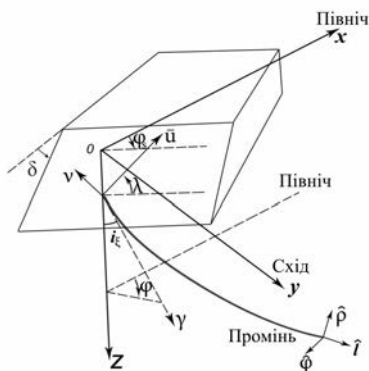


Рис. 1. Зображення лежачої сторони площини розриву  
Fig. 1. The lying side of the fault plane

Для двох різних значень орієнтації площини розриву справедливі співвідношення для скалярних добутків

$$\gamma_1 v_1 = \gamma_2 v_2, \quad (6)$$

$$\bar{u}_1 \gamma_1 = \bar{u}_2 \gamma_2. \quad (7)$$

За допомогою матричного рівняння (5) отримано компоненти тензора сейсмічного моменту за даними  $N$  станцій. Таке саме співвідношення є правильним, якщо використовувати дані з однієї станції, тобто значення тільки прямої  $P$ -хвилі за відомої швидкісної моделі та значеннями азимуту – з епіцентру на станцію, та кута виходу прямої  $P$ -хвилі (рис. 1). Методика визначення тензора сейсмічного моменту для цього випадку полягає в тому, що механізм вогнища, який визначений за даними однієї станції, переносимо в епіцентр землетрусу (рис. 2). Це означає, що площину розриву, яку визначено на станції за допомогою кутів  $(\varphi_{1s}, \delta_1, \lambda_1)$ , переведено в епіцентр з новими параметрами  $(\varphi_{2s}, \delta_2, \lambda_2)$ . При такому перетворенні кут виходу  $i_\xi$  дорівнює нулю.

Вважаємо, що початкові параметри площини розриву відомі, тобто відомі значення для векторів  $u_1, v_1, \gamma_1$ . Ці значення одержано на станції з вико-

ристанням рівняння (5). Визначимо значення орієнтації площини розриву  $(\varphi_s, \delta, \lambda)$ , якщо кут виходу дорівнює нулю. Із рівняння (6), враховуючи, що  $i_\xi$  дорівнює нулю, отримуємо

$$\delta_2 = \arccos(\sin \delta_1 \sin i_{\xi} \sin(\varphi_{s1} - \varphi) + \cos i_{\xi} \cos \delta_1),$$

із рівняння (7) –

$$\lambda_2 = \arcsin\left(-\frac{\bar{u}_1 \gamma_1}{\sin \delta_2}\right), \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 \gamma_1 = & \sin i_{\xi} \cos \varphi (\cos \lambda_1 \cos \varphi_{s1} - \cos \delta_1 \sin \lambda_1 \sin \varphi_{s1}) + \\ & + \sin i_{\xi} \sin \varphi (\cos \lambda_1 \sin \varphi_{s1} - \cos \delta_1 \sin \lambda_1 \cos \varphi_{s1}) - \\ & - \cos i_{\xi} \sin \lambda_1 \sin \delta_1 \end{aligned} \quad (9)$$

Кут простягання  $\varphi_{s2}$  для випадку  $i_{\xi} = 0$  визначено з рівностей (8), (9):

$$\begin{aligned} \varphi_{s2} = \arcsin\left(\frac{1}{\sin \delta_2 \sin(i_{\xi kr} - i_{\xi})} \sin \delta_1 \sin \varphi_{s1} \sin i_{\xi kr} + \right. \\ \left. + \cos \delta_1 \cos i_{\xi kr} - \cos \delta_2 \cos(i_{\xi kr} - i_{\xi})\right), \end{aligned}$$

де  $i_{\xi kr}$  – кут, за якого нодальна площина перетинається з віссю  $N$ .

**Проект SIV 2a.** Для тестування запропонованої методики з метою визначення механізму вогнища землетрусу використано результати, отримані групою вчених у межах проекту SIV [14]. Для відомої моделі середовища (табл. 1, рис. 3) з використанням синтетичних сейсмограм розв'язано задачу щодо параметрів вогнища землетрусу. Згідно з умовою задачі, джерело сейсмічних хвиль розташоване на глибині 10 км, сейсмічний момент  $M_0$  дорівнює  $3,5 \cdot 10^9$  Н · м ( $M_w = 7,0$ ). У випадку розподіленого у просторі джерела розміри площини розриву задано, як  $(40 \times 20)$  км.

Таблиця 1. Швидкісна модель

Table 1. The velocity model

Шар	Глибина, км	$V_p$ , км/с	$V_s$ , км/с	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>
1	2	4,8	2,6	2,3
2	4,8	5,5	3,1	2,5
3	10	6,2	3,6	2,7
3	18	6,2	3,6	2,7
4	24	6,8	3,8	2,8
5	45	8	4,62	3,2

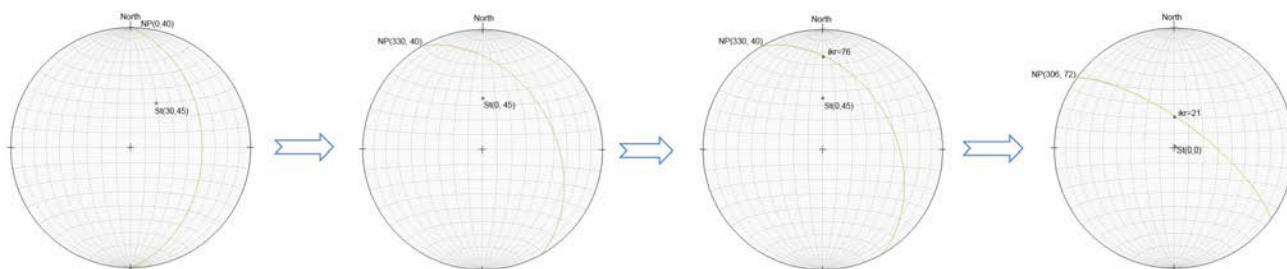


Рис. 2. Переведення розв'язку зі станції в епіцентр

Fig. 2. Transfer the solution from the station to the epicenter

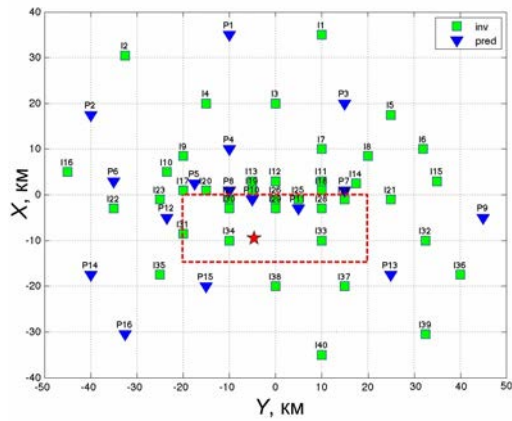


Рис. 3. Схема розташування епіцентру землетрусу та сейсмічних станцій

Fig. 3. Locations of the earthquake epicenter and seismic stations

За допомогою графічного методу побудовано механізм вогнища землетрусу за полярностями вступу *P*-хвилі, азимутами та кутами виходу (табл. 2). Цей механізм вогнища (рис. 4) повністю відповідає механізму, який побудували інші автори [14].

Параметри отриманого механізму вогнища, град:

$\varphi_{s1}$	$\delta_1$	$\lambda_1$	$\varphi_{s2}$	$\delta_2$	$\lambda_2$
90	$45 \pm 5$	$-120 \pm 10$	309	$52 \pm 5$	$-63 \pm 10$

За допомогою методу для визначення механізму вогнища за даними обмеженої кількості станцій, який описано вище, побудовано фокальні механізми (рис. 5, табл. 3). Порівняльний аналіз

Таблиця 2. Координати сейсмічних станцій

Table 2. The coordinates of the seismic stations

Станція	X, км	Y, км	E, км	φ, град	Станція	X, км	Y, км	E, км	φ, град
<b>I1</b>	35	10	46,86253	18,3	<b>I21</b>	-1	25	30,77851	73,9
<b>I2</b>	30,5	-32,5	48,81892	325,6	<b>I22</b>	-3	-35	31,12485	282,4
<b>I3</b>	20	0	29,89141	9,2	<b>I23</b>	-1	-25	22,14309	293
<b>I4</b>	20	-15	31,32725	341,1	<b>I24</b>	-1	15	21,3522	66,6
<b>I5</b>	17,5	25	40,06927	47,6	<b>I25</b>	-1	5	12,8264	48,9
<b>I6</b>	10	32	41,46295	61,8	<b>I26</b>	-1	0	9,685892	29,4
<b>I7</b>	10	10	24,37409	37,1	<b>I27</b>	-1	-10	10,1201	328,8
<b>I8</b>	8,5	20	30,48158	53,8	<b>I28</b>	-3	10	15,97049	66,1
<b>I9</b>	8,5	-20	23,73871	320	<b>I29</b>	-3	0	7,978502	36,4
<b>I10</b>	5	-23,5	23,86957	308	<b>I30</b>	-3	-10	8,500382	321,7
<b>I11</b>	3	10	19,22333	49,7	<b>I31</b>	-8,5	-20	15,46501	274
<b>I12</b>	3	0	13,34678	21	<b>I32</b>	-10	32,5	37,07285	90,5
<b>I13</b>	3	-5	12,54737	359,2	<b>I33</b>	-10	10	14,57726	91,7
<b>I14</b>	2,5	17,5	25,14053	61,5	<b>I34</b>	-10	-10	5,44945	265
<b>I15</b>	3	35	41,50947	72,3	<b>I35</b>	-17,5	-25	21,92593	248,6
<b>I16</b>	5	-45	42,96506	290,1	<b>I36</b>	-17,5	40	45,27523	99,8
<b>I17</b>	1	-20	18,68627	304,9	<b>I37</b>	-20	15	22,19001	117,7
<b>I18</b>	1	10	17,98267	54,5	<b>I38</b>	-20	0	11,41475	155,2
<b>I19</b>	1	-5	10,54877	359	<b>I39</b>	-30,5	32,5	42,58529	119,1
<b>I20</b>	1	-15	14,82823	316,1	<b>I40</b>	-35	10	29,33422	149,7

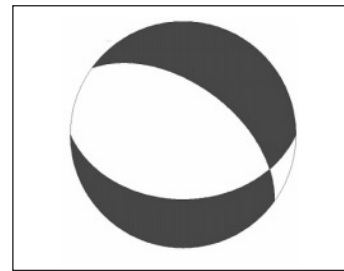


Рис. 4. Фокальний механізм вогнища землетрусу, заданий у проекті SIV 2a

Fig. 4. The preset focal mechanism in SIV 2a

отриманих результатів (див. рис. 3, 5) показує, що метод для визначення механізмів вогнищ за даними однієї або декількох станцій можна використовувати для розв'язання інших сейсмологічних задач.

**Розподілене джерело.** Матричний метод застосовують саме у випадку поширення сейсмічних хвиль у горизонтально-шаруватому півпросторі, коли неоднорідне середовище моделюють системою однорідних ізотропних шарів із паралельними межами. Вогнище землетрусу як розподілене джерело розміщено в однорідному шарі. Для розподіленого джерела використано той факт, що хвильове поле від такого вогнища є суперпозицією полів переміщень від кожного точкового джерела. Таким чином, постановка прямої задачі полягає у визначенні хвильового поля на вільній поверхні шаруватого півпростору, коли вогнище землетрусу уявляємо як розподілене джерело у просторі та

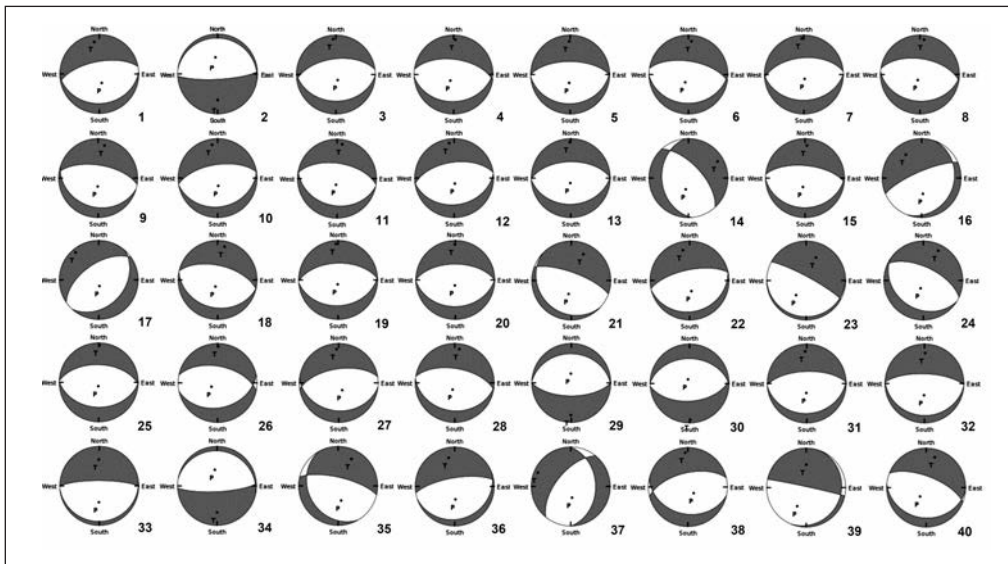


Рис. 5. Фокальні механізми, визначені за даними 40 станцій  
 Fig. 5. The focal mechanisms obtained for 40 stations

часі. Тоді кожна компонента тензора сейсмічного моменту є функцією часу для кожної точки на площині розриву. Отже, для кожного точкового джерела вводимо час наростання (rise time), час розриву (rupture time), а також зміщення по розриву (так звана дислокація на площині розриву). У випадку точкового джерела параметрами вогнища є середня зміщення по розриву і часова функція вогнища  $STF(t)$ . Часова функція вогнища  $STF(t)$  є комбінацією часу наростання і часу розриву. Слід зауважити, що для побудови площини розриву по-

трібно знати її орієнтацію, тобто визначити тензор сейсмічного моменту або фокальний механізм. Цей підхід забезпечується наявністю достатньо великої кількості сейсмічних станцій, які мають бути розміщені навколо епіцентру землетрусу. Тоді за знаками вступів прямих  $P$ -хвиль і за кутами їх виходу на фокальній площині будують дві нодальні площини, одна із яких є площиною розриву [3]. Такий відомий метод дає змогу визначити орієнтацію площини розриву, а також скалярний сейсмічний момент  $M_0$  за сейсмічними записами і знаходити

Таблиця 3. Параметри фокальних механізмів, град  
 Table 3. The focal mechanisms parameters, deg

Станція	$\varphi_{s1}$	$\delta_1$	$\lambda_1$	$\varphi_{s2}$	$\delta_2$	$\lambda_2$	Станція	$\varphi_{s1}$	$\delta_1$	$\lambda_1$	$\varphi_{s2}$	$\delta_2$	$\lambda_2$
<b>I1</b>	87	26	-83	261	64	-93	<b>I21</b>	133	18	-68	291	73	-97
<b>I2</b>	87	79	-92	280	11	-78	<b>I22</b>	76	22	-92	259	68	-89
<b>I3</b>	91	33	-83	264	57	-94	<b>I23</b>	90	9	-118	298	82	-85
<b>I4</b>	87	32	-99	279	58	-84	<b>I24</b>	122	28	-84	296	62	-93
<b>I5</b>	87	27	-93	272	63	-88	<b>I25</b>	91	37	-91	273	53	-89
<b>I6</b>	89	28	-99	280	62	-85	<b>I26</b>	78	37	-109	282	55	-76
<b>I7</b>	89	35	-87	266	55	-92	<b>I27</b>	96	30	-77	261	60	-97
<b>I8</b>	94	33	-94	280	57	-87	<b>I28</b>	96	30	-93	279	60	-88
<b>I9</b>	106	27	-84	280	63	-93	<b>I29</b>	90	63	-91	272	27	-88
<b>I10</b>	80	28	-91	261	62	-89	<b>I30</b>	86	53	-93	270	37	-86
<b>I11</b>	101	32	-88	280	58	-91	<b>I31</b>	86	25	-92	269	65	-89
<b>I12</b>	83	33	-89	263	56	-90	<b>I32</b>	93	20	-89	271	70	-90
<b>I13</b>	88	34	-91	270	56	-89	<b>I33</b>	85	11	-95	271	79	-89
<b>I14</b>	175	33	-57	318	62	-110	<b>I34</b>	87	78	-93	286	12	-72
<b>I15</b>	89	26	-96	276	64	-87	<b>I35</b>	150	25	-46	284	72	-108
<b>I16</b>	21	19	-134	247	76	-76	<b>I36</b>	71	18	-99	261	73	-87
<b>I17</b>	42	34	-101	237	56	-82	<b>I37</b>	359	37	-124	220	60	-67
<b>I18</b>	102	30	-91	284	60	-89	<b>I38</b>	102	32	-68	258	60	-103
<b>I19</b>	86	35	-92	270	55	-88	<b>I39</b>	22	12	-170	283	88	-78
<b>I20</b>	89	33	-91	271	57	-89	<b>I40</b>	95	24	-105	292	66	-83

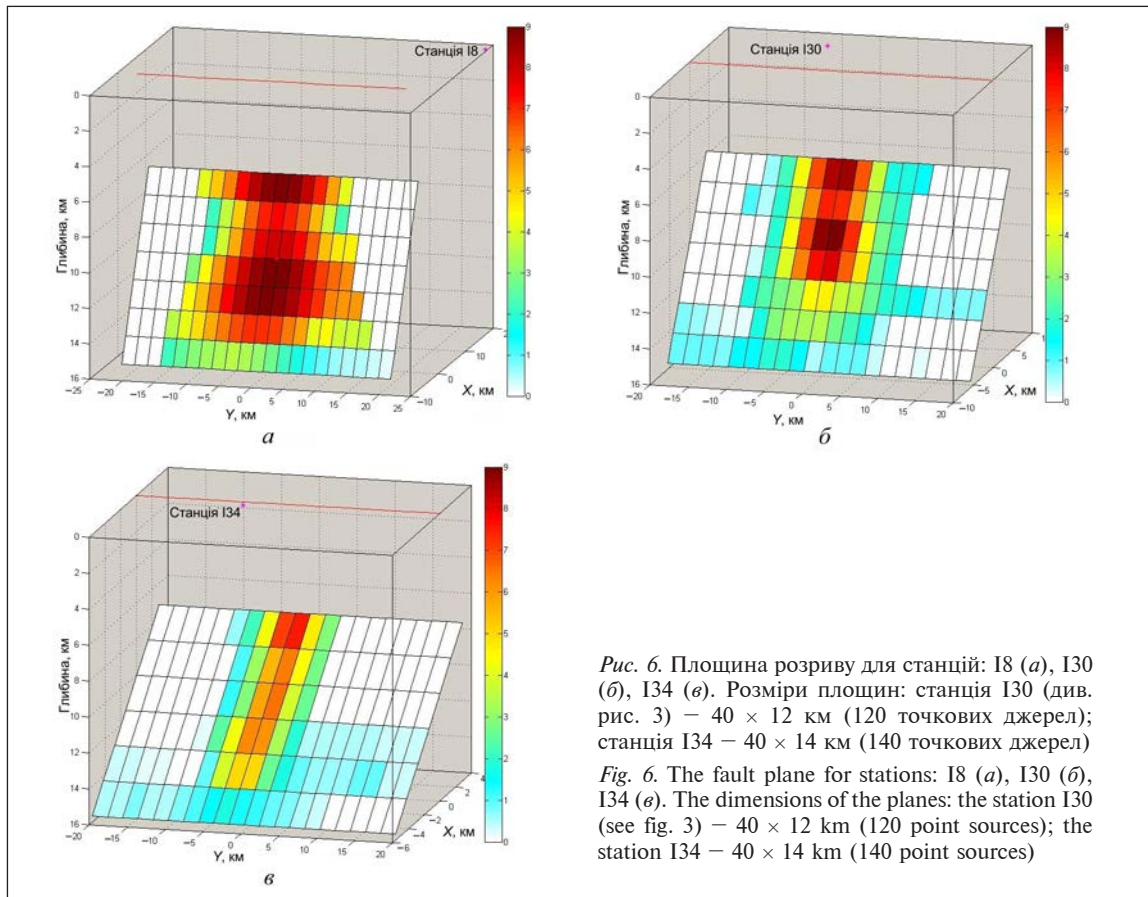


Рис. 6. Площина розриву для станцій: 18 (а), 130 (б), 134 (в). Розміри площин: станція 130 (див. рис. 3) – 40 × 12 км (120 точкових джерел); станція 134 – 40 × 14 км (140 точкових джерел)  
 Fig. 6. The fault plane for stations: 18 (a), 130 (б), 134 (в). The dimensions of the planes: the station 130 (see fig. 3) – 40 × 12 km (120 point sources); the station 134 – 40 × 14 km (140 point sources)

за відомими формулами компоненти сейсмічного тензора. Однак зрозуміло, що фізичні процеси у вогнищі не відбуваються миттєво. Наприклад, час, протягом якого відбувається сейсмічна подія, може тривати від часток секунди для малих землетрусів до десятків хвилин для великих землетрусів. У такому випадку введення часової функції вогнища  $STF(t)$  є важливим кроком переходу від точкового до розподіленого джерела.

У цій статті наведено основні результати математичного моделювання поширення сейсмічних хвиль у шаруватому півпросторі для розподіленого джерела. Отже, розглянуто реєстрацію поля переміщень на вільній поверхні однією станцією від розподіленого джерела, що є сумою  $s$  елементарних (точкових) джерел. У запропонованій методиці використано математичні зображення у спектральному діапазоні. У публікаціях [6, 7] показано, що для точкового джерела хвильове поле, зумовлене прямими  $P$ - та  $S$ -хвилями, має вигляд

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = (U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})^T = \mathbf{K} \cdot \mathbf{M},$$

де

$\mathbf{M} = (M_{xz}, M_{yz}, M_{zz}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy})^T$  – тензор сейсмічного моменту;

$\mathbf{U}_s^{(0)} = (U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})^T$  – компоненти прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль на вільній поверхні середовища.

У випадку розподіленого джерела поле переміщень (у спектральному діапазоні), яке зареєстровано на одній станції і зумовлено прямими  $P$ - та  $S$ -хвилями від  $s$  точкових джерел, матиме вигляд

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = K_1 M_1 + K_2 M_2 + \dots + K_s M_s. \quad (10)$$

Рівняння (10) можна переписати, ввівши сейсмічний момент  $M_0$  для кожного точкового джерела, а саме  $M_0 = \mu A u(t)$  ( $\mu$  – модуль зсуву,  $A$  – площа точкового джерела,  $u(t)$  – зміщення по розриву (переміщення) для точкового джерела. Вважатимемо, що розподілене джерело розміщене в однорідному шарі (хоча це не обов'язково), площі всіх елементарних джерел однакові, але переміщення по розриву різні, а отже, час наростання і час розриву для кожного точкового джерела мають свої значення. Крім того, використаємо формули для компонент тензора сейсмічного моменту для кожного точкового джерела через кути, які визначають геометричну орієнтацію площини розриву:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= -M_0 (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \varphi_s); \\ M_{yy} &= M_0 (\sin \delta \cos \lambda \cos 2\varphi_s + 1/2 \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\varphi_s); \\ M_{xz} &= -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \cos \varphi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \varphi_s) = M_{zx}; \\ M_{yy} &= M_0 (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \varphi_s); \\ M_{yz} &= -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \sin \varphi_s - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \varphi_s) = M_{zy}; \\ M_{zz} &= -M_0 \sin 2\delta \sin \lambda. \end{aligned} \quad (11)$$

Тоді, використавши формули (11), перепишемо рівняння (10) у вигляді

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = K_1 \mu_1 A u_1 f(\delta, \varphi_s, \lambda) + K_2 \mu_2 A u_2 f(\delta, \varphi_s, \lambda) + \dots + K_s \mu_s A u_s f(\delta, \varphi_s, \lambda). \quad (12)$$

Вектор  $f(\delta, \varphi_s, \lambda)$  визначається правою частиною рівняння (2) (без  $M_0$ ) і є розмірністю  $1 \times 6$ .

Слід зазначити, що у формулі (12) матриці  $K$  для кожного точкового джерела різняться азимутами  $\varphi$  і глибинами їх залягання.

Таким чином, відповідно до значень для вектора  $f(\delta, \varphi_s, \lambda)$ , поле переміщень для розподіленого джерела (12), яке зумовлено лише прямими  $P$ - і  $S$ -хвилями, на вільній поверхні середовища має вигляд

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = \left( U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s} \right)^T = G u, \quad (13)$$

де елементи матриці визначено, як

$$g_{ij} = \mu A b_{ij} = \mu A K_{ij} f_i \quad (i, j = 1 \div 6).$$

Вектор  $u = (u_1, u_2, \dots, u_s)^T$  визначає переміщення по розриву для кожного точкового джерела.

Приведемо перевизначену систему лінійних рівнянь (13) до такого вигляду, помноживши зліва і справа на матрицю  $\tilde{G}^*$ , яка щодо матриці  $G$  є комплексно-спряженою і транспонованою, тобто

$$\tilde{G}^* G u = \tilde{G}^* \mathbf{U}_s^{(0)}, \quad (14)$$

або

$$u = (\tilde{G}^* G)^{-1} \tilde{G}^* \mathbf{U}_s^{(0)}. \quad (15)$$

Розв'язок (15) для вектора названо розв'язком узагальненої оберненої задачі, в сенсі середньоквадратичним, за якого мінімізується норма

$$\left| \mathbf{U}_s^{(0)} - G u \right|^2.$$

У теорії оцінювання параметрів методом найменших квадратів рівняння (14) відомо під назвою нормального рівняння. Отже, найкращий розв'язок буде отримано, якщо записи на станції будуть без шумів і для швидкісної моделі, наближеної до реальної. Зазначимо також, що отриманий метод для визначення переміщення по розриву для розподіленого джерела є ефективним і для слабких місцевих землетрусів, характерних для подій Карпатського регіону. Розв'язок оберненої задачі слід досліджувати, якщо є відхилення у значеннях швидкостей поздовжніх і поперечних хвиль, а також у випадку тонкошаруватої моделі. Таким чином, аналізуючи розв'язок для вектора  $u$  шляхом розв'язання оберненої задачі, слід досліджувати наведені вище особливості. Матриця  $(\tilde{G}^* G)$  може бути також близькою до сингулярної, що може завдати труднощів у визначення вектора  $u$ . У цьому випадку потрібно використовувати сингулярний розклад [7].

Зазначимо також, що можливість використання запропонованої методики перевірено на події з проекту SIV inv 2a (див. рис. 3, 6).

**Висновки.** У статті запропоновано методику визначення параметрів механізму вогнища сейсмічних хвиль за обмеженої кількості станцій. Ця методика дає змогу розв'язати обернену задачу щодо джерела, використовуючи записи з кожної станції окремо, що є дуже актуальним для Закарпаття. Розглянуто дві задачі, коли джерело сейсмічних хвиль представлено у вигляді дислокаційної моделі (точкове джерело) та розподіленого в просторі й часі.

Про важливість визначення параметрів розподіленого джерела та його використання у сучасній сейсмології дискутують як вітчизняні, так і закордонні сейсмологи. На сьогодні цій проблемі присвячено достатньо багато конференцій і симпозіумів. Слід згадати проєкт Source Inversion Validation (SIV), у якому беруть участь багато відомих вчених. Це наводить на думку, що обернена задача сейсмології щодо визначення параметрів вогнища землетрусу є актуальною, потребує розроблення нових методів і є перспективною для подальших досліджень. Запропоновану методику апробовано з використанням даних з проєкту SIV. Фокальний механізм визначено графічним методом і з використанням обмеженої кількості станцій. Всі отримані механізми відображають той самий вид розлому – скид, що цілком узгоджується із механізмом, заданим у прямій задачі проєкту SIV. Орієнтації площин розриву більшої кількості розв'язків варіюють у межах  $10^\circ$  та узгоджуються із заданим механізмом у проєкті SIV.

Задача SIV inv 2a присвячена розподіленому джерелу сейсмічних хвиль, тому автори отримали площини розриву з використанням записів зі станцій I8, I30 та I34. Результати не є суперечливими. У майбутньому буде апробовано методики визначення параметрів вогнища сейсмічних хвиль для реальних подій.

1. Аки К. Количественная сейсмология. Теория и методы / К. Аки, П. Ричардс. – М.: Мир, 1983. – 520 с.
2. Вербицкий Т.З. Математическое моделирование в сейсморазведке / Т.З. Вербицкий, Р.С. Починайко, Ю.П. Стародуб [та ін.] – К.: Наук. думка, 1985. – 275 с.
3. Малицький Д.В. Аналітично-числові підходи до обчислення часової залежності компонент тензора сейсмічного моменту // Геоінформатика. – 2010. – № 1. – С. 79–86.
4. Малицький Д.В. Про застосування матричного методу і його модифікацій для дослідження поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі / Д.В. Малицький, О.О. Муйла // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2007. – С. 124–136.
5. Akkar S. Empirical ground-motion models for point- and extended-source crustal earthquake scenarios in Europe

- and the Middle East / S. Akkar, M.A. Sandukkaya, J.J. Bommer // *Bulletin of Earthquake Engineering*. – 2014. – V. 12, iss. 1. – P. 359–387.
6. *Ben-Menahem A.* Seismic Waves and Sources / A. Ben-Menahem, S.J. Singh. – New York: Springer, 1981.
  7. *Chapman C.H.* A new method for computing synthetic seismograms // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1978. – V. 54. – P. 481–518.
  8. *Cormier V.P.* Full wave theory applied to a discontinuous velocity increase: The inner core boundary / V.P. Cormier, P.G. Richards // *J. Geophys.* – 1977. – No. 43. – P. 3–31.
  9. *D'Amico S.* Source parameters related to a small earthquake swarm off-shore of Malta (Central Mediterranean) / S. D'Amico // *Development in Earth Science*. – 2014. – V. 2. – P. 8–13.
  10. *Dziewonski A.M.* Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of regional and global seismicity / A.M. Dziewonski, T.A. Chou, J.H. Woodhouse // *J. Geophys. Res.* – 1981. – V. 86. – P. 2825–2852.
  11. *Kikuchi M.* Inversion of complex body waves-III / M. Kikuchi, H. Kanamori // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1991. – V. 81. – P. 2335–2350.
  12. *Malytskyy D.* Seismic waves in layered media / D. Malytskyy, E. Kozlovskyy // *J. Earth Science and Engineering*. – 2014. – V. 4. – P. 311–325.
  13. *Moment tensor determination by nonlinear inversion of amplitudes* / M. Godano, T. Bardainne, M. Regnier, A. Deschamps // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 2011. – V. 101. – P. 366–378.
  14. *The Earthquake-Source Inversion Validation (SIV) Project* / P. Martin Mai, Danijel Schorlemmer, Morgan Page, Jean-Paul Ampuero, Kimiyuki Asano, Mathieu Causse, Susana Custodio, Wenyan Fan, Gaetano Festa, Martin Galis, Frantisek Gallovic, Walter Imperatori, Martin Käser, Dmytro Malytskyy, Ryo Okuwaki, Fred Pollitz, Luca Passone, Hoby N. T. Razafindrakoto, Haruko Sekiguchi, Seok Goo Song, Surendra N. Somala, Kiran K. S. Thingbaijam, Cedric Twardzik, Martin van Driel, Jagdish C. Vyas, Rongjiang Wang, Yuji Yagi, Olaf Zielke // *Seismological Research Letters*. – 2016. – V. 87, iss. 3. – P. 690–708.
  15. *Vavrychuk V.* Moment tensor inversion of waveforms: a two-step time frequency approach / V. Vavrychuk, D. Kuhn // *Geophys. J. Int.* – 2012. – V. 190. – P. 1761–1776. – DOI:10.1111/j.1365-246X.2012.05592.

Надійшла до редакції 25.07.2016 р.

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА (ТОЧЕЧНОГО И РАСПРЕДЕЛЕННОГО) ПО ДАННЫМ ОГРАНИЧЕННОГО КОЛИЧЕСТВА СЕЙСМИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ

*Д.В. Малицкий, А.Д. Грицай, А.Ю. Павлова, А.А. Муyla, А.А. Асташкина, А.А. Обидина*

*Карпатское отделение Института геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, ул. Научная, 3Б, г. Львов, 79060, Украина, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, susyinet@gmail.com, orest-aro@rambler.ru, sac1@ukr.net, obidinaeriol@gmail.com*

Рассмотрено математическое моделирование волнового поля в слоистом полупространстве, вызванного точечным и распределенным очагами землетрясения с помощью матричного метода Томсона–Хаскелла. Представлена методика определения механизма очага землетрясения по данным ограниченного количества станций и графического метода. Предложена методика определения механизма очага по данным ограниченного числа станций, а также для получения единого общего решения, применен метод перевода плоскости разрыва с конкретной станции в гипоцентр путем вращения системы координат. Распределенный источник принят как сумма точечных источников, т. е. каждая точка на плоскости разрыва является генератором сейсмических волн. Представлены результаты решения задачи из проекта SIV inv 2a. Фокальный механизм определен графическим методом и с помощью методики определения механизма очага по данным ограниченного числа станций. Получены плоскости разрыва с использованием записей со станций I8, I30 и I34. Показано, что определение параметров распределенного источника, а именно смещения по разрыву, времени нарастания, времени разрыва, является важной сейсмологической задачей.

**Ключевые слова:** тензор сейсмического момента, фокальный механизм, плоскость разрыва, углы ориентации плоскости разрыва.

## THE METHOD OF DETERMINING THE PARAMETERS OF THE SOURCE (POINT AND DISTRIBUTED) USING DATA FROM A LIMITED NUMBER OF SEISMIC STATIONS

*D. Malytskyy, O. Hrytsai, A. Pavlova, O. Muyla, O. Astashkina, O. Obidina*

*Carpathian Branch of the Institute of Geophysics, NAS of Ukraine, 3b, Naukova Str., Lviv, 79060, Ukraine, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, susyinet@gmail.com, orest-aro@rambler.ru, sac1@ukr.net, obidinaeriol@gmail.com*

**Purpose.** The paper is devoted to mathematical modelling of wave fields in layered half-space generated by point and distributed earthquake using Thomson-Haskell matrix method. We propose a methodology of determining focal mechanisms using a graphical method, and the method for determining the focal mechanism using the data from a limited number of stations; and for construct the fault plane in the case of distributed sources.



**Design/methodology/approach.** The matrix method is used for modelling seismic waves in a heterogeneous medium, which is represented as a horizontal layered elastic structure. A distributed source is considered here as a sum of point sources, that is each point on the plane in a gap is a seismic wave generator. The obtained results for the displacement fields on the free surface on the layered half-space are used to determine the seismic moment tensor as a function of time by providing only direct P- and S-waves. We present here the way of determining the slip for distributed sources using the methodology for a point source. Thus, to determining the components of the moment tensor, we use the source time function and a slip numerical method, based on the direct problem solution for inversion signals. We also apply the method for determining the focal mechanism using the data from a limited number of stations, as well as for a single common solution method of transferring the plane gap with a particular station in the hypocentre using a rotation coordinate system.

**Findings.** We present the results of solving the problem SIV inv 2a. the focal mechanism has been defined by the graphical method and by the method of determining the mechanism of the fire, according to the limited number of stations. The authors have obtained a plane gap using the records from the stations I8, I30 and I34.

**Practical implications/value.** It could be concluded that characterization of distributed sources, such as bias in rupture, rise time, and the time gap is an important seismic problem.

**Keywords:** tensor seismic moment, focal mechanism, the plane gap, gap plane orientation angles.

#### References:

1. Aki K. Richards. P. Quantitative seismology. Theory and methods. Moscow, Mir, 1983, 520 p. (in Russian).
2. Verbitsky T.Z., Pochinaiko R.S., Starodub Y.P., Fedorishin O.S. Mathematical modelling in seismic exploration. Kiev, Naukova Dumka, 1985, 275 p. (in Russian).
3. Malyskyy D.V. Analytic-numerical approaches to the calculation of seismic moment tensor as a function of time. *Geoinformatika*, 2010, no. 1, pp. 79-86 (in Ukrainian).
4. Malyskyy D., Muyla O. Pro zastosuvannya matrychnoho metodu i yoho modyfikatsii dlia doslidzhennia poshyrennia seismichnykh khvyl u sharuvatomu seredovyschi. *Teoretychni ta prykladni aspekty heoinformatyky*, 2007, pp. 124-136 (in Ukrainian).
5. Akkar S., Sandukkaya M.A., Bommer J.J. Empirical ground-motion models for point- and extended-source crustal earthquake scenarios in Europe and the Middle East. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2014, vol. 12, iss. 1, pp. 359-387.
6. Ben-Menahem A., Singh S.J. *Seismic Waves and Sources*. New York, Springer, 1981.
7. Chapman C.H. A new method for computing synthetic seismograms. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 1978, no. 54, pp. 481-518.
8. Cormier V.P., Richards P.G. Full wave theory applied to a discontinuous velocity increase: The inner core boundary. *J. Geophys.*, 1977, no. 43, pp. 3-31.
9. D'Amico S. Source parameters related to a small earthquake swarm off-shore of Malta (Central Mediterranean). *Development in Earth Science*, 2014, vol. 2, pp. 8-13.
10. Dziewonski A.M., Chou T.A., Woodhouse J.H. Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of regional and global seismicity. *J. Geophys. Res.*, 1981, vol. 86, pp. 2825-2852.
11. Kikuchi M., Kanamori H. Inversion of complex body waves-III. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1991, vol. 81, pp. 2335-2350.
12. Malyskyy D., Kozlovskyy E. Seismic waves in layered media. *J. of Earth Science and Engineering*, 2014, vol. 4, pp. 311-325.
13. Godano M., Bardainne T., Regnier M., Deschamps A. Moment tensor determination by nonlinear inversion of amplitudes. *Bull.seism. Soc.Am.*, 2011, vol. 101, pp. 366-378.
14. The Earthquake-Source Inversion Validation (SIV) Project. P. Martin Mai, Danijel Schorlemmer, Morgan Page, Jean-Paul Ampuero, Kimiyuki Asano, Mathieu Causse, Susana Custodio, Wenyuan Fan, Gaetano Festa, Martin Galis, Frantisek Gallovic, Walter Imperatori, Martin Käser, Dmytro Malyskyy, Ryo Okuwaki, Fred Pollitz, Luca Passone, Hoby N. T. Razafindrakoto, Haruko Sekiguchi, Seok Goo Song, Surendra N. Somala, Kiran K. S. Thingbaijam, Cedric Twardzik, Martin van Driel, Jagdish C. Vyas, Rongjiang Wang, Yuji Yagi, Olaf Zielke. *Seismological Research Letters*, 2016, vol. 87, no. 3, pp. 690-708.
15. Vavryčuk V., Kuehn D. Moment tensor inversion of waveforms: a two-step time-frequency approach. *Geophys. J. Int.*, 2012, vol. 190, pp. 1761-1776, DOI:10.1111/j.1365-246X.2012.05592.

Received 25/07/2016