

УДК 550.837

Т. И. ПРИЧЕПИЙ

Институт геофизики НАН Украины,
03680 Киев, пр. Палладина 32
e-mail: sharapann@ukr.net

МОДИФИКАЦИИ МНИМЫХ ВЕКТОРОВ, ИХ СВОЙСТВА И ВОЗМОЖНОСТИ ПРИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Представлены результаты модельных исследований свойств комбинированных мнимых векторов с целью изучения возможности использования этих параметров для визуализации данных магнитотеллурических (МТ) зондирований. Вычисление компонент МТ-полей модельных объектов осуществлено по программе Макки. Результаты вычисления комбинированных мнимых векторов рассмотрены параллельно с расчетом векторов Визе для тех же моделей. Установлена зависимость комбинированных мнимых векторов от геометрических характеристик эллипсов поляризации магнитной составляющей МТ-поля. Показано, что форма комбинированных мнимых векторов, нормированных по квадрату модуля тангенциальной электрической составляющей МТ-поля, может быть использована при решении обратной задачи магнитотеллурики на этапе качественной интерпретации данных магнитотеллурических зондирований.

Ключевые слова: магнитотеллурические исследования, комбинированные мнимые векторы, эллипс поляризации, вектор Визе.

Введение. Магнитотеллурические и магнитовариационные исследования позволяют решать широкий спектр структурных и разведочных задач. На первом этапе обработки МТ-данных осуществляется качественная интерпретация, визуализация полученных данных. Предполагается, что это дает возможность выбрать разумный вариант первичной модели. Важной составной частью процесса является использование векторных магнитовариационных характеристик. К ним относятся магнитовариационные функции отклика, определяемые из линейных соотношений между компонентами магнитного поля $\mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)$. Они позволяют получить выразительную картину при визуализации исходных данных и прийти к некоторым заключениям о численных характеристиках предполагаемой модели исследуемой среды. Это векторы Визе—Паркинсона \mathbf{W}_r , \mathbf{W}_i и магнитовариационный вектор \mathbf{V} . Теория и практика применения данных векторов разработаны достаточно хорошо. Их аналитические свойства и конкретные особенности поведения для различных физических условий тщательно исследованы [3, 8]. Применение этих параметров для анализа данных в регионах с разнообразными структурными типами позволило получить хорошие результаты [2, 4—7].

Цель работы — представление новых векторных параметров, которые могут расширить возможности процесса визуализации магнитотеллурических данных.

Мнимые векторы. В.Н. Шуман [10] предложил рассмотреть вопрос о возможности использования мнимых векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} , образующихся при преобразовании точного векторного импедансного условия [11]:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} \times \mathbf{n} = \zeta(\mathbf{n} \times \mathbf{H}) + \xi^*(\mathbf{n} \times \mathbf{H}^* \times \mathbf{n}), \quad (1)$$

где

$$\zeta = -\frac{\mathbf{n}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{H}\|^2}, \quad \xi^* = \frac{(\mathbf{n} \times \mathbf{E})(\mathbf{n} \times \mathbf{H})}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{H}\|^2} —$$

скалярные параметры импедансного типа.

Равенство (1) является результатом разложения двойного векторного произведения $\mathbf{n} \times \mathbf{E} \times \mathbf{n}$ по ортогональному базису, который представлен двумя векторами — $\mathbf{n} \times \mathbf{H}$ и $\mathbf{n} \times \mathbf{H}^* \times \mathbf{n}$. Векторы базиса обладают свойством равенства норм: $\|\mathbf{n} \times \mathbf{H}\|^2 = \|\mathbf{n} \times \mathbf{H}^* \times \mathbf{n}\|^2 = \|\mathbf{H}_\tau\|^2$, где \mathbf{H}_τ — тангенциальная составляющая магнитного поля \mathbf{H} .

Равенство (1) представляет локальную связь между комплексными амплитудами напряжен-

ности электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей на границе раздела посредством скалярных импедансов ζ и ξ . Единичный вектор \mathbf{n} в статье [11] задан как внешняя нормаль к импедансной поверхности, т. е. в данной задаче положительная ось Z направлена вверх.

Мнимые векторы определяются равенствами

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{E} \times \mathbf{E}^* - (|\zeta|^2 + |\xi|^2)(\mathbf{H} \times \mathbf{H}^*) + \\ &+ \xi(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}^*) - \zeta^*(\mathbf{E} \times \mathbf{H}), \\ \mathbf{L} &= \zeta(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) - \zeta^*(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*), \end{aligned} \quad (2)$$

для них свойственны равенство норм и ортогональность: $\|\mathbf{L}\| = \|\mathbf{K}\|$, $\mathbf{L} = n \times \mathbf{K}$, и, как следствие, $\mathbf{L} \cdot \mathbf{K} = 0$. Эти векторы определены через полные значения напряженностей $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$, $\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z)$.

В большинстве геофизических задач положительная ось OZ направлена вниз от поверхности, следовательно, вектор \mathbf{n} будет отрицательным. С учетом этого факта соотношение составляющих по осям декартовых координат для векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} будет: $L_x = K_y$, $L_y = -K_x$, и определение свойств любого из данных векторов равнозначно определению свойств обоих. Название этих векторов определяется принадлежностью значений составляющих по осям к области комплексных чисел. Например, вектора \mathbf{K} можно представить в виде $\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_3$, где

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 &= \mathbf{E} \times \mathbf{E}^* \quad 2i \operatorname{Im}(\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*), \\ \mathbf{K}_2 &= (|\zeta|^2 + |\xi|^2)(\mathbf{H} \times \mathbf{H}^*) = 2iD \operatorname{Im}(\mathbf{H} \times \mathbf{H}^*), \\ \mathbf{K}_3 &= \xi(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) - \xi^*(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}^*) = 2i \operatorname{Im}[\xi(\mathbf{E} \times \mathbf{H})]. \end{aligned} \quad (3)$$

Вектор \mathbf{L} можно записать в виде $\mathbf{L} = \mathbf{C} - \mathbf{C}^*$, где $\mathbf{C} = \zeta(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H})$, $\mathbf{C}^* = \zeta^*(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)$. Тогда $\mathbf{C} - \mathbf{C}^* = 2i \operatorname{Im}(\mathbf{C})$ и

$$\mathbf{L} = 2i \operatorname{Im}[\zeta(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H})]. \quad (4)$$

Очевидно, эта форма также представляет чисто мнимую величину. Вектор \mathbf{L} зависит от выбора положительного направления оси OZ в отличие от инвариантности в этом отношении вектора \mathbf{K} .

Векторы \mathbf{K} и \mathbf{L} — тангенциальные, их z -координаты равны нулю. Значения составляющих по осям OX , OY декартовых координат данных векторов — чисто мнимые величины. Это следует помнить при рассмотрении вопросов, связанных с их физической сущностью, и при сравнении с другими векторными характеристиками магнитотеллурического поля. Однако при графическом представлении этих векторов и их модификаций мнимую единицу в выражениях (3),

(4) можно временно игнорировать. В отличие от векторов Визе и магнитовариационного вектора, которые являются безразмерными величинами, мнимые векторы \mathbf{K} и \mathbf{L} имеют свою размерность — квадрат размерности электрической составляющей МТ-поля.

Для иллюстрации процесса визуализации МТ-данных используем поле 3D-модели, рассчитанное по алгоритму Maskie [12]. Данная программа применяется для вычисления электрической $\mathbf{E} = \mathbf{E}(E_x, E_y, 0)$ и магнитной $\mathbf{H} = \mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)$ компонент магнитотеллурического поля для трехмерной модели, заданной своими геометрическими параметрами; также задается параметр удельного сопротивления ρ модели и вмещающей среды.

Методика расчетов поля. Алгоритм основан на интегральной форме уравнения Максвелла для конечно-разностной аппроксимации магнитного поля второго порядка [12]. Модель размещена на фоне нормального разреза, в качестве которого принят геоэлектрический разрез Восточно-Европейской платформы. В данной работе пробной моделью выбран погруженный куб. В первом варианте это куб 1×1 км на глубине 2,5 км в центре площади 10×10 км, удельное сопротивление вмещающего слоя 1000 Ом·м, удельное сопротивление куба 1 Ом·м. В дальнейшем модель для краткости обозначена как «куб 1».

Рассмотрим графические представления векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} для этой модели.

На рис. 1 показаны поля векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} на плоскости XOY для двух ортогональных поляризаций падающей волны $P1(ex, hy)$ и $P2(ey, hx)$. В центре каждого векторного поля показана проекция погруженного куба. Очевидно, что визуализация объекта, в данном случае куба, не является удовлетворительной. В работах, посвященных вопросу возможности визуализации данных МТЗ с помощью скалярных импедансов, показано, что параметры ζ и ξ даже для единичной поляризации позволяют не только определять положение проводящего объекта, но и вычислять параметры разреза аналогично работе с параметрами тензора импеданса Z . А в данном случае даже для двух поляризаций, рассматривая обе модификации мнимого вектора \mathbf{K} и \mathbf{L} , нельзя уверенно определить хотя бы положение проекции объекта на импедансной плоскости.

Комбинированные мнимые векторы. Очевидно, что информация, содержащейся в значениях поля единичной поляризации, недостаточно для целей визуализации посредством простого вычисления поля векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} . Естественным простейшим решением стала попытка исполь-

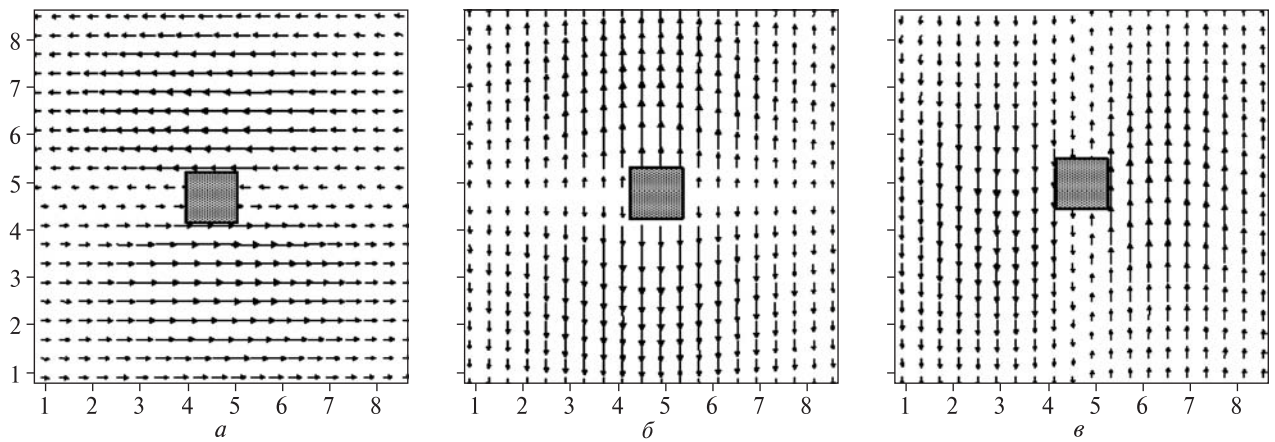


Рис. 1. Поля векторов \mathbf{K} , \mathbf{L} для модели «куб 1»: a — вектор \mathbf{K} для ex -поляризации; $б$ — вектор \mathbf{L} для ex -поляризации; $в$ — вектор \mathbf{K} для ey -поляризации; $г$ — вектор \mathbf{L} для ey -поляризации

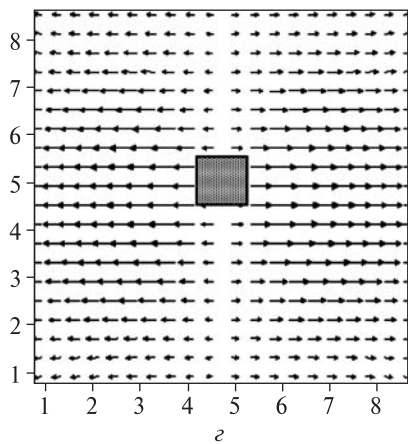


Fig. 1. Fields of vectors \mathbf{K} , \mathbf{L} for the «cube 1» model: a — vector \mathbf{K} for ex -polarization; $б$ — vector \mathbf{L} for ex -polarization; $в$ — vector \mathbf{K} for ey -polarization; $г$ — vector \mathbf{L} for ey -polarization

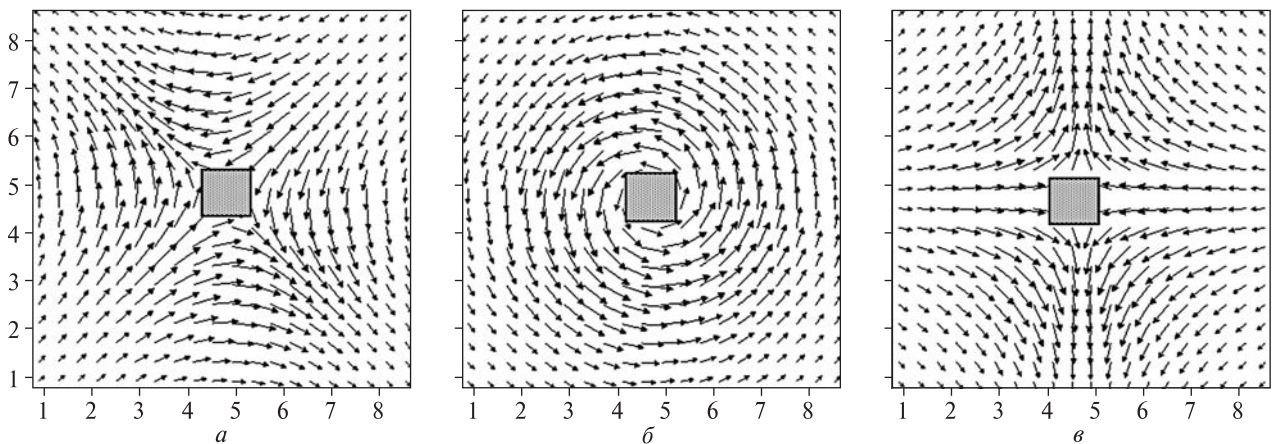


Рис. 2. Векторы суммы и разности векторов \mathbf{K} , \mathbf{L} модели «куб 1» для двух поляризаций — P1 (ex , hy) и P2 (ey , hx). Период $T=10$ с: a — $\mathbf{K}_{\text{раз}} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$; $б$ — $\mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$; $в$ — $\mathbf{L}_{\text{раз}} = \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2$; $г$ — $\mathbf{L}_{\text{sum}} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$

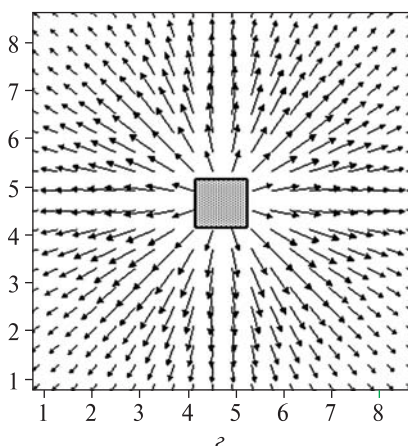


Fig. 2. Vectors of the sum and difference of vectors \mathbf{K} , \mathbf{L} of the “cube 1” model for two polarizations — P1 (ex , hy) and P2 (ey , hx). Period $T=10$ s: a — $\mathbf{K}_{\text{раз}} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$; $б$ — $\mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$; $в$ — $\mathbf{L}_{\text{раз}} = \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2$; $г$ — $\mathbf{L}_{\text{sum}} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$

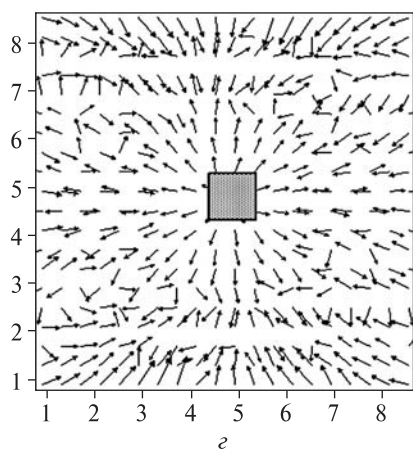
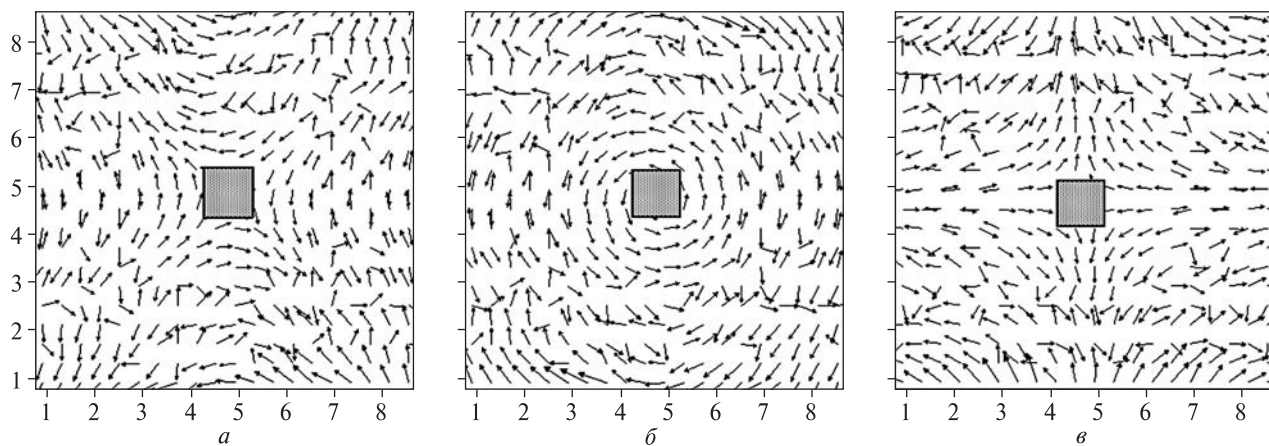


Рис. 3. Векторы суммы и разности векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} модели «куб 1» для двух поляризаций — P1 (ex, hy) и P2 (ey, hx). Период $T = 1000$ с: $a - \mathbf{K}_{\text{raz}} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$; $\delta - \mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$; $\theta - \mathbf{L}_{\text{raz}} = \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2$; $\varepsilon - \mathbf{L}_{\text{sum}} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$

Fig. 3. Vectors of the sum and difference of vectors \mathbf{K} , \mathbf{L} of the «cube 1» model for two polarizations — P1 (ex, hy) and P2 (ey, hx). Period $T = 1000$ s: $a - \mathbf{K}_{\text{raz}} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$; $\delta - \mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$; $\theta - \mathbf{L}_{\text{raz}} = \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2$; $\varepsilon - \mathbf{L}_{\text{sum}} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$

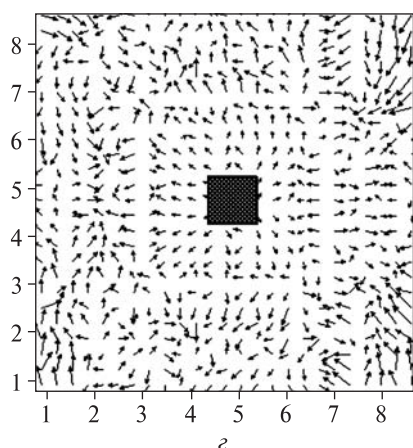
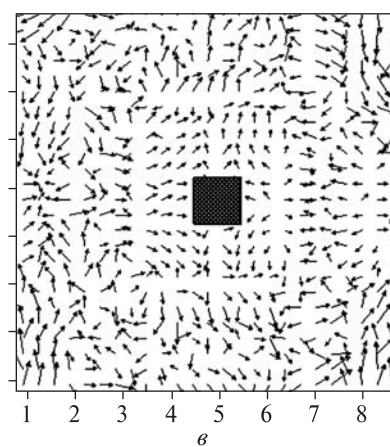
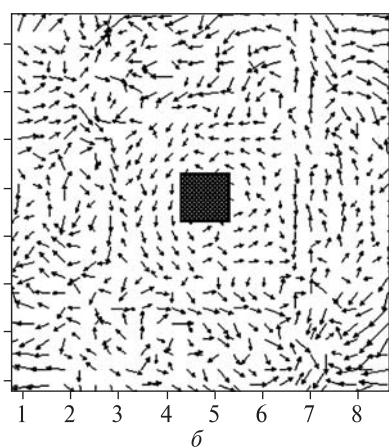
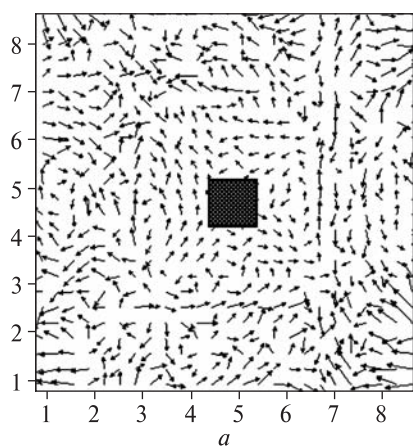


Рис. 4. Векторы суммы и разности векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} модели «куб 2» для двух поляризаций — P1 (ex, hy) и P2 (ey, hx). Период $T = 10$ с: $a - \mathbf{K}_{\text{raz}} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$; $\delta - \mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$; $\theta - \mathbf{L}_{\text{raz}} = \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2$; $\varepsilon - \mathbf{L}_{\text{sum}} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$

Fig. 4. Vectors of the sum and difference of vectors \mathbf{K} , \mathbf{L} of the «cube 2» model for two polarizations — P1 (ex, hy) and P2 (ey, hx). Period $T = 10$ s: $a - \mathbf{K}_{\text{raz}} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$; $\delta - \mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$; $\theta - \mathbf{L}_{\text{raz}} = \mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2$; $\varepsilon - \mathbf{L}_{\text{sum}} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$

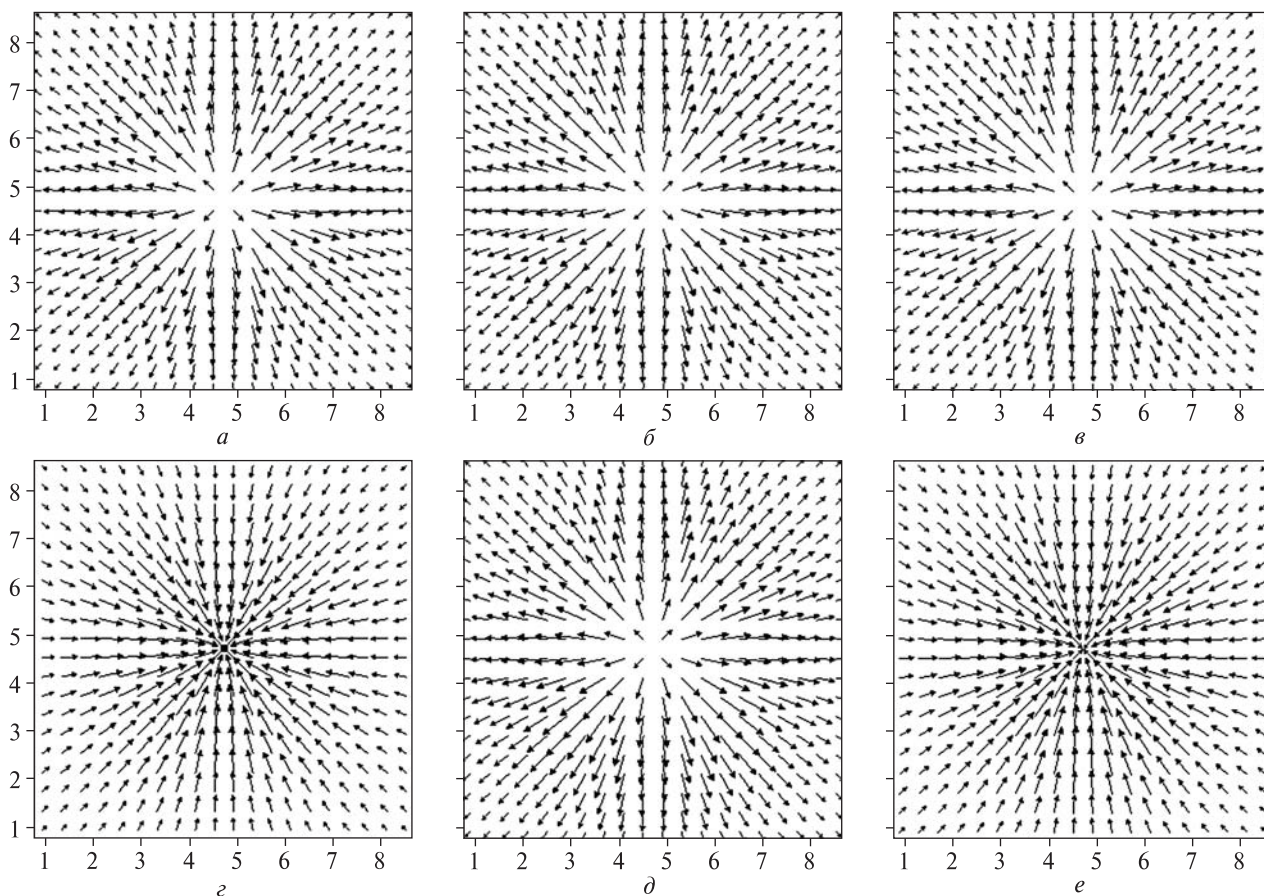


Рис. 5. Векторы Визе для модели «куб 1»: *a* — Wz real, $T = 0,1$ c; *б* — Wz im, $T = 0,1$ c; *в* — Wz real, $T = 10$ c; *г* — Wz im, $T = 10$ c; *д* — Wz real, $T = 1000$ c; *е* — Wz im, $T = 1000$ c

Fig. 5. Wiese vectors for the «cube 1» model: *a* — Wz real, $T = 0,1$ s; *б* — Wz im, $T = 0,1$ s; *в* — Wz real, $T = 10$ s; *г* — Wz im, $T = 10$ s; *д* — Wz real, $T = 1000$ s; *е* — Wz im, $T = 1000$ s

зования обеих поляризаций совместно. Были рассчитаны векторы суммы и разности векторов K и L : $K_{sum} = K1 + K2$, $K_{raz} = K1 - K2$, $L_{sum} = L1 + L2$, $L_{raz} = L1 - L2$. Индексы 1 и 2 в наименованиях векторов обозначают соответственно поляризации $P1(ex, hy)$ и $P2(ey, hx)$.

На рис. 2 представлены поля комбинированных векторных величин для той же модели, что и на рис.1. Они хорошо фиксируют положение проводящей структуры, в данном случае погруженного куба.

С целью изучения частотной зависимости мнимых векторов K и L и их комбинаций K_{sum} , K_{raz} , L_{sum} , L_{raz} были рассчитаны векторные поля этих величин для данной модели куба на периодах 0,1 c; 1 c; 5 c; 10 c; 50 c; 100 c и 1000 c. На периоде $T=100$ c поля векторов K , L и, как следствие, поля комбинированных векторов начали терять устойчивость, а при $T=1000$ c уже можно говорить о полной неустойчивости результатов визуализации (рис. 3).

Вторым вариантом является так называемая «обратная» модель. Это куб с пониженной проводи-

мостью, погруженный в высокопроводящую среду («куб 2»). Для этой модели результаты расчетов мнимых векторов и их комбинаций оказались неустойчивыми для всех рассчитанных частот.

Модель «куб 2» имеет одну особенность по сравнению с предыдущей, в которой проводящий куб помещен в безграничную по горизонтали слабопроводящую среду. Она представляет собой «куб в кубе», т. е. в безграничный по горизонтали изолятор ($\rho = 1000$ Ом·м) помещен проводящий куб $10 \times 10 \times 10$ км ($\rho = 10$ Ом·м), в котором, в свою очередь, находится слабопроводящий «кубик» $1 \times 1 \times 1$ км ($\rho = 500$ Ом·м). Очевидно, что индукционные процессы на границе между вмещающим изолятором ($\rho = 1000$ Ом·м) и проводящим большим кубом ($\rho = 10$ Ом·м) влияют на формирование приграничной области поля векторов на рис. 4.

Однако векторные характеристики, построенные исключительно по магнитным данным для моделей, демонстрируют полную стабильность. На рис. 5 представлены действительные и мнимые индукционные стрелки для модели прово-

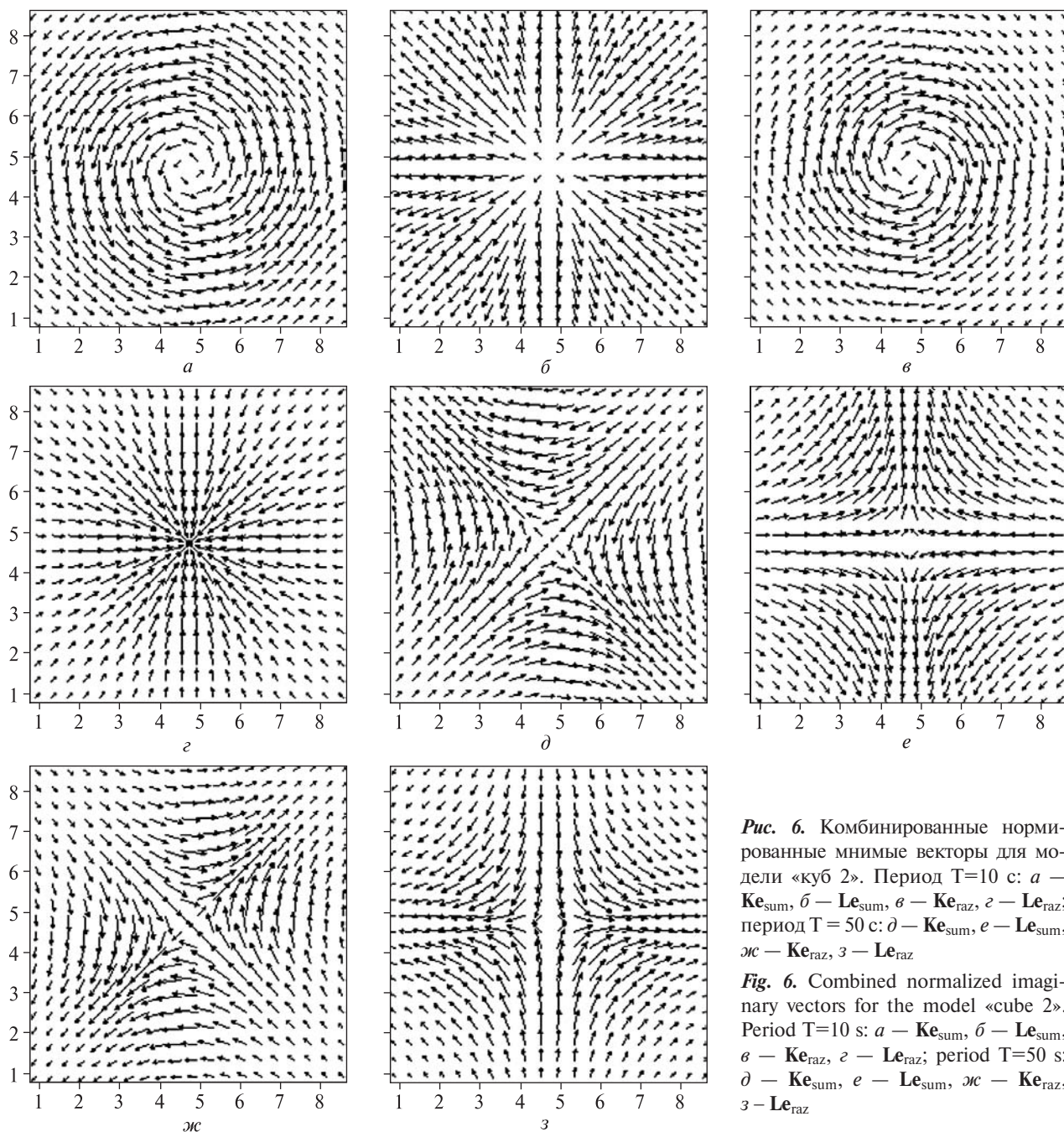


Рис. 6. Комбинированные нормированные мнимые векторы для модели «куб 2». Период $T=10$ с: $a - \mathbf{K}e_{\text{sum}}$, $б - \mathbf{L}e_{\text{sum}}$, $в - \mathbf{K}e_{\text{raz}}$, $г - \mathbf{L}e_{\text{raz}}$; период $T = 50$ с: $д - \mathbf{K}e_{\text{sum}}$, $е - \mathbf{L}e_{\text{sum}}$, $ж - \mathbf{K}e_{\text{raz}}$, $з - \mathbf{L}e_{\text{raz}}$

Fig. 6. Combined normalized imaginary vectors for the model «cube 2». Period $T=10$ s: $a - \mathbf{K}e_{\text{sum}}$, $б - \mathbf{L}e_{\text{sum}}$, $в - \mathbf{K}e_{\text{raz}}$, $г - \mathbf{L}e_{\text{raz}}$; period $T = 50$ s: $д - \mathbf{K}e_{\text{sum}}$, $е - \mathbf{L}e_{\text{sum}}$, $ж - \mathbf{K}e_{\text{raz}}$, $з - \mathbf{L}e_{\text{raz}}$

дящего куба в изоляторе ($T = 1000$ с) и для так называемой «обратной» модели ($T = 10$ с). Очевидно, что визуализация магнитного поля моделей по данным параметрам вполне устойчива в сравнении с попыткой визуализации данных моделей с помощью комбинированных мнимых векторов.

Параметры Визе, или в векторном представлении — магнитные стрелки \mathbf{W}_R , \mathbf{W}_I , определяются из соотношения $H_z = W_{xz}H_x + W_{yz}H_y$ по данным двух поляризаций, где $W_{zx} = W_{zxR} + iW_{zxI}$, $W_{zy} = W_{yxR} + iW_{zyI}$, в декартовых координатах представляются выражениями $\mathbf{W}_R = iW_{zxR} + jW_{zyR}$,

$\mathbf{W}_I = iW_{zxI} + jW_{zyI}$. Величины \mathbf{W}_R , \mathbf{W}_I безразмерные. Полагают, что их физический смысл состоит в том, что это градиенты реальной и мнимой частей функции отклика, т. е. направления с максимальными изменениями электрических свойств среды [8]. Мнимые векторы \mathbf{K} и \mathbf{L} , согласно выражениям (1) и (2), имеют размерность квадрата электрической напряженности и очевидно зависят от этой величины. В связи с указанным прямое сравнение векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} , с одной стороны, и векторов Визе \mathbf{W}_R , \mathbf{W}_I — с другой не вполне корректно. Предпримем некоторые действия для решения данной проблемы.

Рассмотрим детальнее формирование одного из мнимых векторов, в частности вектора \mathbf{L} . Будем воспринимать вектор \mathbf{L} с точки зрения его взаимосвязи с вектором \mathbf{K} и с учетом направления оси OZ вниз от поверхности раздела. В программе моделирования МТ-поля 3D-моделей [12] также принято такое направление нормали. Соотношения составляющих по осям векторов \mathbf{K} и \mathbf{L} имеют вид: $L_x = K_y$, $L_y = -K_x$. В данном модельном представлении [12] $\mathbf{E}_z = 0$, а согласно расчетам дополнительный скалярный импеданс $\xi \cong 0$. Для модели «проводящий куб в изоляторе» порядок модуля основного импеданса ζ на 3–4 порядка превышает порядок величины ξ . Следовательно, поля \mathbf{E}_τ и \mathbf{H}_τ данной модели являются сопряженно-ортогональными, т. е. эллипсы поляризации этих полей подобны, их большие полуоси ортогональны, а сами векторы вращаются в одном направлении.

$$\text{Величина } |\zeta|^2 + |\xi| = \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} \quad [9].$$

При данных условиях согласно (3) вектор \mathbf{K} определяется выражением

$$\mathbf{K} = -\frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} (\mathbf{H} \times \mathbf{H}^*).$$

Составляющие вектора \mathbf{K} по осям будут

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} (\mathbf{H}_z \mathbf{H}_y^* - \mathbf{H}_z^* \mathbf{H}_y), \\ K_y &= \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} (\mathbf{H}_x \mathbf{H}_z^* - \mathbf{H}_x^* \mathbf{H}_z), \end{aligned} \quad (5)$$

а составляющие вектора \mathbf{L} — соответственно

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} (\mathbf{H}_x \mathbf{H}_z^* - \mathbf{H}_z \mathbf{H}_x^*) = 2i \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} \text{Im}(\mathbf{H}_x \mathbf{H}_z^*), \\ L_y &= \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} (\mathbf{H}_y \mathbf{H}_z^* - \mathbf{H}_z \mathbf{H}_y^*) = 2i \frac{\|\mathbf{E}_\tau\|^2}{\|\mathbf{H}_\tau\|^2} \text{Im}(\mathbf{H}_y \mathbf{H}_z^*), \end{aligned} \quad (6)$$

Если нормировать вектор \mathbf{L} по величине $\|\mathbf{E}_\tau\|^2$, получим вектор \mathbf{L}_e , составленный из параметров магнитной составляющей МТ-поля, безразмерный, как и векторы Визе. Покажем, что вектор \mathbf{L}_e может быть представлен через геометрические характеристики эллипсов — проекций эллипса поляризации вектора \mathbf{H} .

Согласно [9], $\text{Im}(V_\alpha V_\beta^*) = a \cdot b_{\alpha\beta}$, $|V_\alpha|^2 + |V_\beta|^2 = (a^2 + b^2)_{\alpha\beta}$, где a, b — полуоси эллипса поля-

ризации на плоскости $\alpha\beta$. Тогда

$$\begin{aligned} L_{ex} &= 2i \frac{(a \cdot b)_{H_{xz}}}{(a^2 + b^2)_{H_{xy}}}, \\ L_{ey} &= 2i \frac{(a \cdot b)_{H_{yz}}}{(a^2 + b^2)_{H_{xy}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Итак, составляющие по осям вектора \mathbf{L} определяются произведениями и суммой квадратов полуосей эллипсов — проекций эллипса поляризации поля $\mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)$ на плоскостях XOZ и YOZ .

Очевидно, аналогичный вид имеет и вектор \mathbf{K}_e . Составим из нормированных векторов $\mathbf{K}_e, \mathbf{L}_e$ комбинированные векторы $\mathbf{K}_{eS} = \mathbf{K}1_e + \mathbf{K}2_e$, $\mathbf{K}_{eR} = \mathbf{K}1_e - \mathbf{K}2_e$, $\mathbf{L}_{eS} = \mathbf{L}1_e + \mathbf{L}2_e$, $\mathbf{L}_{eR} = \mathbf{L}1_e - \mathbf{L}2_e$, индексы 1 и 2 в наименованиях векторов обозначают соответственно поляризации $P1(ex, hy)$ и $P2(ey, hx)$. Например, для вектора \mathbf{L}_{eS} составляющие по осям декартовых координат в терминах осей эллипсов поляризации будут иметь вид

$$\begin{aligned} L_{eSx} &= 2i \left[\frac{(a \cdot b)_{H_{xz1}}}{(a^2 + b^2)_{H_{xy1}}} + \frac{(a \cdot b)_{H_{xz2}}}{(a^2 + b^2)_{H_{xy2}}} \right], \\ L_{eSy} &= 2i \left[\frac{(a \cdot b)_{H_{yz1}}}{(a^2 + b^2)_{H_{xy1}}} + \frac{(a \cdot b)_{H_{yz2}}}{(a^2 + b^2)_{H_{xy2}}} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

индексы 1 и 2 соответствуют поляризациям первичного электромагнитного поля. Таким об-

Модель	T, с	Поляризация	$b_{H_{xz}}$	$b_{H_{yz}}$	L_{eS}	W_R	W_i
1	0,1	ex	—	+	$\rightarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$
		ey	+	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
	1	ex	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
		ey	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
	5	ex	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
		ey	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
	10	ex	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
		ey	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
	50	ex	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
		ey	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
100	ex	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$	
	ey	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$	
1000	ex	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$	
	ey	—	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$	
2	10	ex	—	—	$\bullet \rightarrow$	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$
		ey	—	—	$\bullet \rightarrow$	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$
	50	ex	—	+	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$
		ey	+	—	$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$\rightarrow \bullet$

разом, модифицированные нормированные векторы определяются геометрическими характеристиками проекций эллипса поляризации вектора \mathbf{H} .

Нормирование мнимых векторов по величине $\|\mathbf{E}_\tau\|^2$ позволило получить устойчивые результаты визуализации. Рис. 6, на котором представлены комбинированные мнимые векторы, нормированные по параметру $\|\mathbf{E}\|^2$, демонстрирует, что теперь для модели слабопроводящего куба в окружении проводника эти параметры свободны от влияния электрической составляющей и устойчивы при любом значении периода T . Устойчивыми стали и результаты визуализации для всех частот модели проводящего куба в изоляторе.

Стало возможным сравнение мнимых векторов и векторов Визе хотя бы формально, в смысле их направлений и модулей, — все они являются безразмерными величинами, сформированными из элементов поля \mathbf{H} . К примеру, поле вектора \mathbf{L}_{eS} имеет явное сходство с полями векторов Визе. Его направление почти всегда совпадает с направлением вектора \mathbf{W}_R . В таблице приведены условные изображения направлений векторов \mathbf{L}_{eS} , \mathbf{W}_R , \mathbf{W}_I для семи значений периода T модели погруженного высокопроводящего куба в слабопроводящей среде (модель 1) и для двух значений T в так называемой «обратной» модели (модель 2).

Для обеих осесимметричных моделей характерно радиальное направление векторов Визе, вектор \mathbf{W}_R всегда направлен от более проводящего объекта, условно обозначенного в таблице черным кругом, к менее проводящему, вектор \mathbf{W}_I направлен противоположно, кроме тех случаев [3], когда он меняет направление на обратное. Вектор \mathbf{L}_{eS} совпадает по направлению с вещественным вектором Визе \mathbf{W}_R , но меняет направление синхронно с вектором \mathbf{W}_I .

В таблице также приведены знаки малых полуосей эллипсов проекций H_{xz} и H_{yz} эллипса поляризации вектора \mathbf{H} . Эти параметры определяют направление вращения вектора \mathbf{H} (и его проекций). Поскольку вектор \mathbf{L}_{eS} для данной модели

определен через полуоси эллипсов H_{xz} и H_{yz} , очевидно, что величина и знаки этих параметров определяют также его величину и направление. Синхронность изменения направления векторов \mathbf{L}_{eS} и \mathbf{W}_I позволяет предположить, что полуоси эллипсов H_{xz} и H_{yz} также входят в аналитическую структуру вектора \mathbf{W}_I .

Выводы. 1. Предложенные в работе [10] мнимые векторы \mathbf{K} и \mathbf{L} недостаточно информативны для визуализации данных МТ-зондирований.

2. Комбинированные векторы \mathbf{K}_{sum} , \mathbf{K}_{raz} , \mathbf{L}_{sum} и \mathbf{L}_{raz} информативны, но неустойчивы на высоких периодах.

3. Нормированные комбинированные векторы $\mathbf{K}_{eS} = \mathbf{K}\mathbf{1}_e + \mathbf{K}\mathbf{2}_e$, $\mathbf{K}_{eR} = \mathbf{K}\mathbf{1}_e - \mathbf{K}\mathbf{2}_e$, $\mathbf{L}_{eS} = \mathbf{L}\mathbf{1}_e + \mathbf{L}\mathbf{2}_e$, $\mathbf{L}_{eR} = \mathbf{L}\mathbf{1}_e - \mathbf{L}\mathbf{2}_e$, могут быть использованы для визуализации данных на этапе качественной интерпретации.

Очевидно, что результаты приведенных здесь модельных исследований недостаточны для развернутого описания свойств векторов \mathbf{K}_e , \mathbf{L}_e . Необходимы дальнейшие исследования по расширенному ряду моделей. Вместе с тем возможно использование комбинированных мнимых векторов, нормированных по величине $\|\mathbf{E}_\tau\|^2$ при визуализации данных МВЗ по аналогии с векторам Визе. Например, представляет интерес поле вектора $\mathbf{K}_{\text{sum}} = \mathbf{K}\mathbf{1} + \mathbf{K}\mathbf{2}$ — спираль, направление вращения которой противоположно для моделей типа «куб 1» и «куб 2». Для получения картины такого рода необходима достаточно равномерная и густая сеть наблюдений. С дальнейшим развитием технологий один из основных недостатков метода МТЗ, состоящий в том, что сеть наземных измерений крайне неравномерна, может быть нивелирован [1]. Появляется широкая возможность использовать новые высокоточные измерения геомагнитного поля, полученные специальными спутниками, что позволит получать равномерную сеть наблюдений поля на значительных территориях. На такой сети методы визуализации данных с использованием нормированных комбинированных мнимых векторов могут быть достаточно эффективными.

СПИСОК БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ССЫЛОК

1. Абрамова Д. Ю., Абрамова Л. М., Филиппов С. В. Об исследовании тектоносферы с использованием спутниковых данных. *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2013. Т. 10, № 1. С. 167—182.
2. Бабак В. И., Климович Т. А., Рокитянский И. И., Терешин А. В. Вариации вектора индукции в Японии. *Геофизический журнал*. 2013. Т. 35, № 1. С. 153—158.
3. Бердичевский М. Н., Дмитриев В. И. Модели и методы магнитотеллурики. Москва: Научный мир, 2009. 680 с.
4. Варенцов И. М., Куликов В. А., Яковлев А. Г., Яковлев Д. В. Возможности методов магнитотеллурики в задачах рудной геофизики. *Физика Земли*. 2013. № 3. С. 9—29.

5. Городиський Ю.М. Математичні співвідношення для векторів Візе від прямолінійних аномалій електропровідності. *Геодинаміка*. 2000. Т. 35, № 1. С. 108—112.
6. Городиський Ю. М., Кузнецова В. П., Климович Т. А. Деякі особливості векторів Візе в Закарпатському прогині та їх інтерпретація. *Геодинаміка*. 2000. Т. 35, № 1. С.112—117.
7. Мороз Ю.Ф., Татьков Г.И., Мороз Т.А. и др. Изменения геомагнитного поля и магнитного типпера в Байкальской рифтовой зоне. *Геофизические исследования*. 2013. Т. 14, № 3. С. 10—23.
8. Семенов В. Ю. Проблемы индукционных зондирований мантии Земли естественными полями. *Геофизический журнал*. 2009. Т. 31, № 4. С. 93—103.
9. Причепий Т.И. Векторное тождество импедансного типа и эллипсы поляризации гармонического электромагнитного поля. *Геофизический журнал*. 2007. Т. 29, № 5. С.124—142.
10. Шуман В.Н. Магнитотеллурический импеданс: фундаментальные модели и возможности их обобщения. *Геофизический журнал*. 2010. Т. 32, № 3. С.18—28.
11. Aboul-Atta O.A., Boerner W. M. Vectorial Impedance Identity for the Natural Dependence of Harmonic Fields on Closed Boundaries. *Canadian Phys.* 1975. Vol. 53, N 15. P. 1404—1407.
12. Mackie R. L., Smith J. T., Madden T. R. Three dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: the magnetotelluric example. *Radio Science*. 1994. Vol. 29. P. 923—935.

Поступила в редакцию 25.02.2020

REFERENCES

1. Abramova D. Yu., Abramova L.M., Filippov S.V. Ob issledovanii tektonosfery s ispolzovaniem sputnikovykh daniy. *Sovremennyye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*. 2013. Т. 10, № 1. С. 167-182.
2. Babak V. I., Klimovich T. A., Rokityanskiy I. I., Tereshin A. V. Variatsii vektora induksii v Yaponii. *Geofizicheskij zhurnal*. 2013. Т. 35, № 1. С. 153-158.
3. Berdichevskiy M. N., Dmitriyev V. I. Modeli i metody magnitotelluriki. Moskva: Nauchni mir, 2009.
4. Varentsov I. M., Kulikov V. A., Yakovlev A. G., Yakovlev D. V. Vozmozhnosti metodov magnitotelluriki v zadachah rudnoy geofiziki. *Fizika Zemli*. 2013. № 3. С. 9-29.
5. Gorodyskiy Yu. M. Matematychni spivvidnoshennya dlya vektoriv Vize vid pryamolinyh anomalii elektroprovodnosti. *Geodynamika*. 2000. Т. 35, № 1. С.108-112.
6. Gorodyskiy Yu. M., Kuznetsova V. P., Klimovich T. A. Deyaki osoblyvosti vektoriv Vize v Zakarpats'komu progini ta ih interpretaciya. *Geodynamika*. 2000. Vol. 35, № 1. P. 112-117.
7. Moroz Yu. F., Tatkov G. I., Moroz T. A., Tubanov C.A., Predein P.A. Izmeneniya geomagnitnogo polya i magnitnogo tip pera v Bajkalskoj riftovoy zone. *Geofizicheskie issledovaniya*. 2013. Т. 14, № 3. С. 10-23.
8. Semenov V. Yu. Problemy indukcionnykh zondirovanij mantii Zemli estestvennyimi polyami. *Geofizicheskij zhurnal*. 2009. Т. 31, № 4. С. 93-103.
9. Prichepij T. I. Vektornoe tozhdestvo impedansnogo tipa i ellipsy polyarizacii garmonicheskogo elektromagnitnogo polya. *Geofizicheskij zhurnal*. 2007. Т. 29, № 5. С.124-142.
10. Shuman V.N. Magnitotelluricheskiy impedans: fundamentalnyie modeli i vozmozhnosti ih obobscheniya. *Geofizicheskij zhurnal*. 2010. Т. 32, № 3. С.18-28.
11. Aboul-Atta O. A., Boerner W. M. Vectorial Impedance Identity for the Natural Dependence of Harmonic Fields on Closed Boundaries. *Canadian. Phys.* 1975. Vol. 53, № 15. P. 1404-1407.
12. Mackie R. L., Smith J. T. and Madden T. R. Three dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: the magnetotelluric example. *Radio Science*. 1994. Vol. 29. P. 923-935.

Receive 25.02.2020

Т.І. Причепий

Інститут геофізики НАН України,
03680 Київ, просп. Палладіна 32
e-mail: sharapann@ukr.net

МОДИФІКАЦІЇ УЯВНИХ ВЕКТОРІВ, ЇХ ВЛАСТИВОСТІ ТА МОЖЛИВОСТІ ПРИ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ МАГНІТОТЕЛУРИЧНОГО ПОЛЯ

Наведено результати модельних досліджень властивостей комбінованих уявних векторів з метою вивчення можливості використання цих параметрів для візуалізації даних магнітотелуричних зондувань. Компоненти МТ-полів модельних об'єктів обчислено за програмою Маккі. Результати обчислення комбінованих уявних векторів розглянуто паралельно з розрахунком векторів Візе для тих самих моделей. Встановлено залежність комбінованих уявних векторів від геометричних характеристик еліпсів поляризації магнітної складової МТ-поля. Показано, що форма комбінованих уявних векторів, що нормовані за квадратом модуля тангенціальної електричної складової МТ-поля, може бути залучена до розв'язання оберненої задачі магнітотелурики на етапі якісної інтерпретації даних магнітотелуричних зондувань.

Ключові слова: магнітотелуричні дослідження, комбіновані уявні вектори, еліпс поляризації, вектор Візе.

T. I. Prychepiy

Institute of Geophysics, National Academy of Sciences of Ukraine,
03680 Kiev, 32 Palladina Ave.
e-mail: sharapann@ukr.net

MODIFICATIONS OF IMAGINARY VECTORS, THEIR PROPERTIES AND CAPABILITIES WHEN VISUALIZING A MAGNETOTELLURIC FIELD

Purpose. Vector characteristics of the electromagnetic field are successfully used at the decision of a return problem of magnetotelluric researches. In the given article it is offered to add the list of vector parameters by new ones — the combined imaginary vectors which can expand opportunities of process of visualization magnetotelluric data.

Design/methodology/approach. To test the imaginary vector method, the calculated fields of three-dimensional models were used. The components of the MT fields of model objects were calculated using the Mackie R. L. program (1994). The field calculation methodology is based on the integral form of the Maxwell equation for finite-difference approximation of a second-order magnetic field. The model is placed against the background of the normal section, which is taken as a geoelectric section of the East European platform. In this paper, an immersed cube is selected as a test model. Two distribution options ρ_k are specified — a conductor in an insulator and a reverse version.

Findings. The paper presents the results of model studies of the properties of combined imaginary vectors in order to study the possibility of using these parameters to visualize magnetotelluric sounding data. The results of the calculation of combined imaginary vectors were considered in parallel with the calculation of the Wiese vectors for the same models. The dependence of combined imaginary vectors on the geometric characteristics of polarization ellipses of the magnetic component of the MT field is established. The correlation of directions of combined imaginary vectors and Wiese vectors is shown.

The practical signification and conclusions. Testing results of new parameters — combined imaginary vectors normalized by the square of the module of the tangential component of the electric field strength — showed that these parameters can be successfully used to visualize the MTS and MVS data at the stage of qualitative interpretation, supplementing the results obtained by traditional methods.

Keywords: magnetotelluric studies, combined imaginary vectors, polarization ellipse, Wiese vector.