

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ БАЗА РАСЧЕТА ФЛЮИДНЫХ СИСТЕМ В ЗАГРЯЗНЕННОЙ ЛЕГКИМИ НЕФТЕПРОДУКТАМИ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЕ В ПРОЦЕССЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Статья 3. Теоретическая база расчета трехфлюидной системы  
«воздух – легкие нефтепродукты – вода» в пористой среде

**Н.С. Огняник<sup>1</sup>, Н.К. Парамонова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> *Институт геологических наук НАН Украины, Киев, Украина, E-mail: gwp\_ign@gwp.org.ua  
Доктор геолого-минералогических наук, профессор.*

<sup>2</sup> *Институт геологических наук НАН Украины, Киев, Украина, E-mail: gwp\_ign@gwp.org.ua  
Кандидат геолого-минералогических наук, старший научный сотрудник.*

На основе гистерезисных основополагающих зависимостей многофазного потока R.J. Lenhard, J.C. Parker [Lenhard, Parker, 1987; Lenhard, 1992] разработана теоретическая база расчета возможных путей дренирования и впитывания, происходящих при формировании и трансформации слоя с мобильными легкими нефтепродуктами при колебании уровня грунтовых вод в условиях разной смачиваемости.

*Ключевые слова:* расчет трехфлюидной системы, пористая среда, воздух, легкие нефтепродукты, вода, насыщенность, капиллярный напор, проницаемость.

## THE ORETICAL FOUNDATION FOR CALCULATION OF FLUID SYSTEMS IN THE SUBSURFACE CONTAMINATED WITH LIGHT PETROLEUM PRODUCTS DURING GROUNDWATER FLUCTUATION

Paper 3. Teoretical foundation for calculation of “air – light petroleum  
products – water” three-phase systems in porous media

**N.S. Ognianik<sup>1</sup>, N.K. Paramonova<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> *Institute of Geological Sciences of NAS of Ukraine, Kiev, Ukraine, E-mail: gwp\_ign@gwp.org.ua  
Doctor of geological sciences, professor.*

<sup>2</sup> *Institute of Geological Sciences of NAS of Ukraine, Kiev, Ukraine, E-mail: gwp\_ign@gwp.org.ua  
Candidate of geological sciences, senior scientific researcher.*

Teoretical foundation for three-phase fluid sysytem calculation of possible drainage and imbibition pathes having place in formation and transformation of lays with mobile light petroleum products at groundwater fluctuation and different wettability is developed on hysteretic constitutive relations governing multiphase flow [Lenhard, Parker, 1987; Lenhard, 1992].

*Key words:* calculation of three-phase fluid systems, porous media, air, light petroleum products, water, saturation, capillary head, permeability.

# ТЕОРЕТИЧНА БАЗА РОЗРАХУНКУ ФЛЮЇДНИХ СИСТЕМ У ЗАБРУДНЕНОМУ ЛЕГКИМИ НАФТОПРОДУКТАМИ ГЕОЛОГІЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ У ПРОЦЕСІ КОЛИВАННЯ РІВНЯ ҐРУНТОВИХ ВОД

Стаття 3. Теоретична база розрахунку трифлюїдної системи  
«повітря – легкі нафтопродукти – вода» у пористому середовищі

**М.С. Огняник<sup>1</sup>, Н.К. Парамонова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> *Інститут геологічних наук НАН України, Київ, Україна, E-mail: gwp\_ign@gwp.org.ua  
Доктор геолого-мінералогічних наук, професор.*

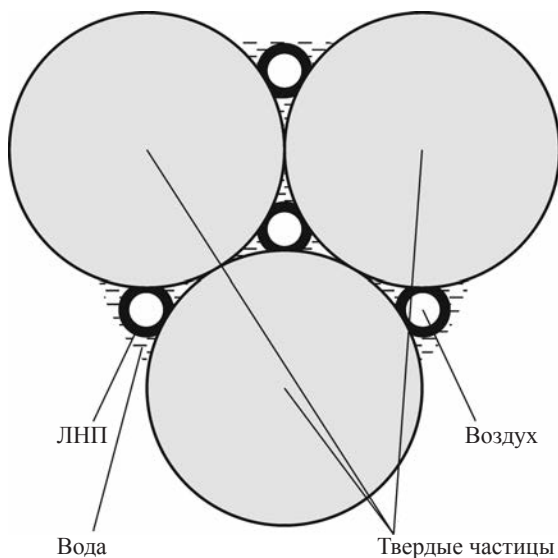
<sup>2</sup> *Інститут геологічних наук НАН України, Київ, Україна, E-mail: gwp\_ign@gwp.org.ua  
Кандидат геолого-мінералогічних наук, старший науковий співробітник.*

На підставі гістерезисних основоположних залежностей багатофазного потоку R.J. Lenhard, J.C. Parker [Lenhard, Parker, 1987; Lenhard, 1992] розроблено теоретичну базу розрахунку можливих шляхів дренажу й убирання, що відбуваються під час формування та трансформації шару з мобільними легкими нафтопродуктами у процесі коливанні рівня ґрунтових в умовах різної змочуваності.

*Ключові слова:* розрахунок трифлюїдної системи, пористе середовище, повітря, легкі нафтопродукти, вода, насиченість, капілярний напір, проникність.

## Введение

В большинстве случаев трехфлюидная система «воздух – легкий нефтепродукт (ЛНП) – вода» («a – o – w») образуется путем поступления ЛНП в двухфлюидную систему «a – w» или дренирования воды или/и ЛНП из двухфлюидной системы «o – w» с поступлением воздуха. При этом выполняются последовательность в смачиваемости: вода → ЛНП → воздух (рис. 1), и условие системы «a – o – w»:  $\theta_\ell = \theta_w + \theta_o < \theta_s$ , где  $\theta$  – содержание жидкости ( $\ell$ ), воды (w), ЛНП (o);  $\theta_s$  – полное содержание флюидов (a + o + w) в грунте, что обычно принимается равным его пористости.



**Рис. 1.** Расположение флюидов в поровом пространстве при условии смачиваемости «вода – ЛНП – воздух»

**Fig. 1.** Fluid disposition in porous space with “water – light petroleum products – air” wettability

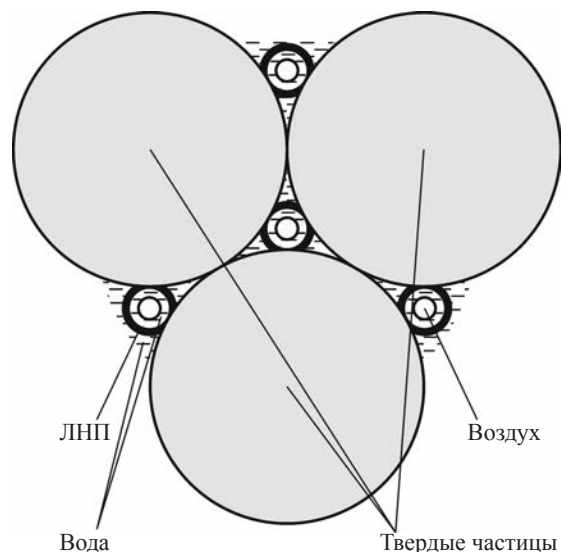
Система «a – o – w» представляет собой капиллярную зону, формирующуюся в зоне аэрации (ЗА) над насыщенным водой или водой и мобильным ЛНП слоем. В процессе подъема уровня грунтовых вод (УГВ) мобильный ЛНП переходит в капиллярное состояние и затем защемляется водой, вытесняя воздух. На рис. 1 между твердыми частицами пространство «воздух» заполняется водой и классифицируется как заполненное водой с защемленным ЛНП. Этот процесс наблюдался на загрязненных авиационным керосином участках в районе аэродромов городов Луцк, Прилуки, Узин, Борисполь

и др. Кроме того, он изучен с помощью физического моделирования на колонне с песком, что будет детально описано и проанализировано в последующих статьях.

При дальнейшем опускании УГВ происходит разгерметизация пор путем вытекания из них воды под влиянием сначала гидравлического градиента, а затем в результате передвижения вниз воды и ЛНП под действием капиллярных сил до их постоянных остаточных содержаний. Наличие остаточных содержаний как воды, так и ЛНП в трехфлюидной системе при дренировании показано в работах [Hoag, Marley, 1986; Jarsjö et al., 1994; Steffy et al., 1997; Van Geel, Roy, 2002; Wipfler, van der Zee, 2001], а также подтверждено нашими исследованиями, что изложено в статье [Парамонова и др., 2016].

В процессе опускания УГВ и стекания воды и ЛНП в поры будет заходить воздух и формироваться новая трехфлюидная система «a – o – w», но уже со смачиванием: вода → ЛНП → вода → воздух, как показано на рис. 2.

В связи с различным расположением флюидов в поровом пространстве при формировании трехфлюидной системы рассмотрены два подхода к разработке теоретической базы ее расчета.



**Рис. 2.** Расположение флюидов в поровом пространстве при опускании УГВ после полного насыщения и защемления ЛНП

**Fig. 2.** Fluid disposition in porous space at water table lowering after saturation and light petroleum products trapping

## 1. Расчет трехфлюидной системы при смачиваемости: вода → ЛНП → воздух

При допущении, что взаимодействие флюидов с пористой средой не изменяет структуру и пористость породы, расчет трехфлюидной системы базируется на применении зависимостей  $\theta - h_c$  (содержание – капиллярный напор), полученных для двухфлюидных систем «а – о» и «о – w». Впервые этот подход был предложен М.С. Leverett [Leverett, 1941], который постулировал, что в системе «газ – нефть – жидкость» полная жидкостная насыщенность будет функцией кривизны поверхности раздела «газ – нефть», которая в условиях монотонного вытеснения при отсутствии взаимодействия с твердой фазой определяется распределением пор в грунте. Исходя из этого допущения, для прогноза  $\theta - h_c$  в трехфлюидной системе по измерениям в двухфлюидной К. Aziz, A. Settari [Aziz, Settari, 1979], J.H. Peery, E.H. Herron [Peery, Herron, 1969], N.D. Shulter [Shulter, 1969] использовали аппроксимации:

$$\theta_w^{aow}(h_{ow}) = \theta_w^{ow}(h_{ow})^* \quad (1)$$

$$\theta_\ell^{aow}(h_{ao}) = \theta_o^{ao}(h_{ao}) \quad (2)$$

и показали, что содержания воды и жидкости ( $\theta_\ell = \theta_w + \theta_o$ ) рассчитываются отдельно, а содержание ЛНП определяется так:

$$\theta_o = \theta_\ell - \theta_w. \quad (3)$$

При формировании трехфлюидной системы содержание воды может:

а) быть постоянным ( $\theta_w = \text{const} - \theta_{wk}^{aow}$ ) и равняться конечному содержанию в предыдущей двухфлюидной системе «а – w». Тогда  $\theta_w = \text{const}$ ;

б) уменьшаться (дренирование), тогда  $h_{ow1} < h_{ow2} < \dots < h_{owk}$  – происходит основная ветвь дренирования воды (ОВД<sup>w</sup>);

в) увеличиваться (впитывание), тогда  $h_{ow1} > h_{ow2} > \dots > h_{owk}$  – происходит основная ветвь впитывания воды (ОВВ<sup>w</sup>).

Если трехфлюидная система формируется из системы «о – w», то содержание жидкости ( $\ell$ ) всегда уменьшается и происходит процесс основной ветви дренирования жидкости (ОВД<sup>ℓ</sup>):

$$h_{ao1} < h_{ao2} < \dots < h_{aok}.$$

Если трехфлюидная система формируется из системы «а – w», то с поступлением ЛНП увеличивается содержание жидкости и происходит процесс основной ветви впитывания жидкости (ОВВ<sup>ℓ</sup>):

$$h_{ao1} > h_{ao2} > \dots > h_{aok}.$$

Дальше содержание воды или ЛНП может увеличиваться или уменьшаться вследствие дренирования или впитывания воды и/или ЛНП, в результате чего происходят процессы произвольных ветвей впитывания и дренирования воды (ПзВВ<sup>w</sup>, ПзВД<sup>w</sup>) или жидкости (ПзВВ<sup>ℓ</sup>, ПзВД<sup>ℓ</sup>).

R.J. Lenhard, J.C. Parker [Lenhard, Parker, 1992] для описания трехфлюидных гистерезисных зависимостей  $\theta - h_c$ , включая захват несмачивающих флюидов, ввели кажущуюся водную и полножидкостную насыщенности:

$$\bar{\theta}_w = \bar{\theta}_w + \bar{\theta}_{o,tw} + \bar{\theta}_{a,tw}, \quad (4)$$

$$\bar{\theta}_\ell = \bar{\theta}_w + \bar{\theta}_o + \bar{\theta}_{a,t}, \quad (5)$$

где  $\bar{\theta}_w = \frac{\theta_w - \theta_{wr}}{\theta_s - \theta_{wr}}$ ,  $\bar{\theta}_\ell = \frac{\theta_w + \theta_o - \theta_{wr}}{\theta_s - \theta_{wr}}$  – отно-

сительная насыщенность воды и жидкости;  $\bar{\theta}_{o,tw}$  – относительная насыщенность захваченного в воде ЛНП;  $\bar{\theta}_{a,t} = \bar{\theta}_{a,tw} + \bar{\theta}_{a,to}$  – относительная насыщенность захваченного воздуха в воде (a,tw) и ЛНП (a,to);  $\bar{\theta}_{wr}$  – остаточное неустраняемое содержание воды при ее дренировании в системе «о – w», т. е. остаточное содержание воды при дренировании трехфлюидной системы ( $\theta_{wr}^{aow}$ ) не учитывается, а также не учитывается остаточная насыщенность ЛНП ( $\theta_{or}^{aow}$ ).

На основании исследований, изложенных в статье [Парамонова и др., 2016], в дальнейших расчетах в соотношении  $\bar{\theta}_w$  вместо  $\theta_{wr}$  ведено  $\theta_{wr}^{aow}$ , а в соотношении  $\bar{\theta}_\ell - \bar{\theta}_\ell^{aow} = \bar{\theta}_{wr}^{aow} + \bar{\theta}_{or}^{aow}$ , определяемые экспериментально.

В приведенных ниже расчетах ветвей насыщения используются зависимости М.Т. van Genuchten [van Genuchten, 1980], записанные для кажущихся насыщенностей и оценки захваченных несмачивающих флюидов согласно работе R.J. Lenhard, J.C. Parker [Lenhard, Parker, 1992].

\* В дальнейшем индекс «aow» для обозначения трехфлюидных систем опускается.

### **Расчет ОВД**

Расчет  $\theta_w$  по  $h_{ow}$

$$\bar{\theta}_w = \left[ 1 + (\alpha_{ow}^d h_{ow})^{d_{\varepsilon_{ow}}} \right]^{-d_{m_{ow}}}; \quad (6)$$

$$\theta_w = \bar{\theta}_w (\theta_s - \theta_{wr}^{aow}) + \theta_{wr}^{aow}. \quad (7)$$

Расчет  $\theta_\ell$  по  $h_{ao}$  и  $\theta_o$

$$\bar{\theta}_\ell = \left[ 1 + (\alpha_{ao}^d h_{ao})^{d_{\varepsilon_{ao}}} \right]^{-d_{m_{ao}}}; \quad (8)$$

$$\theta_\ell = \bar{\theta}_\ell (\theta_s - \theta_{\ell r}^{aow}) + \theta_{\ell r}^{aow}; \quad (9)$$

$$\theta_o = \theta_\ell - \theta_w. \quad (10)$$

Расчет  $h_{ow}$  по  $\theta_w$

$$\bar{\theta}_w = \frac{\theta_w - \theta_{wr}^{aow}}{\theta_s - \theta_{wr}^{aow}}; \quad h_{ow} = \frac{1}{d_{\alpha_{ow}}} \left[ \left( \frac{1}{d_{\bar{\theta}_w}} \right)^{\frac{1}{d_{m_{ow}}}} - 1 \right]^{\frac{1}{d_{\varepsilon_{ow}}}}. \quad (11)$$

Расчет  $h_{ao}$  по  $\theta_w$  и  $\theta_o$

$$\theta_\ell = \theta_o + \theta_w; \quad \bar{\theta}_\ell = \frac{\theta_\ell - \theta_{\ell r}^{aow}}{\theta_s - \theta_{\ell r}^{aow}}; \quad h_{ao} = \frac{1}{d_{\alpha_{ao}}} \left[ \left( \frac{1}{d_{\bar{\theta}_\ell}} \right)^{\frac{1}{d_{m_{ao}}}} - 1 \right]^{\frac{1}{d_{\varepsilon_{ao}}}}. \quad (12)$$

Расчет напоров  $h_o$  и  $h_w$

$$h_o = -\frac{h_{ao}}{\rho}; \quad h_w = -(h_{ow} + h_{ao}). \quad (13)$$

### **Расчет ОВВ**

Перед расчетом определяются:

$\Delta\theta_w^{aw}$  – эффективная насыщенность воды в конечной точке «а – w» системы; задается или берется из расчета системы «а – w»;

$\bar{\theta}_w^{\min}$  – наименьшее значение кажущейся насыщенности воды с момента появления ЛНП; при первой ОВД<sup>ow</sup> – значение  $\bar{\theta}_w$  последней точки ОВД<sup>ow</sup>;

$\bar{\theta}_\ell^{\min}$  – минимальное значение кажущейся полножидкостной насыщенности с момента появления ЛНП; рассчитывается по первому члену ОВВ<sup>l</sup> или последнему члену ОВД<sup>l</sup>.

Расчет  $\theta_w$  по  $h_{ow}$

$$1. \quad \bar{\bar{\theta}}_w = \left[ 1 + ({}^i\alpha_{ow} h_{ow})^{i_{\varepsilon_{ow}}} \right]^{-i_{m_{ow}}}. \quad (14)$$

$$2. \quad \bar{\theta}_w = \bar{\bar{\theta}}_w - \bar{\theta}_{a,tw} - \bar{\theta}_{o,tw}, \quad (15)$$

где насыщенность заземленного воздуха в воде ( $\bar{\theta}_{a,tw}$ ) рассчитывается так:

$$\text{если } \bar{\theta}_\ell^{\min} > \Delta\bar{\theta}_w^{aw} \text{ и } \bar{\theta}_w \leq \Delta\bar{\theta}_w^{aw}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw} = 0; \quad (16)$$

$$\text{если } \bar{\theta}_\ell^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}} \text{ и } \bar{\theta}_w \geq \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw} = i \bar{\theta}_{a,tw} \frac{\bar{\theta}_w - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}}{1 - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}}; \quad (17)$$

$$\text{если } \bar{\theta}_\ell^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}} \text{ и } \bar{\theta}_w \geq \bar{\theta}_\ell^{\min}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw} = i \bar{\theta}_{a,tw} \frac{\bar{\theta}_\ell^{\min} - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}}{1 - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}} + i \bar{\theta}_{a,to} \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_\ell^{\min}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}}; \quad (18)$$

$$\text{если } \bar{\theta}_\ell^{\min} \leq \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}} \text{ и } \bar{\theta}_w \geq \bar{\theta}_\ell^{\min}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw} = i \bar{\theta}_{a,to} \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_\ell^{\min}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}}; \quad (19)$$

$$\text{если } \bar{\theta}_\ell^{\min} \leq \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}} \text{ и } \bar{\theta}_w \leq \bar{\theta}_\ell^{\min}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw} = 0, \quad (20)$$

где  $i \bar{\theta}_{a,tw}$  и  $i \bar{\theta}_{a,to}$  рассчитываются подобно двухфлюидной системе:

$$i \bar{\theta}_{a,tw} = \frac{1 - \bar{\theta}_w^{\min}}{1 + R_{aw} (1 - \bar{\theta}_w^{\min})}; \quad i \bar{\theta}_{a,to} = \frac{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}}{1 + R_{ao} (1 - \bar{\theta}_\ell^{\min})}, \quad (21)$$

$$\text{где } R_{aw} = \frac{1}{\bar{\theta}_{at,aw}^m} - 1; \quad R_{ao} = \frac{1}{\bar{\theta}_{at,ao}^m} - 1; \quad (22)$$

$$\bar{\theta}_{at,aw}^m = 1 - \frac{i \theta_{w,aw}^m - \theta_{wr}^{\text{aw}}}{\theta_s - \theta_{wr}^{\text{aw}}}; \quad \bar{\theta}_{at,ao}^m = 1 - \frac{i \theta_{o,ao}^m - \theta_{or}^{\text{ao}}}{\theta_s - \theta_{or}^{\text{ao}}},$$

где  $i \theta_{w,aw}^m$  – максимальное содержание воды в процессе ОБВ в системе «а – w»;  $i \theta_{o,ao}^m$  – максимальное содержание ЛНП в процессе ОБВ в системе «а – о»;  $\theta_{wr}^{\text{aw}}$ ,  $\theta_{or}^{\text{ao}}$  – остаточное содержание воды и ЛНП в процессе ОВД соответственно в системах «а – w» и «а – о».

$\bar{\theta}_{o,tw}$  рассчитывается по формуле:

$$\bar{\theta}_{o,tw} = i \theta_{o,tw} \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_w^{\min}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}}, \quad (23)$$

$$\text{где } i \theta_{o,tw} = \frac{1 - \bar{\theta}_w^{\min}}{1 + R_{ow} (1 - \bar{\theta}_w^{\min})}; \quad R_{ow} = \frac{1}{\bar{\theta}_{ot,ow}^m} - 1, \quad (24)$$

$$\text{а } \bar{\theta}_{ot,ow}^m = 1 - \frac{i \theta_{w,ow}^m - \theta_{wr}^{\text{ow}}}{\theta_s - \theta_{wr}^{\text{ow}}},$$

где  $i \theta_{w,ow}^m$  – максимальное содержание воды в процессе ОБВ в системе «о – w»;

$\theta_{wr}^{\text{ow}}$  – остаточное содержание воды в процессе ОВД в системе «о – w».

$$3. \quad \theta_w = \bar{\theta}_w (\theta_s - \theta_{wr}^{\text{aow}}) + \theta_{wr}^{\text{aow}}. \quad (25)$$

Расчет  $\theta_\ell$  по  $h_{ao}$  и  $\theta_o$

$$1. \quad \bar{\theta}_\ell = \left[ 1 + \left( i \alpha_{ao} h_{ao} \right)^{i \varepsilon_{ao}} \right]^{-i m_{ao}}. \quad (26)$$

$$2. \quad \bar{\theta}_\ell = \bar{\bar{\theta}}_\ell - \bar{\theta}_{at} + \bar{\theta}_{\alpha,tw}, \quad (27)$$

где  $\bar{\theta}_{\alpha,tw}$  определяется по формулам (23), (24).

$$\text{При } \bar{\theta}_\ell^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}} \quad \bar{\theta}_{at} = {}^i \bar{\theta}_{\alpha,tw} \frac{\bar{\bar{\theta}}_\ell - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}}{1 - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}} + {}^i \bar{\theta}_{\alpha,to} \frac{\bar{\bar{\theta}}_\ell - \bar{\theta}_\ell^{\min}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}}. \quad (28)$$

$$3. \quad \theta_\ell = \bar{\theta}_\ell (\theta_s - \theta_{\ell r}^{\text{aow}}) + \theta_{\ell r}^{\text{aow}*}. \quad (29)$$

$$4. \quad \theta_o = \theta_\ell - \theta_w. \quad (30)$$

Расчет  $h_{ow}$  по  $\theta_w^i$

$$1. \quad \bar{\theta}_w^i = \frac{\theta_w - \theta_{wr}^{\text{aow}}}{\theta_s - \theta_{wr}^{\text{aow}} - \theta_{ot,ow}^m}; \quad \theta_{ot,ow}^m = \theta_s - {}^i \theta_{w,ow}. \quad (31)$$

2. Составляется система уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\bar{\theta}}_w^i = \bar{\theta}_w + \bar{\theta}_{\alpha,tw} + \bar{\theta}_{\alpha,tw}^i; \\ \theta_{\alpha,tw} - \text{по формулам (23), (24);} \\ \theta_{\alpha,tw} - \text{по формулам (16) – (20).} \end{cases} \quad (32)$$

Решением этой системы находятся  $\bar{\theta}_{\alpha,tw}$ ,  $\bar{\theta}_{\alpha,tw}^i$ , и  $\bar{\theta}_w^i$ .

$$3. \quad h_{ow} = \frac{1}{{}^i \alpha_{ow}} \left[ \left( \frac{1}{\bar{\bar{\theta}}_w^i} \right)^{\frac{1}{i m_{ow}}} - 1 \right]^{\frac{1}{i \epsilon_{ow}}}. \quad (33)$$

Расчет  $h_{ao}$  по  $\theta_\ell^i$

$$1. \quad \bar{\theta}_\ell^i = \frac{\theta_\ell^i - \theta_{\ell r}^{\text{aow}}}{\theta_s - \theta_{\ell r}^{\text{aow}}}. \quad (34)$$

$$2. \quad \begin{cases} \bar{\bar{\theta}}_\ell^i = \bar{\theta}_\ell^i + \bar{\theta}_{at} - \bar{\theta}_{\alpha,tw}^i; \\ \bar{\theta}_{\alpha,tw} - \text{по формулам (23), (24);} \\ \bar{\theta}_{at} - \text{по формулам (16) – (20).} \end{cases} \quad (35)$$

Решением этой системы находятся  $\bar{\theta}_{at}$ ,  $\bar{\theta}_{\alpha,tw}^i$  и  $\bar{\bar{\theta}}_\ell^i$ .

$$3. \quad h_{ao} = \frac{1}{{}^i \alpha_{ao}} \left[ \left( \frac{1}{\bar{\bar{\theta}}_\ell^i} \right)^{\frac{1}{i m_{ao}}} - 1 \right]^{\frac{1}{i \epsilon_{ao}}}. \quad (36)$$

Расчет напоров  $h_o$  и  $h_w$

$$h_o = -\frac{h_{ao}}{\rho}; \quad h_w = -(h_{ao} + h_{ow}). \quad (37)$$

\* Получение остаточного содержания жидкости (w + o) в трехфлюидной системе изложено в статье [Парамонова и др., 2016].

### Расчет ПзВД

ПзВД<sup>w</sup> формируются после ОБВ<sup>w</sup> и ПзВВ<sup>w</sup>, а ПзВД<sup>l</sup> – после ОБВ<sup>l</sup> и ПзВВ<sup>l</sup>.

Расчет  $\bar{\theta}_w^d$  по  $h_{ow}$

$$1. \quad \bar{\theta}_w^d(h_{ow}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_w^d(h_{ow}) - \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di}) \right] \left[ \Delta \bar{\theta}_{w,id} - \Delta \bar{\theta}_{w,di} \right]}{\bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,id}) - \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di})} + \Delta \bar{\theta}_{w,di}, \quad (38)$$

где  $\bar{\theta}_w^d(h_{ow})$ ,  $\bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di})$ ,  $\bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,id})$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{\theta}_w^d = \left[ 1 + (\alpha_{ow}^d h) \right]^{-d m_{ow}}, \quad (39)$$

где  $h = \{h_{ow}, \Delta h_{ow,di}, \Delta h_{ow,id}\}$  – капиллярный напор  $h_{ow}$  соответственно в расчетной точке и в поворотных точках  $di$  и  $id$ .  $\Delta \bar{\theta}_{w,id}$ ,  $\Delta \bar{\theta}_{w,di}$  берутся из расчета соответствующих предыдущих поворотных точек.

2. Из-за того что ПзВД<sup>w</sup> формируется после ветвей впитывания, в воде могут оставаться захваченные воздух и ЛНП, которые нужно определять:

$\bar{\theta}_{a,tw}$  – по формулам (16)–(20);  $\bar{\theta}_{o,tw}$  – по уравнениям (23), (24).

Кроме того, заземленный ЛНП ( $\bar{\theta}_{o,tw}$ ) может вмещать заземленный ранее воздух, обусловленный поверхностями «воздух – вода» ( $\bar{\theta}_{a,tw}^o$ ) и поверхностями «воздух – ЛНП» ( $\bar{\theta}_{a,to}^o$ ). Тогда заземленный ЛНП будет иметь кажущуюся насыщенность  $\bar{\theta}_{o,tt}$ , которая равняется  $\bar{\theta}_{o,tw}$ .

Расчет сопутствующего заземления воздуха заземленным ЛНП выполняется следующим образом:

$$\text{Если } \bar{\theta}_w > \bar{\theta}_\ell^{\min} \text{ и } \bar{\theta}_\ell^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{aw}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,to}^o = i \bar{\theta}_{a,to} \bar{\theta}_{o,tt} \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_\ell^{\min*}}{\left(1 - \bar{\theta}_w^{\min*}\right) \left(1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}\right)}, \quad (40)$$

(\* – корректируются во время расчетов: берутся минимальные значения в течение формирования трехфлюидной системы)

$$\text{где } i \bar{\theta}_{o,tt} = \frac{1 - \bar{\theta}_w^{\min}}{1 + R_{ow} \left(1 - \bar{\theta}_w^{\min}\right)}; \bar{\theta}_{o,tt} = \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_w^{\min}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} i \bar{\theta}_{o,tt}, \quad (41)$$

$$\text{и если } \bar{\theta}_w^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{aw}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw}^o = i \bar{\theta}_{a,tw} \bar{\theta}_{o,tt} \frac{\bar{\theta}_\ell^{\min} - \bar{\theta}_w^{\min}}{\left(1 - \bar{\theta}_w^{\min}\right) \left(1 - \Delta \bar{\theta}_w^{aw}\right)}, \quad (42)$$

$$\text{и если } \bar{\theta}_w^{\min} \leq \Delta \bar{\theta}_w^{aw}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw}^o = i \bar{\theta}_{a,tw} \bar{\theta}_{o,tt} \frac{\bar{\theta}_\ell^{\min} - \Delta \bar{\theta}_w^{aw}}{\left(1 - \bar{\theta}_w^{\min}\right) \left(1 - \Delta \bar{\theta}_w^{aw}\right)}. \quad (43)$$

$$\text{Если } \bar{\theta}_w \leq \bar{\theta}_\ell^{\min} \text{ и } \bar{\theta}_\ell^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{aw}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,to}^o = 0, \quad (44)$$

$$\text{и если } \bar{\theta}_w^{\min} > \Delta \bar{\theta}_w^{aw}, \text{ то } \bar{\theta}_{a,tw}^o = i \bar{\theta}_{a,tw} \bar{\theta}_{o,tt} \frac{\bar{\theta}_w - \Delta \bar{\theta}_w^{aw}}{\left(1 - \bar{\theta}_w^{\min}\right) \left(1 - \Delta \bar{\theta}_w^{aw}\right)}, \quad (45)$$



и если  $\bar{\theta}_w^{\min} \leq \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}$ , то

$$\bar{\theta}_{a,tw}^o = {}^i \bar{\theta}_{a,tw} \cdot {}^i \bar{\theta}_{o,tt} \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_w^{\min}}{(1 - \bar{\theta}_w^{\min})(1 - \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}})}. \quad (46)$$

Если  $\bar{\theta}_w > \bar{\theta}_\ell^{\min}$  и  $\bar{\theta}_\ell \leq \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}$ , то  $\bar{\theta}_{a,to}^o = {}^i \bar{\theta}_{a,to} \cdot {}^i \bar{\theta}_{o,tt} \frac{\bar{\theta}_w - \bar{\theta}_\ell^{\min}}{(1 - \bar{\theta}_w^{\min})(1 - \bar{\theta}_\ell^{\min})}$ ; (47)

$$\bar{\theta}_{a,tw}^o = 0. \quad (48)$$

Если  $\bar{\theta}_w \leq \bar{\theta}_\ell^{\min}$  и  $\bar{\theta}_\ell \leq \Delta \bar{\theta}_w^{\text{aw}}$ , то  $\bar{\theta}_{a,to}^o = 0$ ,  $\bar{\theta}_{a,tw}^o = 0$ . (49)

3. 
$$\bar{\theta}_w^d = \bar{\theta}_w^d - \bar{\theta}_{a,tw} - \bar{\theta}_{o,tt}. \quad (50)$$

4. 
$$\theta_w^d = \bar{\theta}_w^d (\theta_s - \theta_{wr}^{\text{aow}}) + \theta_{wr}^{\text{aow}}. \quad (51)$$

Расчет  $\theta_\ell^d$  по  $h_{ao}$  и  $\theta_o^d$

1. 
$$\bar{\theta}_\ell^d(h_{ao}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_\ell^d(h_{ao}) - \bar{\theta}_\ell^d(\Delta h_{ao,di}) \right] \left[ \Delta \bar{\theta}_{\ell,id} - \Delta \bar{\theta}_{\ell,di} \right]}{\bar{\theta}_\ell^d(\Delta h_{ao,id}) - \bar{\theta}_\ell^d(\Delta h_{ao,di})} + \Delta \bar{\theta}_{\ell,di}, \quad (52)$$

где  $\bar{\theta}_\ell^d(h_{ao})$ ,  $\bar{\theta}_\ell^d(\Delta h_{ao,di})$ ,  $\bar{\theta}_\ell^d(\Delta h_{ao,id})$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{\theta}_\ell^d = \left[ 1 + ({}^d \alpha_{ao} h)^{d \varepsilon_{ao}} \right]^{-d m_{ao}}, \quad (53)$$

где  $h = \{h_{ao}, \Delta h_{ao,di}, \Delta h_{ao,id}\}$  – капиллярный напор  $h_{ao}$  соответственно в расчетной точке и в поворотных точках  $di$  и  $id$ .  $\Delta \bar{\theta}_{\ell,id}$ ,  $\Delta \bar{\theta}_{\ell,di}$  берутся из расчета соответствующих предыдущих поворотных точек.

2. Расчет  $\bar{\theta}_{at}$  – по формуле (28), а расчет сопутствующего заземленного воздуха выполняется аналогично п. 2 (уравнения (40)–(49)).

3. 
$$\bar{\theta}_\ell^d = \bar{\theta}_\ell^d - \bar{\theta}_{at} + (\bar{\theta}_{o,tt} - \bar{\theta}_{a,tw}^o - \bar{\theta}_{a,to}^o). \quad (54)$$

4. 
$$\theta_\ell^d = \bar{\theta}_\ell^d (\theta_s - \theta_{lr}^{\text{aow}}) + \theta_{lr}^{\text{aow}}. \quad (55)$$

5. 
$$\theta_o^d = \theta_\ell^d - \theta_w^d. \quad (56)$$

Расчет  $h_{ow}$  по  $\theta_w$

1. 
$$\bar{\theta}_w^d(h_{ow}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_w^d(h_{ow}) - \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di}) \right] \left[ \Delta \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,id}) - \Delta \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di}) \right]}{\bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,id}) - \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di})} + \Delta \bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di}), \quad (57)$$

где  $\Delta \bar{\theta}_w^d$ ,  $\bar{\theta}_w^d$  берутся из расчета предыдущих поворотных точек;  $\bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,di})$  и  $\bar{\theta}_w^d(\Delta h_{ow,id})$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{\theta}_w^d = \left[ 1 + ({}^d \alpha_{ow} h)^{d \varepsilon_{ow}} \right]^{-d m_{ow}}, \quad (58)$$

где  $h = \{\Delta h_{ow,di}, \Delta h_{ow,id}\}$ .

$\bar{\theta}_w(h_{ow})$  находится решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\theta}_w(h_{ow}) = \bar{\theta}_w + \bar{\theta}_{a,tw} + \bar{\theta}_{o,tw}; \\ \bar{\theta}_{a,tw} \text{ — по формулам (16) – (20);} \\ \bar{\theta}_{o,tw} \text{ — по формулам (23), (24);} \\ \bar{\theta}_w = \frac{\theta_w - \theta_{wr}^{aow}}{\theta_s - \theta_{wr}^{aow} - \theta_{or}^m}. \end{cases} \quad (59)$$

$$2. \quad h_{ow} = \frac{1}{d\alpha_{ow}} \left[ \left( \frac{1}{d\bar{\theta}_w(h_{ow})} \right)^{\frac{1}{d m_{ow}}} - 1 \right]^{\frac{1}{d \varepsilon_{ow}}}. \quad (60)$$

Расчет  $h_{ao}$  по  $\theta_\ell$

$$1. \quad \bar{\theta}_\ell(h_{ao}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_\ell(h_{ao}) - \bar{\theta}_{\ell,di}^{\Delta} \right] \left[ d\bar{\theta}_\ell(\Delta h_{ao,id}) - \Delta \bar{\theta}_\ell(\Delta h_{ao,di}) \right]}{\bar{\theta}_{\ell,id}^{\Delta} - \bar{\theta}_{\ell,di}^{\Delta}} + \bar{\theta}_\ell(\Delta h_{ao,di}), \quad (61)$$

где  $\bar{\theta}_\ell(\Delta h_{ao,di})$  и  $\bar{\theta}_\ell(\Delta h_{ao,id})$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{\theta}_\ell = \left[ 1 + (d\alpha_{ao} h)^{d m_{ao}} \right]^{\frac{1}{d \varepsilon_{ao}}}, \quad (62)$$

где  $h = \{ \Delta h_{ao,di}, \Delta h_{ao,id} \}$ , а  $\bar{\theta}_{\ell,id}^{\Delta}, \bar{\theta}_{\ell,di}^{\Delta}$  берутся из расчета предыдущих поворотных точек.

$\bar{\theta}_\ell(h_{ao})$  находится решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\theta}_\ell(h_{ao}) = \bar{\theta}_\ell + \bar{\theta}_{at} - (\bar{\theta}_{o,tw} - \bar{\theta}_{a,tw}^o - \bar{\theta}_{a,to}^o); \\ \bar{\theta}_{at} \text{ — по формуле (28);} \\ \bar{\theta}_{o,tw} \text{ — по формулам (23), (24);} \\ \bar{\theta}_{a,tw}^o \text{ и } \bar{\theta}_{a,to}^o \text{ — по формулам (40) – (49);} \\ \bar{\theta}_\ell = \frac{\theta_w + \theta_o - \theta_{\ell r}^{aow}}{\theta_s - \theta_{\ell r}^{aow}}. \end{cases} \quad (63)$$

$$2. \quad h_{ao} = \frac{1}{d\alpha_{ao}} \left[ \left( \frac{1}{d\bar{\theta}_\ell(h_{ao})} \right)^{\frac{1}{d m_{ao}}} - 1 \right]^{\frac{1}{d \varepsilon_{ao}}}. \quad (64)$$

Расчет напоров  $h_o$  и  $h_w$  – по формуле (37).

### Расчет ПзВВ

ПзВВ<sup>w</sup> формируется после ОВД<sup>w</sup> или ПзВД<sup>w</sup>, а ПзВВ<sup>l</sup> – после ОВД<sup>l</sup> или ПзВД<sup>l</sup>.

Расчет  $\bar{\theta}_w^i$  по  $h_{ow}$

$$1. \quad \bar{\theta}_w^i(h_{ow}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_w^i(h_{ow}) - \bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow, id}) \right] \left[ \Delta \bar{\theta}_{w, di} - \Delta \bar{\theta}_{w, id} \right]}{\bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow, di}) - \bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow, id})} + \Delta \bar{\theta}_{w, id}, \quad (65)$$

где  $\bar{\theta}_w^i(h_{ow})$ ,  $\bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow, id})$ ,  $\bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow, di})$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{\theta}_w^i = \left[ 1 + \left( \alpha_{ow}^i h \right)^{i_{\epsilon_{ow}}} \right]^{-i_{m_{ow}}},$$

где  $h = \{h_{ow}, \Delta h_{ow, di}, \Delta h_{ow, id}\}$  – капиллярный напор соответственно в расчетной точке и в поворотных точках  $di$  и  $id$ ;  $\Delta \bar{\theta}_{w, di}$ ,  $\Delta \bar{\theta}_{w, id}$  берутся из расчета соответствующих предыдущих поворотных точек.

2. Рассчитываются:

$\bar{\theta}_{a, tw}$  – по формулам (16)–(20);

$\bar{\theta}_{o, tt} = \bar{\theta}_{o, tw}$  – по выражениям (23), (24);

$$3. \quad \bar{\theta}_w^i = \bar{\theta}_w^i - \bar{\theta}_{a, tw} - \bar{\theta}_{o, tw}. \quad (66)$$

$$4. \quad \theta_w^i = \bar{\theta}_w^i (\theta_s - \theta_{wr}^{aow} - \theta_{ot}^m) + \theta_{wr}^{aow}. \quad (67)$$

Расчет  $\bar{\theta}_\ell^i$  по  $h_{ao}$  и  $\theta_o^i$

$$1. \quad \bar{\theta}_\ell^i(h_{ao}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_\ell^i(h_{ao}) - \bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao, id}) \right] \left[ \Delta \bar{\theta}_{\ell, di} - \Delta \bar{\theta}_{\ell, id} \right]}{\bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao, di}) - \bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao, id})} + \Delta \bar{\theta}_{\ell, id}, \quad (68)$$

где  $\bar{\theta}_\ell^i(h_{ao})$ ,  $\bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao, di})$ ,  $\bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao, id})$  рассчитываются по формуле:

$$\bar{\theta}_\ell^i = \left[ 1 + \left( \alpha_{ao}^i h \right)^{i_{\epsilon_{ao}}} \right]^{-i_{m_{ao}}}, \quad (69)$$

где  $h = \{h_{ao}, \Delta h_{ao, di}, \Delta h_{ao, id}\}$  – капиллярный напор  $h_{ao}$  соответственно в расчетной точке и в поворотных точках  $di$  и  $id$ ;  $\Delta \bar{\theta}_{\ell, di}$ ,  $\Delta \bar{\theta}_{\ell, id}$  берутся из расчета соответствующих предыдущих поворотных точек.

2. Рассчитываются:  $\bar{\theta}_{at}$  – по формуле (28);  $\bar{\theta}_{o, tw}$  – по уравнениям (23), (24);  $\bar{\theta}_{a, tw}^o$  и  $\bar{\theta}_{a, to}^o$  – по зависимостям (40)–(49).

3.  $\bar{\theta}_\ell^i, \theta_\ell^i, \theta_0^i$  находятся по формулам (53)–(56), заменяя  $\bar{\theta}_\ell^d, \theta_\ell^d, \theta_0^d$ .

Расчет  $h_{ow}$  по  $\theta_w$

$$1. \quad \bar{\theta}_w^i(h_{ow}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_w^i(h_{ow}) - \Delta \bar{\theta}_{w,id} \right] \left[ \bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow,di}) - \bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow,id}) \right]}{\Delta \bar{\theta}_{w,di} - \Delta \bar{\theta}_{w,id}} + \bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow,id}), \quad (70)$$

где  $\Delta \bar{\theta}_{w,id}, \Delta \bar{\theta}_{w,di}$  берутся из расчета предыдущих поворотных точек;  $\bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow,id})$  и  $\bar{\theta}_w^i(\Delta h_{ow,di})$  определяются по формуле:

$$\bar{\theta}_w^i = \left[ 1 + ({}^i\alpha_{ow} h) {}^{i\varepsilon_{ow}} \right] {}^{i m_{ow}}, \quad (71)$$

где  $h = \{ \Delta h_{ow,id}, \Delta h_{ow,di} \}$ ;  $\bar{\theta}_w^i(h_{ow})$  рассчитывается решением системы уравнений (59), в которой занимает место  $\bar{\theta}_w^d(h_{ow})$ .

$$2. \quad h_{ow} = \frac{1}{{}^i\alpha_{ow}} \left[ \left( \frac{1}{\bar{\theta}_w^i(h_{ow})} \right) {}^{i m_{ow}} - 1 \right] {}^{i \varepsilon_{ow}}. \quad (72)$$

Расчет  $h_{ao}$  по  $\theta_\ell$

$$1. \quad \bar{\theta}_\ell^i(h_{ao}) = \frac{\left[ \bar{\theta}_\ell^i(h_{ao}) - \Delta \bar{\theta}_{\ell,id} \right] \left[ \bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao,di}) - \bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao,id}) \right]}{\Delta \bar{\theta}_{\ell,di} - \Delta \bar{\theta}_{\ell,id}} + \bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao,id}), \quad (73)$$

где  $\bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao,id})$  и  $\bar{\theta}_\ell^i(\Delta h_{ao,di})$  находятся по формуле:

$$\bar{\theta}_\ell^i = \left[ 1 + ({}^i\alpha_{ao} h) {}^{i\varepsilon_{ao}} \right] {}^{i m_{ao}}, \quad (74)$$

где  $h = \{ \Delta h_{ao,id}, \Delta h_{ao,di} \}$ ;  $\Delta \bar{\theta}_{\ell,di}, \Delta \bar{\theta}_{\ell,id}$  берутся из расчета предыдущих поворотных точек;  $\bar{\theta}_\ell^i(h_{ao})$  рассчитывается решением системы уравнений (63), в которой занимает место  $\bar{\theta}_\ell^d(h_{ao})$ .

$$2. \quad h_{ao} = \frac{1}{{}^i\alpha_{ao}} \left[ \left( \frac{1}{\bar{\theta}_\ell^i(h_{ao})} \right) {}^{i m_{ao}} - 1 \right] {}^{i \varepsilon_{ao}}. \quad (75)$$

Расчет напоров  $h_o$  и  $h_w$  выполняется по формуле (37).

## Расчет проницаемости воды ( $k_w$ )

### 1. Расчет относительной проницаемости воды ( $k_{r,w}$ )

Если  $\bar{\theta}_\ell^{\min} < \bar{\theta}_w^{\Delta aw}$  и  $\bar{\theta}_w \geq \bar{\theta}_\ell^{\Delta \min}$ , то

$$k_{r,w} = \bar{\theta}_w^{1/2} \left[ 1 - \left( 1 - \bar{\theta}_w^{1/m} \right)^m \left( 1 - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} \times \right. \\ \left. \times \left( 1 - \bar{\theta}_w^{\min 1/m} \right)^m - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \left( 1 - \bar{\theta}_\ell^{\min 1/m} \right)^m \right]^2. \quad (76)$$

Если  $\bar{\theta}_\ell^{\min} \geq \bar{\theta}_w^{\Delta aw}$  и  $\bar{\theta}_w \geq \bar{\theta}_w^{\Delta aw}$ , то

$$k_{r,w} = \bar{\theta}_w^{1/2} \left[ 1 - \left( 1 - \bar{\theta}_w^{1/m} \right)^m \left( 1 - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) + \left( 1 - \Pi^{1/m} \right)^m \left( \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\Delta aw}} - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) - \right. \\ \left. - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\Delta aw}} \left( 1 - \bar{\theta}_w^{\Delta aw 1/m} \right)^m - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} \left( 1 - \bar{\theta}_w^{\min 1/m} \right)^m \right]^2, \quad (77)$$

где  $\Pi > \bar{\theta}_w^{\Delta aw}$ .

Если  $\bar{\theta}_w < \bar{\theta}_\ell^{\min}$  и  $\bar{\theta}_w < \bar{\theta}_w^{\Delta aw}$ , то

$$k_{r,w} = \bar{\theta}_w^{1/2} \left[ 1 - \left( 1 - \bar{\theta}_w^{1/m} \right)^m \left( 1 - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} \right) - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\min}} \left( 1 - \bar{\theta}_w^{\min 1/m} \right)^m \right]^2. \quad (78)$$

$$2. \quad k_w = k_{r,w} k_{s,w}. \quad (79)$$

## Расчет проницаемости ЛНП ( $k_o$ )

### 1. Расчет относительной проницаемости ЛНП ( $k_{r,o}$ )

Если  $\bar{\theta}_w \geq \bar{\theta}_\ell^{\min}$ , то

$$k_{r,o} = \bar{\theta}_{\alpha,f}^{1/2} \left[ \left( 1 - \bar{\theta}_w^{1/m} \right)^m \left( 1 - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) - \left( 1 - \bar{\theta}_\ell^{\min 1/m} \right)^m \left( \frac{1 - i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) \right]^2, \quad (80)$$

где  $\bar{\theta}_{\alpha,f} = \bar{\theta}_{\alpha,f} - \bar{\theta}_w$ , а  $\bar{\theta}_{\alpha,f} = \bar{\theta}_\ell^{\min} - \bar{\theta}_{\alpha,t}$ .

Если  $\bar{\theta}_\ell^{\min} \geq \bar{\theta}_w^{\Delta aw}$  и  $\bar{\theta}_w < \bar{\theta}_\ell^{\min}$ , то

$$k_{r,o} = \bar{\theta}_{\alpha,f}^{1/2} \left[ \left( 1 - \bar{\theta}_w^{1/m} \right)^m - \left( 1 - \bar{\theta}_\ell^{\min 1/m} \right)^m \left( 1 - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) - \left( 1 - \psi^{1/m} \right)^m \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\Delta aw}} - \right. \\ \left. - \left( 1 - \bar{\theta}_\ell^{\min 1/m} \right)^m \left( \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} - \frac{i\bar{\theta}_{\alpha,tw}}{1 - \bar{\theta}_w^{\Delta aw}} \right) \right]^2,$$

где  $\psi > \bar{\theta}_w$ .

Если  $\bar{\theta}_\ell^{\min} < \Delta \bar{\theta}_w^{aw}$ , то

$$k_{r,o} = \bar{\theta}_{\alpha,f}^{1/2} \left[ \left( 1 - \bar{\theta}_w^{1/m} \right)^m - \left( 1 - \bar{\theta}_\ell^{1/m} \right)^m \left( 1 - \frac{i \bar{\theta}_{a,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) - \left( 1 - \Omega^{1/m} \right)^m \left( \frac{i \bar{\theta}_{a,to}}{1 - \bar{\theta}_\ell^{\min}} \right) \right]^2, \quad (82)$$

где  $\Omega > \bar{\theta}_w$  или  $\bar{\theta}_\ell^{\min}$ .

$$2. \quad k_o = k_{r,o} k_{s,o}. \quad (83)$$

### Входные данные

1. Ряды  $h_{ow}, h_{ao}$  или  $\theta_w$  и  $\theta_o, \theta_s, \theta_{wr}^{aow}, \theta_{lr}^{aow}, \theta_{or}^{aow}, \theta_{w,aw}^m, \theta_{o,ao}^m, \theta_{w,ow}^m, \Delta \theta_w^{aw}, \alpha_{aw}^d, \alpha_{ao}^d, \alpha_{ow}^d, \varepsilon_{aw}^d, \varepsilon_{ao}^d, \varepsilon_{ow}^d; \alpha_{aw}^i, \alpha_{ao}^i, \alpha_{ow}^i; \varepsilon_{aw}^i, \varepsilon_{ao}^i, \varepsilon_{ow}^i; k_{s,w}, k_{s,o}$  (или  $v_w$  и  $v_o$ ), где  $v_w$  и  $v_o$  – кинематическая вязкость воды и ЛНП.

$$\Delta \bar{\theta}_w^{aw} = \frac{\Delta \theta_w^{aw} - \theta_{wr}^{aw}}{\theta_s - \theta_{wr}^{aw}} - \text{задается и/или берется из расчета предшествующей системы «а – w»}.$$

$$k_{s,o} = \frac{k_{s,w} v_w}{v_o}.$$

## 2. Расчет трехфлюидной системы при смачиваемости: вода → ЛНП → вода → воздух

Смачиваемость «вода → ЛНП → вода → воздух» (рис. 2) формируется при опускании УГВ после полного насыщения и защемления ЛНП, который находился в капиллярном состоянии. Возможность такого защемления показана в статье [Парамонова и др., 2016], а формирование смачиваемости «вода – ЛНП – вода – воздух» при последующем опускании УГВ исследовано с помощью физического моделирования на колонне с песком, что будет опубликовано в последующих статьях, подтверждающих достоверность теоретической базы расчета флюидных систем в загрязненной ЛНП геологической среде в процессе колебания УГВ.

Как видно на рис. 2, при смачиваемости «вода – ЛНП – вода – воздух» содержание воды вместе с удерживаемым в ней ЛНП, которое называем кажущимся  $\bar{\theta}_w$ , определяется кривизной границы раздела «воздух – вода» и формирующейся при этом величиной капиллярного напора  $h_{aw}$ . Величину содержания  $\bar{\theta}_w$  можно рассчитать, используя теорию, изложенную в работе

[Огняник, Парамонова, 2016а], в зависимости от происходящей ветви дренирования (в большинстве случаев это будет произвольная ветвь дренирования).

Содержание воды ( $\theta_w$ ) определяется границей раздела «о – w» и капиллярным напором  $h_{ow}$  и может быть рассчитано с использованием теории, изложенной в [Огняник, Парамонова, 2016б]. Тогда содержание ЛНП составляет:

$$\theta_o = \bar{\theta}_w - \theta_w.$$

### Выводы

1. В результате формирования и трансформации слоя с мобильным ЛНП в процессе колебания УГВ образуется трехфлюидная система со смачиваемостью:  $w \rightarrow o \rightarrow a$  и  $w \rightarrow o \rightarrow w \rightarrow a$ .

2. Для трехфлюидной системы со смачиваемостью:  $w \rightarrow o \rightarrow a$  разработана теоретическая база расчета основных и произвольных путей дренирования и впитывания на основе основополагающих зависимостей многофазного потока R.J. Lenhard, J.C Parker [Lenhard, Parker, 1987; Lenhard, 1992]. В связи с тем, что эти зависимости учитывают только остаточную насыщенность воды  $\theta_{wt}$  нами при расчете дренирования трехфлюидной системы также использованы исследованные

дования [Парамонова и др., 2016] остаточной насыщенности воды ( $\theta_{wr}^{aow}$ ) и жидкости ( $\theta_{tr}^{aow} = \theta_{wr}^{aow} + \theta_{or}^{aow}$ ).

3. Для трехфлюидной системы со смачиваемостью:  $w \rightarrow o \rightarrow w \rightarrow a$  предложена схема расчета на основе теории расчета двухфлюидных систем «а – w» и «о – w» кажущегося содержания воды  $\bar{\theta}_w$  и воды, контактирующей с ЛНП ( $\theta_w$ ). По их разности определяется содержание ЛНП ( $\theta_w$ ).

## Список литературы / References

1. Огняник Н. К. Теоретическая база расчета флюидных систем в загрязненной легкими нефтепродуктами геологической среде в процессе колебания уровня грунтовых вод. Ст. 1. Теоретическая база расчета двухфлюидной системы «воздух – смачивающий флюид» в пористой среде / Н.С. Огняник, Н.К. Парамонова // Геол. журн. – 2016а. – № 2 (355). – С. 90–98.

Ognianik N.S., Paramonova N.K., 2016a. Theoretical foundation for calculation of fluid systems in the subsurface contaminated with light petroleum products during groundwater fluctuation. Paper 1. Theoretical foundation for calculation “air – wetting fluid” two-phase systems in porous media. *Geologichnyy zhurnal*, № 2 (355), p. 90–98 (in Russian).

2. Огняник Н. К. Теоретическая база расчета флюидных систем в загрязненной легкими нефтепродуктами геологической среде в процессе колебания уровня грунтовых вод. Ст. 2. Теоретическая база расчета двухфлюидной системы «легкие нефтепродукты – вода» в пористой среде / Н.С. Огняник, Н.К. Парамонова // Геол. журн. – 2016б. – № 3 (356). – С. 89–103.

Ognianik N.S., Paramonova N.K., 2016b. Theoretical foundation for calculation of fluid systems in the subsurface contaminated with light petroleum products during groundwater fluctuation. Paper 2. Theoretical foundation for calculation “light petroleum products – water” two-phase systems in porous media. *Geologichnyy zhurnal*, № 3 (356), p. 89–103 (in Russian).

3. Парамонова Н.К. Влияние колебания уровня грунтовых вод на формирование остаточных и заземленных легких нефтепродуктов / Н.К. Парамонова, Г.И. Голуб, И.Н. Запольский, О.И. Логвиненко, Ю.А. Негода // Геол. журн. – 2016. – № 1 (354). – С. 112–124.

Paramonova N.K., Golub G.I., Zapolski I.N., Logvinenko O.I., Negoda Y.A., 2016. Influence of water table fluctuations on formation of retained and trapped light petroleum products. *Geologichnyy zhurnal*, № 1 (354), p. 112–124 (in Russian).

4. В последующих статьях для подтверждения разработанной теории будет изложен порядок расчета и анализа (алгоритм) флюидных систем в загрязненной ЛНП геологической среде в процессе колебания УГВ, а также лабораторные исследования влияния колебания УГВ на состояние и содержание ЛНП в геологической среде.

4. Aziz K. Petroleum Reservoir Simulation / K. Aziz, Settari A. – London: Applied Science Publ., 1979. – 476 p.

Aziz K., Settari A., 1979. Petroleum Reservoir Simulation. London: Applied Science Publishers, 476 p. (in English).

5. Hoag G.E. Gasoline residual saturation in unsaturated uniform aquifer materials / G.E. Hoag, M.C. Marley // J. Environ. Eng. – 1986. – № 3. – P. 586–604.

Hoag G.E., Marley M.C., 1986. Gasoline residual saturation in unsaturated uniform aquifer materials. *J. Environ. Eng.*, № 3, p. 586–604 (in English).

6. Jarsjö J. Retention and volatilisation of kerosene laboratory experiments on glacial and post-glacial soils / J. Jarsjö, Q. Destouni, B. Yaron // J. Contam. Hydrology. – 1990. – № 17. – P. 167–185.

Jarsjö J., Destouni Q., Yaron B., 1990. Retention and volatilisation of kerosene laboratory experiments on glacial and post-glacial soils. *J. Contam. Hydrology*, № 17, p. 167–185 (in English).

7. Lenhard R.J. A model for hysteretic constitutive relations governing multiphase flow / R.J. Lenhard, J.C. Parker // Water Resour. Res. – 1987. – Vol. 23 (12). – P. 2187–2206.

Lenhard R.J., Parker J.C., 1987. A model for hysteretic constitutive relations governing multiphase flow. *Water Resour. Res.*, vol. 23 (12), p. 2187–2206 (in English).

8. Lenhard R.J. Measurement and modelling of three-phase saturation-pressure hysteresis / R.J. Lenhard // J. Contam. Hydrology. – 1992. – Vol. 9. – P. 243–269.

Lenhard R.J., 1992. Measurement and modelling of three-phase saturation-pressure hysteresis. *J. Contam. Hydrology*, vol. 9, p. 243–269 (in English).

9. Leverett M.C. Dimensional-model studies of oil field behavior / M.C. Leverett, W.B. Lewis, M.E. True // Trans. AIME. – 1942. – Vol. 146. – P. 175–193.

Leverett M.C., Lewis W.B., True M.E., 1942. Dimensional-model studies of oil field behavior. *Trans. AIME*, vol. 146, p. 175–193 (in English).

10. Peery J.H. Three-phase reservoir simulation / J.H. Peery, E.H. Herron // *J. Petr. Technol.* – 1969. – Vol. 21. – P. 211–220.

Peery J.H., Herron E.H., 1969. Three-phase reservoir simulation. *J. Petr. Technol.*, vol. 21, p. 211–220 (in English).

11. Shulter N.D. Numerical three-phase simulation of the linear steamflood process / N.D. Shulter // *Pet. Eng.* – 1969. – Vol. 9. – P. 232–246.

Shulter N.D., 1969. Numerical three-phase simulation of the linear steamflood process. *Pet. Eng.*, vol. 9, p. 232–246 (in English).

12. Steffy D.A. Influence of antecedent moisture content on residual LNAPL saturation / D.A. Steffy, D.A. Barry, C.D. Johnston // *J. Soil Contam.* – 1997. – Vol. 6 (2). – P. 113–147.

Steffy D.A., Barry D.A., Johnston C.D., 1997. Influence of antecedent moisture content on residual LNAPL saturation. *J. Soil Contam.*, vol. 6 (2), p. 113–147 (in English).

13. Van Geel P.J. A proposed model to include a residual NAPL saturation in a hysteretic capillary pressure-saturation relationship / P.J. Van Geel,

S.D. Roy // *J. Contam. Hydrology.* – 2002. – № 58. – P. 79–110.

Van Geel P.J., Roy S.D., 2002. A proposed model to include a residual NAPL saturation in a hysteretic capillary pressure-saturation relationship. *J. Contam. Hydrology*, № 58, p. 79–110 (in English).

14. Van Genuchten M.T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils / Van Genuchten M.T. // *Soil Sci. Soc. Amer. J.* – 1980. – Vol. 44 (5). – P. 892–898.

Van Genuchten M.T., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, vol. 44 (5), p. 892–898 (in English).

15. Wipfler E.L. A set of constitutive relationships accounting for residual NAPL in the unsaturated zone / E.L. Wipfler, van der Zee S.E. // *J. Contam. Hydrology.* – 1990. – № 50. – P. 53–77.

Wipfler E.L., van der Zee S.E., 1990. A set of constitutive relationships accounting for residual NAPL in the unsaturated zone. *J. Contam. Hydrology*, № 50, p. 53–77 (in English).

Статья поступила

23.02.2016