УДК 550.837

Зависимость скалярных импедансов от азимута комплексного вектора магнитного поля

© *Т. И. Причепий, 2012*

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 23 июня 2011 г.

Представлено членом редколлегии С. Н. Куликом

Продовжено дослідження властивостей скалярних параметрів імпедансного типу, зокрема визначення форми залежності цих параметрів від поляризації тангенціального магнітного поля. Розглянуто зв'язки цих параметрів з класичним для магнітотелуричних методів тензором імпедансу.

The work is devoted to the further research of properties of scalar parameters of impedance type, in particular to definition of the form of dependence of these parameters on polarization of tangential magnetic field. Interrelations of these parameters with classical for magnetotelluric methods tensor of impedance have been considered.

Импедансное описание является классическим для магнитотеллурических исследований. Оно представлено соотношением между тангенциальными компонентами низкочастотного электромагнитного поля — электрической $\mathbf{E}_\tau$ и магнитной $\mathbf{H}_\tau$:

$$\mathbf{E}_\tau = [\hat{Z}]\,\mathbf{H}_\tau .$$

Разработки с применением тензора импеданса $\hat{Z}$ внесли весомый вклад в электроразведку. Данные методики основаны на применении модели "плоской квазистационарной Земли, на которую вертикально падает плоская электромагнитная волна" [Бердичевский, Дмитриев, 2009]. Одной из альтернативных тензору импеданса методик, позволяющих принять более сложный механизм формирования электромагнитного отклика, является представленная, в частности, в работах [Шуман, 2004; 2006; 2007 и др.]. Эта методика обработки МТ-данных основана на развитии идей [Aboul-Atta, Boerner, 1975], согласно которой локальная связь между компонентами комплексных амплитуд электрического и магнитного полей на границе раздела может быть представлена равенством

$$\mathbf{n}\times\mathbf{E}\times\mathbf{n} = \zeta(\mathbf{n}\times\mathbf{H}) + \xi^*(\mathbf{n}\times\mathbf{H}^*\times\mathbf{n}),$$

где $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к импедансной плоскости; величины

$$\zeta = -\frac{\mathbf{n}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)}{\|\mathbf{n}\times\mathbf{H}\|^2}, \qquad \xi^* = \frac{(\mathbf{n}\times\mathbf{E})\,(\mathbf{n}\times\mathbf{H})}{\|\mathbf{n}\times\mathbf{H}\|^2}$$

суть скалярные параметры импедансного типа.

Представляет определенный интерес исследование взаимосвязи между этими параметрами и тензором импеданса (естественно, для условий, когда одновременно оба типа импедансов имеют право на существование). Такие исследования были сделаны для некоторых частных задач — например, исследование скалярных импедансов как функций тензора импеданса при линейной поляризации магнитного поля [Причепий, 2010]. В настоящей статье делается попытка несколько обобщить полученный результат для произвольной поляризации магнитного поля, используя идею азимута комплексного вектора [Четаев, 1985].

Определение понятия азимута комплексного вектора. Пусть тангенциальный комплексный вектор $\mathbf{V}$ представлен своими составляющими по осям декартовых координат:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{x0}\, e^{i\,\varphi_x} \\ V_{x0}\, e^{i\,\varphi_y} \end{bmatrix}.$$

Поляризационное отношение P комплексного вектора $\mathbf{V}$ обычно определяется как отношение этих скалярных составляющих, или комплексных амплитуд:

$$P = \frac{V_y}{V_x} = \frac{V_{y0}}{V_{x0}}\, e^{i\delta},$$

где $\delta = \varphi_y - \varphi_x$ — разность фаз.

В работе [Четаев, 1985] получено выражение, представляющее величину P в виде тангенса азимута комплексного вектора $\mathbf{V}$:

$$P = \frac{V_y}{V_x} = \frac{\sin\alpha + i\kappa\cos\alpha}{\cos\alpha - i\kappa\sin\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha + i\kappa}{1 - i\kappa\operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{tg}\,(\alpha + \mu) = \operatorname{tg}\theta, \tag{1}$$

где α — угол между большой полуосью эллипса поляризации и осью $0X$ (так называемый азимут большой полуоси); $\kappa = b/a$ — параметр эллиптичности поля; a — большая полуось эллипса; b — малая полуось; $\mu = i\chi = \operatorname{arctg}\,(i\kappa)$, $i\kappa = \operatorname{tg}\mu = \operatorname{tg}\,i\chi$. Величина θ получила название азимута комплексного вектора $\mathbf{V}$ [Четаев, 1985].

Очевидно, выражение (1) представляет поляризационное отношение P как функцию параметров эллипса поляризации комплексного вектора $\mathbf{V}$.

Определим форму зависимости скалярных импедансов от параметра θ, а также его составляющих α и μ.

Вспомогательные формулы. Для определения форм зависимости скалярных импедансов от азимута комплексного тангенциального вектора $\mathbf{H}_\tau$ используем некоторые вспомогательные формулы.

Так, соотношение (1) получено из выражений для комплексных амплитуд, также определенных в работе [Четаев, 1985]:

$$V_x = ae^{i\omega t_0}\,(\cos\alpha - i\kappa\sin\alpha), \qquad V_y = ae^{i\omega t_0}\,(\sin\alpha + i\kappa\cos\alpha),$$

или

$$V_x = a\sqrt{1-\kappa^2}\, e^{i\omega t_0}\, \cos\,(\alpha + i\chi), \qquad V_y = a\sqrt{1-\kappa^2}\, e^{i\omega t_0}\, \sin\,(\alpha + i\chi),$$

$$V_x + i\,V_y = a\,(1-\kappa)\, e^{i\omega t_0},$$

где t_0 — момент прохождения комплексным вектором большой полуоси.

Выражения для квадратов амплитуд комплексного вектора $\mathbf{V}$ получены в работе [Причепий, 2007]:

$$V_{x0}^2 = a^2\cos^2\alpha + b^2\sin^2\alpha, \qquad V_{y0}^2 = a^2\sin^2\alpha + b^2\cos^2\alpha,$$

или, в другой форме, через тангенс угла α и параметр эллиптичности $\kappa = b/a$:

$$V_{x0}^2 = a^2\,\frac{1+\kappa^2\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}, \qquad V_{y0}^2 = a^2\,\frac{\operatorname{tg}^2\alpha + \kappa^2}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}.$$

По условию задачи в работе [Четаев, 1985] было положено $\operatorname{tg}\mu = i\kappa = i\,\frac{b}{a}$. Исходя из этого, можно легко получить выражения для других тригонометрических функций аргумента μ:

$$\operatorname{tg}^2\mu = -\kappa^2 = -\frac{b^2}{a^2}, \qquad \sin 2\mu = \frac{2\operatorname{tg}\mu}{1+\operatorname{tg}^2\mu} = 2i\,\frac{\kappa}{1-\kappa^2} = 2i\,\frac{ab}{a^2-b^2},$$

$$\cos 2\mu = \frac{1-\operatorname{tg}^2\mu}{1+\operatorname{tg}^2\mu} = \frac{1+\kappa^2}{1-\kappa^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}.$$

В работе [Причепий, 2008] было предложено использовать параметры Стокса, обычно используемые при решении оптических задач, как вспомогательные величины для задач магнитотеллурики. Для параметров Стокса в терминах элементов эллипсов поляризации существуют формулы [Причепий, 2008]

$$S0 = V_{x0}^2 + V_{y0}^2 = a^2 + b^2 = a^2(1+\kappa^2),$$

$$S1 = V_{x0}^2 - V_{y0}^2 = (a^2-b^2)\cos 2\alpha = a^2(1-\kappa^2)\,\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$S2 = 2V_{x0}V_{y0}\cos\delta = (a^2-b^2)\sin 2\alpha = a^2(1-\kappa^2)\,\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$S3 = 2V_{x0}V_{y0}\sin\delta = 2ab = 2a^2\kappa.$$

Определим также нормированные параметры Стокса как функции величин α и μ — составных частей азимута комплексного вектора. Нормированные по нулевому параметру параметры Стокса будут выглядеть таким образом:

$$\frac{S1}{S0} = \frac{(1-\operatorname{tg}^2\alpha)(1-\kappa^2)}{(1+\operatorname{tg}^2\alpha)(1+\kappa^2)} = \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\mu}, \qquad \frac{S2}{S0} = \frac{2\operatorname{tg}\alpha\,(1-\kappa^2)}{(1+\operatorname{tg}^2\alpha)(1+\kappa^2)} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\mu},$$

$$\frac{S3}{S0} = \frac{2\kappa}{1+\kappa^2} = -i\operatorname{tg}2\mu. \tag{2}$$

Пусть ось OZ декартовой системы координат направлена вниз. Тогда внешняя нормаль в выражениях для скалярных импедансов ζ, ξ^* становится отрицательным единичным вектором. Через составляющие по осям OX и OY комплексных амплитуд электрического и магнитного полей скалярные импедансы будут записаны так:

$$\zeta = \frac{E_x H_y^* - E_y H_x^*}{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}, \qquad \xi^* = \frac{E_x H_x + E_y H_y}{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}.$$

Поскольку в данной задаче предполагается одновременное существование тензора $\hat{Z}$ и скалярных параметров импедансного типа ζ, ξ^*, можно записать систему уравнений, объединяющую эти величины:

$$E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y = \zeta H_y + \xi^* H_x^*, \qquad E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y = -\zeta H_x + \xi^* H_y^*.$$

Отсюда были получены выражения [Причепий, 2007]

$$\zeta = \frac{Z_{xx} H_x H_y^* + Z_{xy} H_y H_y^* - Z_{yx} H_x H_x^* - Z_{yy} H_x^* H_y}{H_x H_x^* + H_y H_y^*}, \tag{3}$$

$$\xi^* = \frac{Z_{xx} H_x^2 + (Z_{xy} + Z_{yx}) H_x H_y + Z_{yy} H_y^2}{H_x H_x^* + H_y H_y^*}. \tag{4}$$

Используя данную форму записи скалярных импедансов, в работе [Причепий, 2010] была определена форма зависимости величин ζ, ξ^* от линейно поляризованного магнитного поля. Теперь будем рассматривать зависимость скалярных импедансов от произвольно направленного тангенциального магнитного поля — от азимута комплексного тангенциального вектора $\mathbf{H}_\tau$.

Скалярный импеданс ζ как функция поляризации магнитного поля и тензора импеданса $\hat{\mathbf{Z}}$. Запишем выражение (3) через поляризационное отношение магнитного поля $P_H = H_y / H_x$:

$$\zeta = \frac{Z_{xx} P_H^* + Z_{xy} \left| P_H \right|^2 - Z_{yx} - Z_{yy} P_H}{1 + \left| P_H \right|^2}, \tag{5}$$

или

$$\zeta = Z_{xx} \frac{P_H^*}{1 + \left| P_H \right|^2} + Z_{xy} \frac{\left| P_H \right|^2}{1 + \left| P_H \right|^2} - Z_{yx} \frac{1}{1 + \left| P_H \right|^2} - Z_{yy} \frac{P_H}{1 + \left| P_H \right|^2}.$$

Рассмотрим это выражение для формы записи поляризационного отношения $P = \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)$, предложенной в работе [Четаев, 1985]. Разовьем эту тему следующим образом для различных форм и сочетаний поляризационного отношения магнитного поля в формуле (5):

$$P^* = \mathrm{tg}\,(\alpha - \mu), \qquad \left| P \right|^2 = \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu), \qquad 1 + \left| P_H \right|^2 = 1 + \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu),$$

$$\frac{1}{1 + \left| P_H \right|^2} = \frac{1}{1 + \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)}, \qquad \frac{P_H}{1 + \left| P_H \right|^2} = \frac{\mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)}{1 + \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)},$$

$$\frac{P_H^*}{1 + \left| P_H \right|^2} = \frac{\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)}{1 + \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)}, \qquad \frac{\left| P_H \right|^2}{1 + \left| P_H \right|^2} = \frac{\mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)}{1 + \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)}. \tag{6}$$

В таком контексте скалярный импеданс ζ будет записан так:

$$\zeta = \frac{Z_{xx}\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu) + Z_{xy}\,\mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu) - Z_{yx} - Z_{yy}\,\mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)}{1 + \mathrm{tg}\,(\alpha + \mu)\,\mathrm{tg}\,(\alpha - \mu)}.$$

Следует заметить, что классически определенный в работе [Четаев, 1985] азимут магнитного поля $\theta = \alpha + \mu$. Тогда $\alpha - \mu = \theta - 2\mu$. Окончательно зависимость основного скалярного импеданса от азимута комплексного вектора магнитного поля можно записать так:

$$\zeta = \frac{Z_{xx}\,\mathrm{tg}\,(\theta - 2\mu) + Z_{xy}\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,(\theta - 2\mu) - Z_{yx} - Z_{yy}\,\mathrm{tg}\,\theta}{1 + \mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,(\theta - 2\mu)}.$$

Если принять другую форму записи поляризационного отношения P из (1), а именно

$$P = \frac{\operatorname{tg}\alpha + i\kappa}{1 - i\kappa \operatorname{tg}\alpha},$$

то по аналогии с приведенными выражениями группы формул (6) можно получить выражения для сочетаний поляризационного отношения магнитного поля:

$$P^* = \frac{\operatorname{tg}\alpha - i\kappa}{1 + i\kappa \operatorname{tg}\alpha}, \qquad |P|^2 = \frac{\kappa^2 + \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \kappa^2 \operatorname{tg}^2\alpha}, \qquad 1 + |P_H|^2 = \frac{(1+\kappa^2)(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)}{1 + \kappa^2 \operatorname{tg}^2\alpha},$$

или

$$\frac{1}{1 + |P_H|^2} = \frac{1 + \kappa^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{(1+\kappa^2)(1+\operatorname{tg}^2\alpha)} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\mu \operatorname{tg}^2\alpha}{(1 - \operatorname{tg}^2\mu)(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)} = \frac{\cos 2\alpha + \cos 2\mu}{2\cos 2\mu},$$

$$\frac{P_H}{1 + |P_H|^2} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}\,\frac{1 + \operatorname{tg}^2\mu}{1 - \operatorname{tg}^2\mu} + \frac{\operatorname{tg}\mu}{1 - \operatorname{tg}^2\mu} = \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\mu}{2\cos 2\mu},$$

$$\frac{P_H^*}{1 + |P_H|^2} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}\,\frac{1 + \operatorname{tg}^2\mu}{1 - \operatorname{tg}^2\mu} - \frac{\operatorname{tg}\mu}{1 - \operatorname{tg}^2\mu} = \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\mu}{2\cos 2\mu},$$

$$\frac{|P_H|^2}{1 + |P_H|^2} = \frac{\kappa^2 + \operatorname{tg}^2\alpha}{(1+\kappa^2)(1+\operatorname{tg}^2\alpha)} = \frac{-\operatorname{tg}^2\mu + \operatorname{tg}^2\alpha}{(1 - \operatorname{tg}^2\mu)(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)} = \frac{\cos 2\mu - \cos 2\alpha}{2\cos 2\mu}.$$

В итоге для основного скалярного импеданса ζ получим формулу

$$\zeta = Z_{xx}\,\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\mu}{2\cos 2\mu} + Z_{xy}\,\frac{\cos 2\mu - \cos 2\alpha}{2\cos 2\mu} - Z_{yx}\,\frac{\cos 2\mu + \cos 2\alpha}{2\cos 2\mu} - Z_{yy}\,\frac{\sin 2\alpha + \sin 2\mu}{2\cos 2\mu},$$

или, преобразуя тригонометрические дроби,

$$\zeta = \frac{1}{2}\left[Z_{xx}\left(\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\mu} - \frac{\sin 2\mu}{\cos 2\mu}\right) + Z_{xy}\left(\frac{\cos 2\mu}{\cos 2\mu} - \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\mu}\right) - Z_{yx}\left(\frac{\cos 2\mu}{\cos 2\mu} + \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\mu}\right) - \right.$$

$$\left. - Z_{yy}\left(\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\mu} + \frac{\sin 2\mu}{\cos 2\mu}\right)\right].$$

Тогда

$$\zeta = Z_1 - Z_2 \operatorname{tg} 2\mu - (Z_3 \cos 2\alpha - Z_4 \sin 2\alpha)/\cos 2\mu .$$

Учитывая выражения для нормированных параметров Стокса (2), можно переписать формулу для скалярного импеданса ζ:

$$\zeta = \frac{1}{2}\left[Z_{xx}\left(\frac{S2}{S0} - i\,\frac{S3}{S0}\right) + Z_{xy}\left(1 - \frac{S1}{S0}\right) - Z_{yx}\left(1 + \frac{S1}{S0}\right) - Z_{yy}\left(\frac{S2}{S0} + i\,\frac{S3}{S0}\right)\right].$$

Упростив, получим

$$\zeta=\frac{1}{2}\left[\left(Z_{xy}-Z_{yx}\right)-\left(Z_{xy}+Z_{yx}\right)\frac{S1}{S0}+\left(Z_{xx}-Z_{yy}\right)\frac{S2}{S0}-\left(Z_{xx}+Z_{yy}\right)i\,\frac{S3}{S0}\right],$$

а также

$$\zeta=Z_1-Z_3\,\frac{S1}{S0}+Z_4\,\frac{S2}{S0}-Z_2\,i\,\frac{S3}{S0}.$$

Все варианты моделей "среда — поле", для которых существует тензор импеданса, крайне просто получаются из этой формы записи.

Так, в отсутствие гармонического магнитного поля (например, модель электрического диполя постоянного тока на поверхности однородного полупространства) $\zeta=Z_1$. Линейная поляризация магнитного поля

$$\zeta=Z_1-Z_3\cos2\alpha+Z_4\sin2\alpha\equiv-Z'_{yx}(\gamma).$$

Для варианта $Z_{xx}=Z_{yy}=0$

$$\zeta=Z_1-Z_3\cos2\alpha/\cos2\mu.$$

При линейной поляризации $\zeta=Z_1-Z_3\cos2\alpha$, а при $Z_{yx}=-Z_{xy}=Z_n$ получим $\zeta=Z_n$.

Скалярный импеданс ξ^* как функция поляризации магнитного поля и тензора импеданса $\hat{\mathbf{Z}}$. Преобразуем выражение (4) для дополнительного скалярного импеданса, используя форму записи компонент электромагнитного поля $H_x=H_{x0}\,e^{i\varphi_{Hx}}$, $H_y=H_{y0}\,e^{i\varphi_{Hy}}$:

$$\xi^*=\frac{Z_{xx}H_{x0}^2\,e^{2i\varphi_{Hx}}+(Z_{xy}+Z_{yx})\,H_{x0}H_{y0}\,e^{i(\varphi_{Hx}+\varphi_{Hy})}+Z_{yy}H_{y0}^2\,e^{2i\varphi_{Hy}}}{H_{x0}^2+H_{y0}^2},$$

или

$$\xi^*=e^{2i\varphi_{Hx}}\,\frac{Z_{xx}+(Z_{xy}+Z_{yx})\,P_H+Z_{yy}P_H^2}{1+|P_H|^2}.$$

Переходя к поляризационному отношению, получим

$$\xi^*=\frac{Z_{xx}H_{x0}^2\,e^{2i\varphi_{Hx}}+Z_{yy}H_{y0}^2\,e^{2i\varphi_{Hy}}}{H_{x0}^2+H_{y0}^2}+\frac{(Z_{xy}+Z_{yx})\,H_{x0}H_{y0}\,e^{i(\varphi_{Hx}+\varphi_{Hy})}}{H_{x0}^2+H_{y0}^2}=$$

$$=\frac{Z_{xx}\,e^{2i\varphi_{Hx}}+Z_{yy}\,e^{2i\varphi_{Hy}}\,|P|^2}{1+|P|^2}+\frac{(Z_{xy}+Z_{yx})\,e^{2i\varphi_{Hx}}P}{1+|P|^2}=$$

$$=Z_{xx}\,e^{2i\varphi_{Hx}}\,\frac{1}{1+|P|^2}+Z_{yy}\,e^{2i\varphi_{Hy}}\,\frac{|P|^2}{1+|P|^2}+(Z_{xy}+Z_{yx})\,e^{2i\varphi_{Hx}}\,\frac{P}{1+|P|^2}.$$

Далее разобьем это выражение на две части:

$$1)\;Z_{xx}\,e^{2i\varphi_{Hx}}\,\frac{1}{1+|P|^2}+Z_{yy}\,e^{2i\varphi_{Hy}}\,\frac{|P|^2}{1+|P|^2}=$$

$$=Z_{xx}\,e^{2i\varphi_{Hx}}\,\frac{\cos2\mu+\cos2\alpha}{2\cos2\mu}+Z_{yy}\,e^{2i\varphi_{Hy}}\,\frac{\cos2\mu-\cos2\alpha}{2\cos2\mu}=$$

$$= \frac{1}{2\cos 2\mu} (Z_{xx} e^{2i\varphi_{Hx}} \cos 2\mu + Z_{xx} e^{2i\varphi_{Hx}} \cos 2\alpha + Z_{yy} e^{2i\varphi_{Hy}} \cos 2\mu - Z_{yy} e^{2i\varphi_{Hy}} \cos 2\alpha) =$$

$$= \frac{1}{2\cos 2\mu} (Z_{xx} e^{2i\varphi_{Hx}} + Z_{yy} e^{2i\varphi_{Hy}}) \cos 2\mu + (Z_{xx} e^{2i\varphi_{Hx}} - Z_{yy} e^{2i\varphi_{Hy}}) \cos 2\alpha =$$

$$= \frac{(Z_{xx} e^{2i\varphi_{Hx}} + Z_{yy} e^{2i\varphi_{Hy}})}{2} + \frac{(Z_{xx} e^{2i\varphi_{Hx}} - Z_{yy} e^{2i\varphi_{Hy}})}{2} \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\mu} =$$

$$= Z_2(\varphi_{x,y}) + Z_4(\varphi_{x,y}) \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\mu};$$

$$2)\ (Z_{xy} + Z_{yx}) e^{2i\varphi_{Hx}} \frac{P}{1+|P|^2} = (Z_{xy} + Z_{yx}) e^{2i\varphi_{Hx}} \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\mu}{2\cos 2\mu} =$$

$$= Z_3(\varphi_x)\,\mathrm{tg}\,2\alpha + Z_3(\varphi_x) \frac{\sin 2\mu}{\cos 2\mu}.$$

Учитывая выражения для нормированных параметров Стокса, напишем форму зависимости дополнительного скалярного импеданса от составляющих азимута магнитного поля — величин α и μ:

$$\xi^* = Z_2(\varphi_{x,y}) + Z_4(\varphi_{x,y}) \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\mu} + Z_3(\varphi_x)\,\mathrm{tg}\,2\alpha + Z_3(\varphi_x) \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\mu},$$

или, через параметры Стокса (2):

$$\xi^* = Z_2(\varphi_{x,y}) + Z_4(\varphi_{x,y}) \frac{S1}{S0} + Z_3(\varphi_x) \frac{S2}{S0} + iZ_3(\varphi_x) \frac{S3}{S0}.$$

Очевидно, дополнительный импеданс ξ^* зависит не только от азимута магнитного поля и компонент тензора импеданса, как основной импеданс ζ. Он определяется также фазами составляющих по осям магнитного поля, что подчеркивает его иную относительно ζ физическую наполненность.

Заключение. Полученные зависимости скалярных параметров импедансного типа, возможно, позволят более адекватно интерпретировать проводимые в дальнейшем модельные исследования МТ-данных. И хотя применение скалярных импедансов в общем виде подразумевает отказ от модели "среда — поле", которая используется для методики тензора импеданса, хотелось бы показать в дальнейшем, что тензорное описание МТ-поля при определенных условиях входит составной частью в импедансное описание [Aboul-Atta, Boerner, 1975].

Список литературы

Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики // Научный мир. — 2009. — 680 с.

Причепий Т.И. О возможности использования параметров Стокса при формализации некоторых задач магнитотеллурики // Геофиз. журн. — 2008. — **30**, № 6. — С. 93—112.

Причепий Т.И. Скалярные импедансы как функции линейной поляризации магнитного поля //

Геофиз. журн. — 2010. — **32**, № 3 — С. 93—105.

Четаев Д. Н. Дирекционный анализ магнитотеллурических наблюдений. — Москва: Наука, 1985. — 228 с.

Шуман В. Н. Точные поверхностные условия импедансного типа в обратных задачах магнитотеллурического и магнитовариационного зондирования // Геофиз. журн. — 2004. — **26**, № 5. — С. 39— 49.

Шуман В. Н. Методы и модели электромагнитных зондирующих систем: состояние, ограничения и новые возможности // Геофиз. журн. — 2006. — **28**, № 1. — С. 17—30.

Шуман В.Н. Прикладная геоэлектродинамика и магнитотеллурический эксперимент // Геофиз. журн. — 2007. — **29**, № 1. — С. 22—44.

Aboul-Atta O. A., Boerner W. M. Vectorial Impedance Identity for the Natural Dependence of Harmonic Fields on Closed Boundaries // Canadian. Phys. — 1975. — **53**, № 15. — P. 1404—1407.