УДК 622.245.5

Теоретические основы гидродинамической томографии

© *А. И. Кобрунов, 2015*

Ухтинский государственный технический университет,
Ухта, Республика Коми, Россия
Поступила 8 декабря 2014 г.
Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко

Розглянуто задачу прогнозу просторового розподілу ефективного фільтраційного опору проникного пласта на засадах принципів томографії. Розроблено теоретичні основи гідродинамічної томографії, що ґрунтуються на даних гідродинамічного прослуховування та аналізі динаміки реперної точки кривої відновлення тиску. Сконструйовано обчислювальні схеми, що реалізують алгоритм розв'язування прямої задачі для розрахунку інтервальних часів руху реперної точки в системі свердловин для заданого розподілу коефіцієнта п'єзопровідності, як завдання мінімізації часу руху вздовж променів. Створено алгоритм розв'язування оберненої задачі на основі принципу алгебричної томографії. Вихідні дані для реалізації алгоритму гідродинамічної томографії крім прямого експерименту можуть бути синтезовані з моделі роботи родовища, навченої на історії його розробки.

Ключові слова: фільтраційний опір, коефіцієнт п'єзопровідності, реперна точка, рівняння інтервального часу, гідродинамічна томографія, пряма задача, алгебрична томографія, регуляризація, модель роботи родовища, історія розробки.

Введение. В процессе разработки месторождений углеводородов происходит изменение фильтрационных характеристик продуктивного пласта, что ведет к возникновению зон пониженной проводимости движения водонефтегазовых смесей вплоть до полного купирования гидропроводности (проводимости для газовых месторождений) и, как следствие,снижению дебита добывающих скважин. Для выполнения технических мероприятий по восстановлению дебита выполняется либо циклическое воздействие на пласт и направленное изменение фильтрационных потоков, либо очаговое и избирательное воздействие на разрабатываемые объекты [Росляк, 2007]. Выполнение этих и подобных им мероприятий требует информации о пространственной локализации зон аномально пониженной гидропроводности, расположенных в межскважинном пространстве.

Мониторинг динамики проницаемости пласта коллектора выполняется методами гидродинамического контроля, в частности гидропрослушивания [Чодри, 2011], путем нагнетания давления и последующего анализа характера его восстановления в локальной окрестности пласта с последующей интерполяцией результата такого исследования по всем скважинам в межскважинное пространство. В процессе интерполяции дополнительно используется имеющая геолого-геофизическая информация [Пат. № 2092691 РФ, 1997], выполняется анализ матрицы корреляций между данными объемов закачки воды и дебитов нефти и воды [Пат. № 2229020 РФ, 2002], закачки индикатора в нагнетательную скважину с последующим анализом траектории движения индикатора и оценки времени его движения [Пат. № 2298647 РФ, 2007]. Этот путь и его аналоги не позволяют выявить локальные пространственные нарушения проницаемости пласта в межскважинной области, поскольку в используемых исходных данных отсутствует информация о характере проницаемости во внутренней межскважинной зоне пласта в пределах месторождения, достаточная для однозначного нахождения пространственного распределения коэффициента проницаемости.

Наиболее последовательным принципом реконструкции фильтрационных характеристик пласта по результатам наблюдений за системой (закачка — дебит по всей совокупности скважин) служит принцип подбора параметров фильтрационной модели на основании моделирования фильтрационных потоков [Басниев и др., 2006; Каневская, 2003]. Подобные вычислительные технологии, реализующие наиболее общие модели фильтрации, требуют использования многопроцессорных вычислительных систем с распараллеливанием вычислений [Богачев, 2012]. Однако эта и подобные им технологии, позволяя в достаточно общем виде эффективно решать прямую задачу — моделировать фильтрационные потоки в самых общих предположениях о параметрах среды и движущейся смеси, имеют малые возможности для подбора фильтрационной модели с целью нахождения ее параметров по наблюдаемым данным (дебит — закачка). Она по своему духу относится к обратным геофизическим задачам и требует специализированных подходов для своего решения. Они должны ориентироваться на построении изображения локальных неоднородностей относительно аномальных фильтрационных характеристик пласта, обеспечивающих их обнаружение и пространственную локализацию, возможно и в ущерб точности оценки величины фильтрационного сопротивления.

Формулировка принципов. Пусть S — проекция на дневную поверхность исследуемого проницаемого пласта, в пределах которой расположена сеть из N скважин с координатами $\xi_i = \{x_i, y_i\} \in S$, $i = 1 \div N$. Произвольная координата этой площади обозначается ξ. Пусть, далее, в скважину с номером i производится закачка жидкости с постоянным дебитом (депрессия). Отклик на нее в скважине ξ_j связан с процессом распространения давления в пласте и регистрируется в форме кривых изменения (восстановления, стабилизации) давления [Ипатов, Кременецкий, 2010]. В каждой точке пространства происходит изменение давления от начального до некоторого предельного (асимптотического), связанного с давлением — депрессией на пласт. Выделим некоторую характерную реперную точку на кривой изменения давления (далее просто реперная точка) и проследим время ее движения от скважины с номером i к скважине с номером j. Это время обозначим $\tau(\xi_j, \xi_j)$. В качестве такой точки далее рассмотрим точку перегиба кривой восстановления давления, что впервые было предложено В. Н. Щелкачевым [Щелкачев, 1995]. Необходимость введения реперной точки для регистрации времени распространения «сигнала» от одной скважины к другой связано с отсутствием фронта давлений для уравнений параболического типа, к числу которых относится и уравнение фильтрации. Введение реперной точки позволяет вводить понятия о ее движении и кинематических характеристиках такого движения. К ним относятся поверхности равных времен $\psi(\xi_i, \xi, t)$, которые образуются как геометрическое место точек ξ, для которых время прихода реперной точки одно и то же; поля времен, определяющие распределение в пространстве времен прихода реперной точки в точку с координатами $\xi \in S$; фронт как движущиеся поверхности, образованные положением первых времен достижения реперной точкой точки ξ в изучаемом пласте; градиент поля времен, определяющий вектор проводимости (обратной скорости); «лучи» как траектории движения $L(\xi_i, \xi)$, касательные к которым в каждой точке есть скорости движения $V(\xi_i, \xi)$ фронта особых точек. Совокупность этих понятий позволяет пользоваться кинематическими моделями лучевой теории для приближенного описания процесса распространения депрессии в пространстве, что недоступно при рассмотрении параболических уравнений для фильтрации жидкости. В соответствии с такими принципами кинематики реперной точки кривой восстановления давлений время движения «сигнала» от скважины i к скважине j задано соотношением [Кобрунов, 2012]

$$\Delta\tau\left(\xi_i, \xi\right) = \int\limits_{L\left(\xi_i, \xi_j\right)} \frac{dl}{V\left(\xi_i, \xi_j\right)}, \tag{1}$$

которое представляет собой аналог интеграла Ферма для гидродинамического поля времен [Гурвич, Боганик, 1980; Гольдин, 1996], но со скоростью, зависящей от координаты ξ источника. Эта скорость движения реперной точки не является скоростью движения собственно флюида, которая как таковая в параболических уравнениях отсутствует вовсе, и связана с фильтрационным сопротивлением. Поэтому следует установить (что проделано далее) зависимость параметров фильтрационного сопротивления от скорости $V\left(\xi_i, \xi\right) = \left|V\left(\xi_i, \xi\right)\right|$.

Базовые соотношения. Ориентируясь на задачи обнаружения и локализации аномальных зон фильтрационного сопротивления (величина, обратная гидропроводности), следует руководствоваться эффективными моделями, пренебрегая деталями многофазной вязкопластичной фильтрации с учетом фазовых переходов. Наиболее проработанной из таких моделей служит модель В. Н. Щелкачева [Щелкачев, 1995], допускающая адаптацию к томографической постановке задачи гидропрослушивания пластов [Кобрунов, 2012; 2013а,б] и основанная на использовании коэффициента пьезопроводности

$$\kappa = \frac{k}{\mu\beta^*}\left[\frac{L^2}{T}\right],$$

где β^* — коэффициент упругоемкости пласта, определяющий изменение упругого запаса жидкости dV_g в объеме $V_0: dV_g=\beta^* V_0\, dp$ под действием давления dp; k — проницаемость; μ — вязкость. Она приводит к дифференциальному уравнению относительно давлений:

$$\operatorname{div}\left[\kappa(\mathbf{x})\left(\operatorname{grad} p\left(t,\mathbf{x}\right)\right)\right]=\frac{\partial p\left(t,\mathbf{x}\right)}{\partial t}, \qquad (2)$$

где $p(t, \mathbf{x})$ — распределение давления в пласте, изменяющееся со временем t. Однако эта модель не учитывает многих реальных факторов, таких, например, как зависимости проницаемости k от давления [Шейдеггер, 2008]. Тем не менее, она отражает поведение удельного фильтрационного сопротивления μ/k с учетом сжимаемости, выраженной в коэффициенте упругоемкости, и вполне пригодна для приближенного описания поведения кривых изменения давлений в пласте.

Предположим, что $k(\mathbf{x})$=const. Тогда уравнение (2) трансформируется в прямоугольной декартовой системе координат:

$$\Delta p\left(t,\mathbf{x}\right)=\frac{1}{\kappa}\frac{\partial p\left(t,\mathbf{x}\right)}{\partial t}. \qquad (3)$$

В цилиндрической системе координат для $p(r, \Theta, z)$ это же уравнение имеет вид

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\Theta^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}, \qquad (4)$$

где

$$r=\sqrt{x^2+y^2}\ ;\ \Theta=\operatorname{arctg} y/x\ ;$$

$$z=r\cos(\Theta)\ ;\ \ y=r\sin(\Theta)\ .$$

В сферической системе координат для $\varphi(r, \Theta, \chi)$ соответственно

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\chi^2}+\frac{\operatorname{ctg}\chi}{r^2}\frac{\partial}{\partial\chi}, \qquad (5)$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}\ ;\quad \Theta=\operatorname{arctg} y/x\ ;\quad \chi=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2+y^2}\Big/z\ ;$$

$$x=r\cos(\Theta)\sin(\chi)\ ;\ \ y=r\sin(\Theta)\sin(\chi)\ ;\ \ z=r\cos(\chi)\,.$$

Фундаментальным решением для уравнения (3) служит функция Грина [Бутковский, 1979], которая имеет вид

$$G\left(t,\mathbf{x}\right)=\frac{1}{\left(2\sqrt{\kappa\pi t}\right)^3}\exp\left[-\frac{r^2}{4\kappa t}\right]. \qquad (6)$$

Здесь, как обычно,

$$r^2=\left|\mathbf{x}\right|^2=x^2+y^2+z^2\ .$$

Фундаментальное решение (6) характеризует распределение давления в бесконечном пласте, если в начале координат в нулевое время сработал импульсный источник, выбросивший единицу давления. В том случае, если источник работал некоторое время s с постоянным дебитом, равным единице, распределение давления в пространстве вычисляется по правилу

$$p\left(s,t,\mathbf{x}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{4\kappa\pi}\right)^3}\int_0^s\frac{\exp\left[-\frac{\left|\mathbf{x}\right|^2}{4\kappa t(t-\tau)}\right]}{\left(t-\tau\right)^{3/2}}d\tau\,. \qquad (7)$$

В связи с тем, что интерес представляет лишь проекция на S движений особой точки, можно считать пласт достаточно большим и пренебречь влиянием его кровли и подошвы, замедляющих движение, считая, что наблюдаемая реперная точка имеет максимальную скорость движения в центре пласта.

Рассмотрим три вида движений: прямолинейный горизонтальный поток, описываемый одномерным уравнением в декартовой системе координат:

$$\frac{\partial^2}{x^2}p\left(t,x\right)=\frac{1}{\kappa}\frac{\partial p\left(t,x\right)}{\partial t}, \qquad (8)$$

которому соответствует функция Грина:

$$p\left(t,x\right)=\frac{1}{\sqrt{t}}\exp\left[-\frac{x^2}{4\kappa t}\right], \qquad (9)$$

плоскорадиальное осесимметричное движение относительно вертикальной координаты, которое соответствует одномерному уравнению в цилиндрической системы координат:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}p\left(t,r\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}p\left(t,r\right)=\frac{1}{\kappa}\frac{\partial p\left(t,r\right)}{\partial t}, \qquad (10)$$

которому соответствует функция Грина:

$$p\left(t,r\right)=\frac{1}{t}\exp\left[-\frac{r^2}{4\kappa t}\right], \qquad (11)$$

сферически радиальное движение, соответствующее одномерному уравнению в сферической системе координат:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}p\left(t,r\right)+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}p\left(t,r\right)=\frac{1}{\kappa}\frac{\partial p\left(t,r\right)}{\partial t}, \qquad (12)$$

которому соответствует функция Грина:

$$\varphi\left(t,r\right)=\frac{1}{t\sqrt{t}}\exp\left[-\frac{r^2}{4\kappa t}\right]. \qquad (13)$$

Все эти решения записываются в единой форме:

$$p(t,r)=\frac{1}{t^{\frac{n}{2}}}\exp\left[-\frac{r^2}{4\kappa t}\right], \qquad (14)$$

где n=1; 2; 3 соответственно для одномерного (9) (в этом случае r=x), двумерного (11) и трехмерного (13) движений. Дифференцируя (14) дважды по r и приравнивая результат нулю, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 p(t,r)}{\partial r^2}=\frac{1}{2\kappa}\left(\frac{r^2}{2\kappa t}-1\right)t^{-\frac{3+n}{2}}\exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right)=0\,. \qquad (15)$$

Это дает связь временной и пространственной координат r_e реперной точки — точки перегиба кривой восстановления давления в каждой точке:

$$r_e=\sqrt{2\kappa t}\,. \qquad (16)$$

Для случая источника с постоянным дебитом, расположенного в начале координат и действующего на протяжении времени t, уравнения плоскопараллельного, плоскорадиального и сферически симметричного потоков примут вид

$$p(t,r)=\int_0^t\frac{1}{(t-\tau)^{\frac{n}{2}}}\exp\left[-\frac{r^2}{4\kappa t(t-\tau)}\right]d\tau\,. \qquad (17)$$

Вычисляя вторую производную от $p(t,\ r)$ по t и приравнивая результат нулю, получим уравнение [Щелкачев, 1995] для точки перегиба: $t=r^2/2\kappa n$, что приводит к уравнению для скорости ее перемещения:

$$V(r)=\frac{\partial r}{\partial t}=\frac{\partial\sqrt{2\kappa tn}}{\partial t}=\frac{2\kappa n}{2\sqrt{2\kappa tn}}=\frac{\kappa n}{r}\,. \qquad (18)$$

Таким образом, уравнение (18) выявляет два обстоятельства. Во-первых, скорость движения реперной точки зависит от начальной точки движения ξ_i только согласно длине пройденного пути r, а во-вторых, с точностью до множителя (размерности пространства, который отсутствует в кривой восстановления импульсного давления) она выражается через коэффициент пьезопроводности. В этом случае аналог интегрального уравнения для поля времен (1) преобразуется так:

$$\Delta\tau(\xi_i,\xi)\ =\int_{L(\xi_i,\xi)}\frac{l(\xi)dl}{n\kappa(\xi)}\,, \qquad (19)$$

и его следует рассматривать как уравнение для эффективного параметра — коэффициента пьезопроводности. Из уравнения (18), привлекая рассуждения, традиционные для лучевой теории, можно заключить, что траектория и интервальное время $\Delta\tau(\xi_i,\ \xi)$ удовлетворяют принципу Ферма:

$$\Delta\tau(\xi_i,\xi)=\min_{L(\xi_i,\xi)}\int_{L(\xi_i,\xi)}\frac{l(\xi)dl}{n\kappa(\xi)}\,, \qquad (20)$$

которое является основой для решения прямой задачи — расчета интервальных времен $\Delta\tau(\xi_i,\ \xi)$ по заданному распределению коэффициента эффективной пьезопроводности $k(\xi)$. Использование методов минимизации в форме принципов оптимальности позволяет найти «лучи» $L(\xi_i,\ \xi)$, вдоль которых реализуется движение реперной точки, и интервальное время, соответствующее этому движению. Набор данных $\Delta\tau(\xi_i,\ \xi)$ для всех i, j позволяет ставить задачу решения интегрального уравнения (1) методом алгебраической томографии [Терещенко, 2004].

Алгоритм гидродинамической томографии. Впервые задача нахождения коэффициента пьезопроводности пласта по результатам анализа кривой восстановления давления между двумя скважинами была сформулирована Б. С. Харченко в 1957 г. и далее развивалась Г. И. Баренблатом, В. М. Енотовым и В. М. Рыжиком в 1984 г. [Щелкачев, 1995]. В этих работах разрабатывалась методика обработки измерений в регистрирующей скважине под влиянием нагрузок в закачивающей скважине. Определялось одно усредненное числовое значение, характеризующее величину коэффициента пьезопроводности для всего участка между скважинами. Соотношения (18) и (19) позволяют реализовать алгоритм реконструкции коэффициента пьезопроводности $\kappa(\xi)$ по системе данных $\Delta\tau(\xi_i,\ \xi)$, полученных в результате прослушивания всех доступных для гидропрослушивания пар скважин в точках $(\xi_i,\ \xi_j)$. Рассматриваемый ниже алгоритм отражает принципиальные шаги вычислений, но конечная реализация включает в себя технические детали, не имеющие принципиального характера.

Пусть измерение интервального времени $\tau(\xi_i,\ \xi_j)$ выполнено для M пар $(\xi_i,\ \xi_j)$, которые пронумеруем индексом m : $\tau(\xi_i,\ \xi_j)=\tau(m)$. Пусть задано нулевое приближение $\kappa^0(\xi),\xi\in S$, для которого рассчитано соответствующее $\tau^0=\{\tau^0(m),\ m=1\div M\}$, исходя из принципа (19), где для определенности положено d=3. Алгоритм перехода от нулевого приближения к первому и далее опишем как алгоритм перехода от приближения κ^n к приближению κ^{n+1}, в котором $\lim\limits_{n\to\infty}\kappa^n(\xi)=\kappa(\xi)$ и $L^n(\xi_i,\xi_j)$ — траектории лучей в (18), найденные в результате решения задачи (19) с конкретно заданным коэффициентом пьезопроводности $\kappa^n(\xi)$. Алгоритм состоит из следующих этапов.

Предварительный — выбор системы координат $\{L, \psi\}$ для аппроксимации распределения коэффициента пьезопроводности. Этот шаг может быть реализован априорно с помощью хорошо известного метода конечных элементов [Марчук и др., 1987]. Другой подход основан на выборе сеточной конструкции, адаптированной под ожидаемое расположение лучей и фронтов движения реперных точек. Для модели распределения коэффициента пьезопроводности, принятой в качестве нулевого приближения $\kappa^0(\xi)$, $\xi\in S$, рассчитывается семейство «лучей» движения реперной точки $L^0\left[\xi_i, m(\xi_i)\right]$, исходящих из точек ξ_j и заканчивающихся в точках ξ_j из m. Число этих лучей $m(\xi_j)$. Далее для каждого набора $L^0\left[\xi_i, m\left(\xi_i\right)\right]$ строится семейство ортогональных им линий $\psi\left[s,\xi_i, m\left(\xi_i\right)\right]$, образующих «линии фронта» движения реперной точки, где s — время движения вдоль луча, общее для всех точек фронта. Число этих линий выбирается таким образом, чтобы время s прихода луча во все скважины из числа $m(\xi_i)$ было отображено соответствующим фронтом $\psi\left[s,\xi_i, m\left(\xi_i\right)\right]$. Эти лучи и фронты образуют ортогональную локальную для ξ_i систему координат $\left\{L^0\left[\xi_i, m\left(\xi_i\right)\right], \psi\left[s,\xi_i, m\left(\xi_i\right)\right]\right\}$, узлы которой образуют естественную координатную систему для описания неоднородностей относительно процесса движения реперной точки, исходящей из ξ_i. Таких реперных систем всего N. Следует, руководствуясь этим множеством координатных систем, выбрать общую $\{L, \psi\}$ проекцию, на которую все $L^0\left[\xi_i, m(\xi_i)\right]$ и $\psi\left[s,\xi_i, m(\xi_i)\right]$ дадут удовлетворительные для аппроксимации результаты. Число узлов этой общей системы R будет существенно больше, чем число узлов подсистем $\left\{L^0\left[\xi_i, m(\xi_i)\right], \psi\left[s,\xi_i, m(\xi_i)\right]\right\}$. Эта система состоит из отрезков $\{\Delta l_i, \Delta\psi_j\}$.

Ш а г 1. Расчет семейства лучей $L^n(m)$, m=1÷M, и интервальных времен $\tau^n(m)$, m=1÷M. как решений задачи (19) с соответствующим распределением пьезопроводности $\kappa^n(\xi)$.

Ш а г 2. В предположении, что $L(m)\approx L^n(m)$, m=1÷M, вычисление

$$\Delta\tau^{n+1} = \left\{\Delta\tau^{n+1}(m) = \tau^n(m) - \tau(m)\right\} =$$

$$= \left\{ \int\limits_{L(m)} \frac{1(\xi)\left[\Delta\kappa^n\left(\xi\right)\right] d\xi}{3\left[\kappa^n\left(\xi\right)\right]^2} \right\}. \tag{21}$$

Здесь $\Delta\kappa^n(\xi)=\kappa(\xi)-\kappa^n(\xi)$. Очередное приближение к $\kappa(\xi)$ планируется находить по найденному $\Delta\kappa^n(\xi)$ согласно правилу $k^{n+1}=k^n+\Delta k^n$. Соотношение (20) следует из приближенной цепочки равенств, традиционной для методов сейсмической томографии:

$$\Delta\tau^{n+1}(m) = \int\limits_{L(m)} \frac{l(\xi)d\xi}{3\kappa^n(\xi)} - \int\limits_{L(m)} \frac{l(\xi)d\xi}{3\kappa(\xi)} \approx$$

$$\approx \int\limits_{L(m)} \frac{l(\xi)d\xi}{3\kappa^n(\xi)} - \int\limits_{L(m)} \frac{l(\xi)d\xi}{3\left[\kappa^n(\xi) + \Delta\kappa^n(\xi)\right]} =$$

$$= \int\limits_{L(m)} \frac{l(\xi)\left[\Delta\kappa^n(\xi)\right]d\xi}{3\left[\kappa^n(\xi) + \Delta\kappa^n(\xi)\right] \times \kappa^n(\xi)} \approx$$

$$\approx \int\limits_{L(m)} \frac{l(\xi)\left[\Delta\kappa^n(\xi)\right]d\xi}{3\left[\kappa^n(\xi)\right]}.$$

Ш а г 3. Сведение (20) к системе линейных алгебраических уравнений на основе сформированной системы координат $\{L, \psi\}$:

$$A\Delta\kappa^n = \Delta\tau^{n+1}, \tag{22}$$

где $\Delta\mathbf{\kappa}^n$ — R-мерный вектор значений $\Delta\mathbf{\kappa}^n$ в узлах сетки $\{L, \psi\}$;

$$A = \int\limits_{\Delta L(m)} \frac{l(\xi)\left[\Delta\kappa^n(\xi)\right]d\xi}{3\left[\kappa^n(\xi)\right]^2};$$

$\Delta L(m)$ — элементы проекции $L(m)$ на сетку $\{L, \psi\}$.

Ш а г 4. Регуляризация задачи (22) и нахождение приближенного устойчивого решения. Система (22) в реальных условиях оказывается вырожденной со всем комплексом проблем, следующих из этого обстоятельства (отсутствие решения для любого $\Delta\boldsymbol{\tau}^{n+1}$; практическая неустойчивость алгоритмов, реализующих поиск частного решения). В этой ситуации, следуя теории и методам, изложенным в работах [Кобрунов, 2013б; Кобрунов, Мухаметдинов, 2013], задачу (22) трансформируем к имеющей единственное решение:

$$\Delta\mathbf{\kappa}^n = \mathbf{q}A^*\varphi, \ \left\| A\mathbf{q}A^*\varphi - \Delta\boldsymbol{\tau}^{n+1} \right\| \to \min,$$

$$\Omega[\varphi] \le \varepsilon. \tag{23}$$

Вектор $\mathbf{q}$ в (23) имеет смысл покомпонентной оценки погрешности для искомого вектора $\Delta\mathbf{\kappa}^n$; $\Omega[\varphi]$ — стабилизирующий функционал, обеспечивающий устойчивость решения задачи с уровнем устойчивости, регулируемым параметром регуляризации ε. Способ выбора этого параметра традиционен для методов решения некорректных задач [Иванов и др., 1978; Тихонов, Арсенин, 1974].

Ш а г 5. Оценка величины приращения $\Delta\mathbf{\kappa}^n$, динамики этой величины, числа выполненных шагов и принятие решения о продолжении процесса вычислений. При положительном решении $\Delta\mathbf{\kappa}^{n+1}=\mathbf{\kappa}^n$; $n+1$ и повторение процесса вычислений с шага 1.

Заключение. Проведенные тестовые испытания алгоритма, узловые черты которого изложены выше, показали его применимость для решения задачи прогноза зон аномального фильтрационного сопротивления пласта в межскважинной области [Кобрунов и др., 2013]. Тем не менее практическое применение метода ограничено технологической сложностью процесса получения исходных данных. Эта сложность происходит из-за необходимости для получения значений интервальных времен $\tau(m)$, нарушения штатного режима работы месторождения и перевода его в режим, подчиненный получению экспериментальных данных, что влечет за собой нарушение технологического цикла разработки и экономические потери. Между тем та же информация скрыта в данных постоянно действующего мониторинга за добычей — закачкой в скважины залежи в процессе эксплуатации месторождений. Возникает возможность получения данных об интервальных временах, минуя прямую экспериментальную стадию, синтезируя их из моделей процесса разработки, построение которых весьма распространено [Kim et al., 2012; Краснов и др., 2012; Кобрунов, Мухаметдинов, 2013].

Модель дебита $Q_0(t, i)$ в i-й скважине складывается из: динамики дебита $Q_1(t, i)$ в скважине, не подверженной влиянию других скважин; влияния окружающих нагнетательных скважин $Q_2(t, i)$; влияния отбора продукта в соседних добывающих скважинах $Q_3(t, i)$. Конструируемая модель $Q_0(t, i)=A[V(i, t), \beta, \alpha_{\text{int}}, \alpha_{\text{out}}\gamma, V]$ включает в себя параметры: $V=V_{ij}$ — скорость перемещения флюида от скважины j к скважине i, $\{\alpha_{\text{int}}, \alpha_{\text{out}}\}$ — коэффициенты затухания отрицательного и положительного напора; $\gamma=\{\gamma_{ij}\}$, $\beta=\{\beta_{ij}\}$ — весовые коэффициенты, характеризующие влияние каждой из добывающих и нагнетательных скважин; $\mathbf{V}(t)$ — вектор, i-я компонента которого характеризует затухание дебита соответствующей скважины. История разработки формируется как данные $\overline{Q}_0(t,i)$ суммарного дебита в каждой из скважин, и параметры модели должны быть подобраны из условия минимума невязки между $\overline{Q}_0(t,i)$ и $Q_0(t,i)$. Если невязка определена как функционал $J[Q_0(t,i),\overline{Q}_0(t,i)]$, то задача подбора параметров, входящих в модель для $Q_0(t,i)$, сводится к задаче

$$J\left\{\overline{Q}_0(t,i); A\left[V(i,t),\beta,\alpha_{\text{int}},\alpha_{out}\gamma,V\right]\right\}\to\min. \quad (24)$$

Для решения задачи (23) следует воспользоваться технологией приближенной устойчивой минимизации с использованием части данных так, чтобы по оставшейся части можно было проконтролировать точность результата моделирования. Далее осуществляется имитация на построенной модели депрессий на пласт и моделирование времен прихода отклика на эту депрессию, результаты которой оформляются в виде данных об интервальных временах движения реперной точки кривой восстановления давления, служащих входными для алгоритма гидродинамического моделирования.

Существуют и иные — чисто эвристические подходы к конструированию моделей залежи, основанные, например, на нейросетевых технологиях. Однако эта тема выходит за рамки задач настоящей статьи и будет рассмотрена отдельно. Следует лишь заметить, что замена натурных измерений значения интервальных времен их синтезированными значениями по предварительно построенной модели должна опираться на тот временной интервал мониторинга, который характеризуется экспериментально наблюдаемыми понижениями дебита добывающих скважин. Синтезированные данные будут усредненными значениями за весь интервал времени наблюдения, и следует обеспечить тщательный их отбор.

Автор выражает искреннюю признательность своим ученикам — А. Н. Дорогобед и С. А. Куделину, которые выполнили реализацию, тестовую отладку алгоритмов и моделирование, доказав их работоспособность и эффективность.

Список литературы

Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Каневская Р. Д., Максимов В. М. Подземная гидромеханика. Москва; Ижевск: Изд. Ин-та компьютер. исследований, 2006. 487 с.

Богачев К. Ю. Эффективное решение задач фильтрации вязкой сжимаемой многофазной многокомпонентной смеси на параллельных ЭВМ: Дис. … д-ра физ.-мат. наук. Москва, 2012. 201 с.

Бутковский А. Г. Характеристика систем с распределенными параметрами. Москва: Наука, 1979. 219 с.

Гольдин С. В. К теории лучевой сейсмической томографии. Ч. I: Преобразование Радона в полосе и его обращение. *Геология и геофизика*. 1996. Т. 37. № 5. С. 3—18.

Гурвич И. И., Боганик Г. Н. Сейсмическая разведка. Москва: Недра, 1980. 1680 с.

Иванов В. К., Васин В. В., Танана В. П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. Москва: Наука, 1978. 206 с.

Ипатов А. И., Кременецкий М. И. Геофизический и гидродинамический контроль разработки месторождений углеводородов. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. 780 с.

Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. Москва; Ижевск: Изд. Ин-та компьютер. исследований, 2003. 129 с.

Кобрунов А. И. Кинематика фильтрационных течений и ее приложения для решения обратных задач гидропрослушивания. *Изв. Коми научного центра УрО РАН*. 2013а. Вып. 4(16). С. 73—79.

Кобрунов А. И. Математическая модель томографии на давлениях при контроле за разработкой нефтяных месторождений. *Изв. Коми научного центра Уро РАН*. 2012. Вып 4(12). С. 82—86.

Кобрунов А. И. Математические модели системного анализа в прикладной геофизике. LAP LAMBERT. Saarbrcken, Deutchland: Academic Publ., 2013б. 400 с.

Кобрунов А. И., Мухаметдинов С. В. Математические модели оценки связности скважин. *Рассохинские чтения (Ухта, 8—9 февраля 2013 г.): Материалы междунар. семинара*. Ч. 1. Ухта: УГТУ, 2013. С. 210—213.

Кобрунов А. И., Куделин С. Г., Дрогобед А. Н. Развитие методов гидродинамической томографии. *Рассохинские чтения (Ухта, 8—9 февраля 2013 г.): Материалы междунар. семинара.* Ч. 1. Ухта: УГТУ, 2013. С. 221—224

Краснов В. А., Иванов В. А., Хасанов М. М. Помехоустойчивый метод оценки связности пласта по данным эксплуатации месторождений. SPE 1662053. Москва, 2012. С. 1—6.

Марчук Г. И., Дымников В. П., Залесный В. Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1987. 296 с.

Пат. 2092691 РФ, МПК E21B047/00. Способ контроля фильтрационных потоков, формирующихся при разработке нефтяных месторождений со слоисто-неоднородными пластами. С. А. Кондаратцев, Р. К. Мухамедшин, М. М. Хасанов, И. Ф. Хатмуллин, Н. И. Хисамутдинов, Р. М. Галлеев. № 95101668/03; Заявл. 10.02.95; Опубл. 10.10.97.

Пат. 2229020 РФ, МПК E21B43/00. Способ выявления непроводящих элементов нефтяной залежи при ее эксплуатации. А. В. Шацкий, В. В. Колесов, И. М. Чуринова, Д. А. Шацкий. № 2002129342/032002129342/03; Заявл. 05.11.2002; Опубл. 20.05.2004.

Пат. 2298647 РФ, МПК E21B47/10. Способ исследования нефтяных пластов. А. В. Шацкий, В. В. Колесов, В. В. Денисов, Д. А. Шацкий, А. В. Бодрягин, С. В. Иванов. № 2005111998/03; Заявл. 22.04.2005; Опубл. 10.05.2007, Бюл. № 13. 6 с.

Росляк А. Т. Разработка нефтяных и газовых месторождений: учеб.-метод. пособие. Томск: Изд-во ТПУ, 2007. 66 с.

Терещенко С. А. Методы вычислительной томографии. Москва: Физматлит, 2004. 319 с.

Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1974. 142 с.

Чодри А. Н. Гидродинамические исследования нефтяных скважин. Москва: ООО «Премиум инжиниринг», 2011. 687 с.

Щелкачев В. Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации. Ч. 1. Москва: Нефть и газ, 1995. 586 с.

Шейдеггер А. Э. Физика течений жидкостей через пористые среды. Москва; Ижевск: Ин-т компьютер. исследований, 2008. 249 с.

Kim J. S., Lake L. W., Edgar T. F., 2012. Integrated Capacitance — Resistance Model for Characterizing Water flooded Reservoirs. Proceedings of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production, Norwegian University of Scienceand Technology, Trondheim, Norway, May 31 — June 1, 2012, P. 19—24.

A theory of hydrodynamic tomography

© A. I. Kobrunov, 2015

A problem of the forecast of spatial distribution of effective filtration resistance of permeable layer based on tomography principles is under consideration. Theoretical grounds of hydrodynamic tomography have been elaborated based on the data of hydrodynamic interception and analysis of dynamics of the fixed point on the curve of pressure renewal. Calculating schemes have been designed implementing the algorithm of solving a direct problem for calculation of interval travel time of the fixed point between the boreholes system for the specified distribution of piezoconductivity coefficient, as a problem of travel time minimization along the rays. Algorithm for solving the inverse problem based on the principle of algebraic tomography has been designed. Initial data for realization of hydrodynamic tomography algorithm can be synthesized in addition to direct experiment from the operation model of a deposit trained on its development history.

Key words: filtration resistance, pizoconductivity coefficient, fixed point, interval time equation, hydrodynamic tomography, direct problem, algebraic tomography, regularization, operation model of a deposit, development history.

References

Basniev K. S., Dmitriev N. M., Kanevskaya R. D., Maksimov V. M., 2006. Underground Hydromechanics. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science Publ., 487 p. (in Russian).

Bogachov K. Yu., 2012. Effective solution of filtration of viscous compressible multiphase multicomponent mixtures on parallel computers: Dr. phys. and math. sci. diss. Moscow, 201 p. (in Russian).

Butkovskiy A. G., 1979. Characteristics of systems with distributed parameters. Moscow: Nauka, 219 p. (in Russian).

Goldin S. V., 1996. On the theory of radiation of seismic tomography. Part I: The Radon transform in the band and its treatment. *Geologiya i geofizika* 37(5), 3—18 (in Russian).

Gurvich I. I., Boganik G. N., 1980. Seismic exploration. Moscow: Nedra, 1680 p. (in Russian).

Ivanov V. K., Vasin V. V., Tanana V. P., 1978. Theory of linear ill-posed problems and its applications. Moscow: Nauka, 206 p. (in Russian).

Ipatov A. I., Kremenetskiy M. I., 2010. Geophysical and hydrodynamic control of the development of hydrocarbon deposits. Москва; Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika», 780 p. (in Russian).

Kanevskaya R. D., 2003. Mathematical modeling of hydrodynamic processes of development of hydrocarbon deposits. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science Publ., 129 p. (in Russian).

Kobrunov A. I., 2013a. Kinematics of seepage flows and its applications for solving inverse problems Interference. *Izvestiya Komi nauchnogo tsentra UrO RAN* is. 4(16), 73—79 (in Russian).

Kobrunov A. I., 2012. Mathematical model tomography pressures in controlling the development of oil fields. *Izvestiya Komi nauchnogo tsentra UrO RAN* is. 4(12), 82—86 (in Russian).

Kobrunov A. I., 2013b. Mathematical models of systems analysis in applied geophysics. LAP LAMBERT. Saarbrcken, Deutchland: Academic Publ., 400 p. (in Russian).

Kobrunov A. I., Muhametdinov S. V., 2013. Mathematical models of evaluation of connectivity wells. Rassohinskie reading (Ukhta, 8—9 February 2013): Proc. of the Int. Seminar. Part 1. Ukhta: UGTU, P. 210—213 (in Russian).

Kobrunov A. I., Kudelin S. G., Drogobed A. N., 2013. Development of methods of hydrodynamic imaging. Rassohinskie reading (Ukhta, 8—9 February 2013): Proc. of the Int. Seminar. Part 1. Ukhta: UGTU, P. 221—224 (in Russian).

Krasnov V. A., Ivanov V. A., Khasanov M. M., 2012. Interference evaluation method according to the connectivity of the reservoir exploitation. SPE 1662053. Moscow. P. 1—6 (in Russian).

Marchuk G. I., Dymnikov V. P., Zalesny V. B., 1987. Mathematical models in geophysical fluid dynamics and numerical methods for their implementation. Leningrad: Gidrometeoizdat, 296 p. (in Russian).

Pat. 2092691 RF, IPC E21B047/00, 1997. A method for controlling seepage flows formed in the development of oil fields with layered strata. S. A. Kondarattsev, R. K. Muhamedshin, M. M. Khasanov, I. F. Hatmullin, N. I. Hisamutdinov, P. M. Galeev. № 95101668/03. Declared 10.02. 95. Published 10.10.97 (in Russian).

Pat. 2229020 RF, IPC E21V43/00, 2004. A method of detecting non-conductive elements of the oil reservoir at its operation. A. V. Shatskiy, V. V.Kolesov, I. M. Churinova, D. A. Shatskiy. № 2002129342/032002129342/03. Declared 05.11.2002. Published 20.05.2004 (in Russian).

Pat. 2298647 RF, IPC E21V47/10, 2005. Method study of oil reservoirs. A. V. Shatskiy, V. V. Kolesov, V. V. Denisov, D. A. Shatskiy, A. V. Bodryagin, S. V. Ivanov. № 2005111998/03. Declared 22.04.2005. Published 10.05.2007. Bull. № 13. 6 p. (in Russian).

Roslyak T. A., 2007. Development of oil and gas fields: study — method: posibie. Tomsk: TPU Publ., 66 p. (in Russian).

Tereshchenko S. A., 2004. Methods of computer tomography. Moscow: Fizmatlit, 319 p. (in Russian).

Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya., 1974. Methods for solving ill-posed problems. Moscow: Nauka, 142 p. (in Russian).

Chodri A. N., 2011. Hydrodynamic studies of oil. Moscow: Ltd. «Premium Engineering», 687 p. (in Russian).

Shchelkachev V. N., 1995. Fundamentals and Applications of the theory of unsteady filtration. Part 1. Moscow: Neft i Gaz, 586 p. (in Russian).

Sheydegger A. E., 2008. Physics of fluid flows through porous media. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science Publ., 249 p. (in Russian).

Kim J. S., Lake L. W., Edgar T. F., 2012. Integrated Capacitance — Resistance Model for Characterizing Water flooded Reservoirs. Proceedings of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production, Norwegian University of Scienceand Technology, Trondheim, Norway, May 31 — June 1, 2012, p. 19—24.