

Совместное использование различных методов решения обратных задач гравиразведки для повышения информативности результатов интерпретации

© П. И. Балк¹, А. С. Долгаль², Т. В. Балк¹, Л. А. Христенко², 2015

¹Берлин, Германия

²Горный институт Уральского отделения РАН, Пермь, Россия

Поступила 1 апреля 2015 г.

Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко

Запропоновано класифікацію типів інформації, яка може міститися в результатах розв'язку обернених задач граві- і магнітометрії. Стверджується, що з точки зору такої класифікації більшість відомих алгоритмів кількісної інтерпретації потенціальних полів по суті еквівалентні — жоден з них не може гарантувати вищу якість результатів розв'язку оберненої задачі. Доведено, що головною причиною такої еквівалентності є скалярні критерії попарного порівняння допустимих розв'язків оберненої задачі з метою вибору найкращого з них. Запропоновано кілька нових підходів до розв'язання обернених задач, що ґрунтуються на альтернативних математичних формах представлення результатів інтерпретації та орієнтовані на об'єктивізації можливостей геофізичних методів у конкретних умовах.

Ключові слова: гравірозвідка, магніторозвідка, обернена задача, монтажний метод, гарантований підхід, функція локалізації, джерело поля.

Введение. Объем и качество полезной информации об источниках гравитационной аномалии, которая объективно содержится в имеющихся данных (измерениях поля и косвенных априорных ограничениях на элементы структуры интерпретационной модели) и которую в принципе можно извлечь из этих данных, всецело зависят от уровня неопределенности, которая всегда сопутствует обратным задачам и находит выражение в существовании множества Q равноправных вариантов интерпретации. Ни один из известных алгоритмов решения обратных задач не может похвастаться универсальными способностями, которые позволили бы ему охватить всю полезную информацию об изучаемом распределении масс, да еще и взять ответственность за ее надежность; отдельные типы такой информации могут быть известны даже не всем геофизикам. Использование группы удачно подобранных, основанных на различных идеях извлечения информации и взаимодополняющих методов решения обратных задач, — характерный прием при интерпретации данных гравиразведки с целью повышения информативности ее результатов. Жесткие схемы комбинирования методов не устанавливаются; все определяется задачами интерпретации и особенностями априорной информации.

При всех различиях в сочетаниях опробованных на практике методов решения обратных задач гравиразведки речь почти всегда идет о схеме их *последовательного* применения, когда в отдельном звене цепочки из двух алгоритмов первый строит ограничения для другого. Метод, замыкающий цепочку, формирует окончательный вариант интерпретации. Совместное применение методов интерпретации по такой схеме уместно назвать их *комплексированием*. Сошлемся на собственный опыт. В работе [Долгаль, 1993] при моделировании глубокозалегающих интрузий, несущих медно-никелевое оруденение, используется трехэтапная схема: 1) исключение влияния известных геоплотностных границ (метод — решение прямой задачи гравиразведки); 2) построение геоплотностного разреза методом накопления и разрастания масс с попутным выделением и исключением регионального фона из наблюдаемого поля; 3) интерпретация остаточного поля с помощью монтажного метода В. Н. Страхова.

Возможен другой тип комплексирования, когда сразу группа (вспомогательных) методов работает на один (основной), завершающий процесс интерпретации. В качестве примера сошлемся на работу [Блох, 1984], в которой при интерпретации гравитационной аномалии от

изолированного объекта сразу три метода (метод аналитического продолжения поля в горизонтальный слой, метод полного нормированного градиента и интегральный метод оценки гармонических моментов масс) участвуют в подготовке нулевого приближения возмущающего объекта для метода автоматизированного подбора [Булах и др., 1976]. Для нас важно, что во всех известных схемах комплексирования интерпретация завершается построением одного (наилучшего) варианта решения обратной задачи в выбранном модельном классе M .

Теоретически более привлекательной выглядит технология комплексирования, в которой на последнем этапе используются несколько методов, каждый из которых работает автономно и вносит свой вклад в снижение уровня неопределенности. Проблема, однако, заключается в невозможности свести синтез решений, найденных по каждому из методов, к простому суммированию объемов информации, которые несут эти решения. В типичном случае такие объемы информации «пересекаются». И не так, что каждый парциальный объем информации поддерживает остальные, а все вместе они дают согласованное представление об источниках поля. Благодаря все той же неопределенности информация, полученная по совокупности разрозненных методов, будет во многом противоречива. Несмотря на это предостережение, нас заинтересовал именно тот случай, когда каждый метод берет ответственность за «свой» объем информации.

Концепция повышения информативности результатов интерпретации за счет *согласования* отдельных допустимых решений обратной задачи, построенных по различным методам, была озвучена сравнительно недавно, но успела получить статус методологической идеи фундаментального характера в теории интерпретации потенциальных полей [Страхов, 2000]. В этом случае речь также идет о результате интерпретации в терминах одного из допустимых модельных решений. В работах В. Н. Страхова идея согласования конечного числа допустимых решений в основном рассматривается в связке с идеей алгебраизации обратных задач, сводящихся к системам линейных алгебраических уравнений. В этом случае конструкция согласованного решения обратной задачи хотя бы имеет наглядное содержание. Но авторы статьи слабо представляют возможность создания гибридного решения нелинейной обратной задачи. Принципиальный прорыв в задаче комплексирования нуждается

в новых представлениях результатов математической интерпретации. Из пяти предлагаемых ниже методов лишь один базируется на обычных представлениях о результатах интерпретации. Заметим также, что идея согласования различных вариантов интерпретации изучаемого объекта (процесса) находит отклик и в других областях науки [Костомаров и др., 2011].

В настоящей статье проблему совместного использования различных методов решения обратных задач гравиразведки рассмотрим применительно к достаточно общей ситуации, когда в интерпретационном процессе четко просматриваются три этапа — *подготовительный*, *накопительный* и *заключительный*.

На *подготовительном* этапе могут быть задействованы любые вспомогательные методы не только количественной, но и качественной интерпретации. Цель первого этапа — создать объективные предпосылки для максимально возможного сужения множества Q допустимых решений S_j обратной задачи в выбранном модельном классе M . В дальнейшем при формализации множества Q предполагается брать помимо априорных ограничений, не действовавших на первом этапе, ограничения, которые были выработаны вспомогательными методами. Перечень последних, конечно же, не ограничивается упомянутыми тремя методами из работы Ю. И. Блоха. Отдельные методы, которые в одной постановке обратной задачи вступают в действие лишь на заключительном этапе, в другом случае могут использоваться уже на первом этапе.

На *заключительном* этапе было бы желательно работать со всем множеством Q , но на практике это возможно лишь в случае отдельных линейных обратных задач гравиразведки.

Цель *накопительного* этапа — построить репрезентативное семейство Q_0 приближенных решений обратной задачи, выступающее в качестве представителя всего множества Q . При формировании множества Q_0 «узаконенные» решения, за которыми стоят свои критерии оптимальности, не играют особой роли. Такие решения, обладающие некими экстремальными свойствами, не прописанными априорной информацией, ничем не лучше обычных, «рядовых» решений из Q . Да и много ли можно насчитать таких критериев (и, соответственно, «оптимальных» решений)? Основное значение на втором этапе приобретает алгоритм, позволяющий продуцировать в достаточно большом количестве (сотнями и тысячами) допустимые

решения обратной задачи. Но даже в случае сеточных классов M число допустимых вариантов интерпретации хотя и конечно, но все же чрезвычайно велико. Исчерпать хотя бы малую их толику проблематично. Многое зависит от возможности снабдить алгоритм управляющими параметрами, позволяющими находить «результативные» решения. Цель накопительного этапа состоит в том, чтобы построить множество Q_0 , элементы которого более или менее равномерно покрывали бы множество Q .

На завершающем этапе осуществляется собственно извлечение информации об источниках аномалии, содержащейся в Q_0 . Как связать отдельные типы полученной информации — дело интерпретатора. Но прежде важно избавиться от стереотипов и понять, что полезная информация отнюдь не ограничивается одним допустимым решением $S^{\text{opt}} \in Q$. Уже хотя бы потому, что ни одно решение по любому критерию оптимальности не может *гарантированно* превзойти по точности другое допустимое решение, построенное альтернативным, пусть даже математически несостоятельным алгоритмом [Балк, 2004]. Много раньше в работе [Балк, 1980] была сформулирована концепция, согласно которой единичные оценки параметров модели не являются единственно возможной математической формой представления результатов интерпретации гравитационных аномалий. Как оказалось, не обязательно выходить за рамки детерминистского подхода; новые типы полезной информации удается извлечь из решения определенных задач, которые в прежнее время однозначно считались прерогативой вероятностно-статистического подхода. Позже созвучные идеи высказывались и по отношению к обратным задачам, возникающим в других геофизических методах, — в магниторазведке [Зейгельман, 1983], геоэлектрике [Рокитянский, 1985], сейсморазведке [Тюленева и др., 1989].

Отправные положения. Новые концепции извлечения полезной информации из геофизических данных возникают не на пустом месте. Надо определиться, позиции какой из теорий решения обратных задач для нас являются определяющими. На обратные задачи гравиметрии претендует общая теория решения некорректных задач, для которой обратные задачи гравиразведки — одна из областей приложения, и (специализированная) теория интерпретации потенциальных полей, приобретшая современные очертания в главном благодаря теоретическим разработкам В. Н. Страхова,

В. И. Старостенко, Ф. М. Гольцмана, А. И. Кобрунова, А. А. Никитина, Ю. И. Блоха, Е. Г. Булаха. В них геофизическому аспекту проблемы отдается приоритет над математическим.

Обе теории имеют не так много точек соприкосновения, как может показаться на первый взгляд. Внедрение в методологию теории интерпретации потенциальных полей некоторых положений теории решения некорректных задач — без учета реалий геофизической практики — породило многочисленные противоречия. Сущность большинства из них один из авторов статьи постарался раскрыть в работах [Балк, 2013, 2014], а еще раньше назвал в качестве главного источника этих противоречий столкновение математических и геофизических интересов [Балк, 2000]. Неполное соответствие отдельных положений теории решения некорректных обратных задач реалиям геофизической практики не может расцениваться как их ошибочность. Просто обе теории решают *различные* задачи в своем «научном пространстве» со своими представлениями о ценностях результатов. Некоторые результаты, значимые для одной теории, могут оказаться не менее значимыми и для другой. Так, благодаря неоправданной (с геофизической точки зрения!) посылке о стремлении пометки измерений к нулю теория решения некорректных обратных задач смогла дать ответ на гносеологические вопросы принципиальной познаваемости реальности по ее косвенным проявлениям [Тихонов, 1999]. Использование условия гладкости искомого решения, обеспечивающее состоятельность алгоритмов решения обратных задач, является и одним из самых эффективных способов снижения априорной неопределенности при решении обратных задач геофизики [Старостенко, 1978]. Хотя, конечно, это не всегда достаточно для получения приемлемых результатов в конкретном случае интерпретации.

Геофизический взгляд на обратные задачи гравиразведки состоит в том, что в силу естественных ограничений на размеры и плотность возмущающих объектов множество допустимых решений Q изначально ограничено — случай *сколь угодно* больших ошибок приближенных решений обратных задач, побудивший к созданию теории некорректных задач, на практике просто невозможен. Прикладная теория исходит из того, что при дискретных измерениях гравитационного поля в любом функциональном пространстве нет единственности, которая является основным условием в

абстрактной теории обратных задач. Прикладной подход к проблематике обратных задач гравirazведки требует быть осмотрительным по отношению к любым предпосылкам, заведомо невыполнимым в действительности. Во всяком случае, оптимальность тех или иных выводов не должна быть завязана на посылки виртуального характера. При оценке разрешающих способностей алгоритма в конкретной обратной задаче недопустима апелляция к его свойствам, которые алгоритм мог бы проявить в условиях, выходящих за рамки рассматриваемой задачи. Если решение обратной задачи претендует на оптимальность, то она обязательно должна быть выражена в терминах содержательной информации об источниках возмущающих масс, которую в данном случае можно извлечь из этого решения. В противном случае будут возникать вопросы типа «в чем же заключается оптимальность по минимуму невязки, если монотонной зависимости точности решения от значения невязки не существует?».

Авторам статьи импонирует геофизический взгляд на проблематику совместного применения различных методов извлечения информации об источниках поля. Это нашло отражение в выборе тех типов информации и способов их получения, которые авторы собираются предложить для практического использования.

Согласно Клоду Шеннону, «информация — это снятая неопределенность наших знаний о предмете изучения». Знак равенства между понятиями «приближенное решение обратной задачи» и «извлеченная информация об объекте исследования» выглядит довольно сомнительным. Стоит задаться вопросом «в чем же, собственно, заключена эта информация», как это становится ясно. Под *достоверной* информацией, которую несет носитель S_j , принимаемый за решение обратной задачи, будем понимать тот его фрагмент $S_j^{(0)}$, который одновременно является фрагментом истинного носителя \hat{S} : $S_j^{(0)} = S_j \cap \hat{S}$. Мера $\mu(S_j^{(0)})$ общего фрагмента примем за *количество информации*, которую несет носитель S_j . Располагая только решением обратной задачи (каким бы свойством «оптимальности» он ни обладал!), невозможно не только указать часть пространства $S_j^{(0)}$, но и дать оценку ее меры $\mu(S_j^{(0)})$. Если так, то информацию $S_j^{(0)}$, содержащуюся в решении S_j , логично назвать *скрытой*. Пространственную область S_j/\hat{S} , позиционирующую себя как возможный фрагмент реального носителя, хотя таковым не является, назовем *ложной*

информацией и, напротив, фрагмент \hat{S}/S_j носителя \hat{S} , не нашедший места в приближенном решении S_j , — *потерянной* информацией. Поскольку выявить информацию этих обоих типов (и даже ее объем) невозможно по одному лишь единичному решению обратной задачи, то логично и ее дополнительно снабдить термином «скрытая».

Используя новую терминологию, можно сказать, что достаточный объем *скрытой достоверной* информации о возмущающем объекте и есть то главное, что ожидает геофизик от результатов интерпретации. Надежда на то, что в действительности так оно и есть, дает ему повод использовать эти результаты при решении геологической задачи. Что касается неопределенности, то никакую скрытую информацию известные методы решения обратных задач гравirazведки «рассекретить» не могут. Снять «гриф секретности» с отдельных видов полезной информации если и можно, то лишь по результатам совместного анализа всех допустимых решений $S_j \in Q$ или хотя бы тех из них, которые составляют множество Q_0 .

Монтажные алгоритмы для построения множества Q_0 . Предлагаемые методы завязаны на множество допустимых решений Q_0 . С учетом всех требований авторы находят, что наиболее подходящими для его построения являются монтажные алгоритмы, зарекомендовавшие себя на практике при поиске отдельных допустимых вариантов интерпретации в рамках концепции единичного оптимального решения обратной задачи. По ряду признаков их можно рассматривать как новую генерацию методов минимизации для решения обратных задач гравirazведки рудного типа. Главное преимущество монтажных алгоритмов — возможность совместного учета разнообразной априорной информации как геометрического, так и топологического характера об источниках аномалии. Современное прочтение концепции монтажных алгоритмов можно найти в ряде работ авторов, в частности [Балк и др., 2012б]. Для полноты изложения есть смысл привести самые необходимые сведения об этих алгоритмах.

Монтажные алгоритмы решения обратной задачи гравirazведки рудного типа рассчитаны на самый общий случай, когда аномалия гравитационного поля вызвана совокупностью однородных тел \hat{S}_k , $k = 1, 2, \dots, n$, произвольной геометрической формы с известными избыточными плотностями $\hat{\delta}_k > 0$ (в работе [Балк и

др., 2011] показано, что они применимы и для решения смешанной обратной задачи, когда точные значения плотности неизвестны. Пусть $T = \{\omega_\alpha\}$ — замощение области $D \subset \mathbf{R}^3$ конечными элементами ω_α (например, параллелепипедами) и модельным классом M источников служит система $\{\Omega_\beta\}$, элементы которой (их называют конфигурациями) суть объединения (в том числе многосвязные) конечного числа элементов $\omega_\alpha \in T$. Монтажный метод представляет итерационный процесс, на шаге i которого текущее приближение $\Omega_i^* = \{\Omega_{i,1}^*, \Omega_{i,2}^*, \dots, \Omega_{i,n}^*\}$ к искомому решению Ω^* образуется путем ряда несложных преобразований P , выполняемых с предшествующим приближением Ω_{i-1}^* . Характер правила P определяет структуру монтажного алгоритма. В методе регулируемой направленной кристаллизации [Страхов, Лапина, 1976] правило P имеет простой вид и предполагает, что переход от Ω_{i-1}^* к Ω_i^* осуществляется путем наращивания одного из парциальных носителей $\Omega_{i-1,k}^*$ на один элемент замощения ω_α . Адаптация монтажных методов к любой априорной информации не представляет труда: требуется, чтобы приближение Ω_i^* наследовало все априорные ограничения, которым удовлетворяет предшествующее приближение Ω_{i-1}^* . На итерационном шаге монтажного метода осуществляется перебор всех вариантов перехода от Ω_{i-1}^* к Ω_i^* , допустимых правилом P . Из пробных вариантов отбираются те, в которых носитель Ω_i^* наследует априорные ограничения, присущие носителю Ω_{i-1}^* . Факт наследования устанавливается путем прямой последовательной проверки свойств носителя Ω_i^* , что и обеспечивает монтажному методу возможность одновременного учета различных данных. Такой принцип структурирования итерационного процесса накладывает свой отпечаток на нулевое приближение Ω_0^* . Близость Ω_0^* к истинному решению Ω (ни по геометрии, ни по невязке) здесь не имеет того значения, которое придается начальному приближению в известных методах минимизации; важно, чтобы оно удовлетворяло максимально возможному числу априорных ограничений. Каждое из ограничений, которые не удается (или невыгодно) учесть в начальном приближении, найдет свое место в последующих приближениях, как только это в принципе станет возможно. Среди допустимых к сравнению вариантов перехода от Ω_{i-1}^* к Ω_i^* лучшим текущим приближением считается то, на котором достигается наименьшее значение невязки. Геофизически объяснимой особенностью

монтажных алгоритмов является перевод известных плотностей δ_k в свободные параметры. Выход подбираемых плотностей δ_k^* на истинные значения δ_k завершает итерационный процесс. Условие одновременного выхода текущих значений δ_k^* на истинные δ_k обеспечивается за счет того, что де-факто оптимизируемой является лишь плотность масс в одном парциальном носителе, тогда как остальные плотности связаны с оптимизируемой жесткими линейными зависимостями. По достигнутому значению невязки делается вывод о допустимости построенного носителя.

К настоящему времени монтажный подход прошел широкую апробацию на примерах (модельных и практических) средней сложности как в двухмерном, так и трехмерном вариантах. Пробные расчеты, выполненные в работе [Балк, Йеске, 2013], позволяют надеяться, что при мощности современных вычислительных средств монтажному алгоритму доступны (по временным затратам на его реализацию) и более сложные модели. Но есть еще не менее важный аспект проблемы. Монтажные алгоритмы, конечно же, не решают проблему глобального экстремума. К счастью, ни в одном из предложенных ниже методов, в которых рабочим инструментом (на *накопительном* этапе) используются монтажные алгоритмы, глобальный экстремум не востребуется. Необходимо лишь, чтобы алгоритм был в состоянии выйти (если это в принципе возможно) на значение невязки, не превосходящее предполагаемый уровень помех в измерениях гравитационного поля. До сих пор не было отмечено, чтобы алгоритмы не справлялись с этой задачей. Но как поведут они себя на более сложных моделях, пока неясно. Требуется более гибкий программный продукт, чем тот, которым располагают авторы. Если еще недавно в триаде <алгоритмическое обеспечение, программный продукт, мощность вычислительных средств> наиболее слабым звеном был последний элемент триады, то сейчас (в силу известных причин, сложившихся в отрасли) им является средний элемент.

Что касается управляющих параметров, о которых говорилось и которые должны обеспечивать поиск не просто допустимого, а *результативного* решения обратной задачи, то это требование проще всего заложить в начальное приближение Ω_0^* . В работе [Балк, Долгаль, 2015] описана одна из таких технологий. Каждый очередной допустимый носитель, который войдет в множество Ω_0 , содержит как минимум

один элемент замощения ω_a , не вошедший ни в один из до того построенных носителей. Это условие обеспечивается путем включения нужного элемента ω_a в начальное приближение Ω_0^* без права изъятия его на всех последующих итерациях. Процесс построения множества \mathcal{Q}_0 завершается, как только все элементы $\omega_a \in D$ уже были протестированы на предмет возможности построить допустимый носитель, который содержал бы этот элемент. Даже в двухмерной постановке обратной задачи удается по такой бесхитростной схеме построить до нескольких сотен допустимых решений.

Главная интрига заключается в том, можно ли согласовать результаты решения обратной задачи по различным методам с тем, чтобы повысить надежность выводов о геометрии возмущающего объекта. С этой целью особенно всех предлагаемых методов мы намеренно иллюстрируем на одном и том же модельном примере (далее будем называть его базовым), соответствующем реальной геологической ситуации: источником гравитационной аномалии является хонолитообразная интрузия \tilde{S} габброидного состава, внедрившаяся в однородный по плотности массив горных пород по субвертикальному глубинному разлому с последующим смещением блоков вследствие неотектонических процессов (рис. 1). Вертикальная мощность интрузии достигает 200 м,

размеры по горизонтали — около 700 м, избыточная плотность относительно вмещающих пород — 0,25 г/см³. Максимальная амплитуда аномалии, заданной с шагом 50 м в 35 точках равномерной сети, составляет 0,82 мГал. Значительные размеры интрузии по простиранию вкост моделируемого разреза дают право воспользоваться двухмерной моделью источников аномалии.

Минимаксный подход. Первый из пяти предлагаемых методов использует привычное определение результата интерпретации. Но критерий оптимальности решения жестко привязан к свойствам информации, которую оно содержит. За наилучший S^{opt} среди носителей $S_j \in \mathcal{Q}_0$ принимается тот, который обеспечит максимум меры $\mu(S_j^{(0)})$, $S_j^{(0)} = S_j \cap \tilde{S}$, гарантированной степени близости к реальному носителю \tilde{S} , иначе — максимум гарантированного объема *достоверной скрытой* информации. В ряде наук (теории игр, экономике, исследовании операций) схожая концепция выбора названа *минимаксной*. Притом, что минимаксный подход давно известен, нет ничего удивительного, что в обратных задачах гравиразведки он до сих пор не был востребован. В эпоху не автоматизированного подбора, когда речь могла идти лишь о достаточно узком и обозримом множестве правдоподобных вариантов интерпретации, которые удалось построить геофизику, последний не нуждался в формализованных приемах и путем прямого визуального сравнения альтернативных вариантов мог выбирать из них наиболее привлекательный. Позже, когда одним из основных признаков парадигмы в теории интерпретации потенциальных полей стал лозунг «оптимизировать все, что оптимизируется», контекст выбора — множество \mathcal{Q} — играл пассивную роль. *Совместный* анализ решений из \mathcal{Q} не предусматривался, все было подчинено поиску решения, обеспечивающего глобальный минимум некоторого функционала. Время минимакса наступило только сейчас.

Алгоритм выбора из множества \mathcal{Q}_0 минимаксного решения S^{opt} прост и состоит в следующем. Для каждого допустимого модельного носителя возмущающих масс S_j , $j = 1, 2, \dots, m$, претендующего на роль наилучшего варианта интерпретации S^{opt} , отыскивается ассоциированный с ним носитель $S_k = S_{k(j)} \in \mathcal{Q}_0$ такой, что расхождение $\rho(S_j, S^0)$ в некоторой метрике ρ будет наибольшим, если носителем S^0 окажется носитель $S_{k(j)}$. Решение $S_{k(1)}$ предпочтительней $S_{k(2)}$, если $\rho(S_{j(1)}, S_{k(1)}) < \rho(S_{j(2)}, S_{k(2)})$, где $S_{k(1)}$ и $S_{k(2)}$ — наиболее удаленные по метрике ρ от

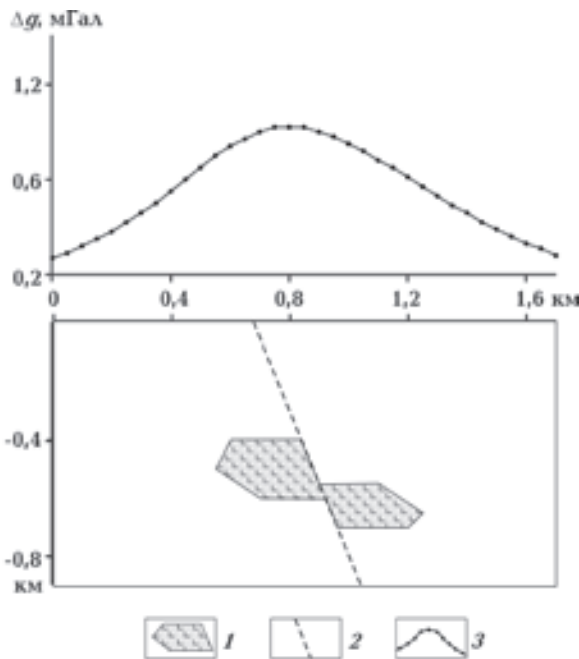


Рис. 1. Модельный пример: интрузия основных пород; 1 — интрузивное тело, 2 — глубинный разлом, 3 — график гравитационного поля.

$S_{j(1)}$ и $S_{k(2)}$. Минимаксным является решение $S^{\text{opt}} \in Q_0$, гарантированная близость

$$\rho^{\text{opt}} = \max \{ \rho(S^{\text{opt}}, S_i) : S_i \in Q_0, S_i \neq S^{\text{opt}} \} \quad (1)$$

которого к неизвестному решению S^0 является наибольшей по отношению к любому другому выбору итогового варианта интерпретации $S_j \in Q_0$:

$$\rho^{\text{opt}} \leq \max \{ \rho(S_j, S_i) : S_i \in Q_0, S_i \neq S_j \} \quad (2)$$

для всех $S_j \in Q_0, S_j \neq S^{\text{opt}}$. Понятно, что, будучи включенными в множество Q_0 , любые решения, в том числе оптимальные по иным критериям, могут, разве что, повлиять на выбор минимаксного решения, но при большой мощности $|Q_0|$ вряд ли совпадут с ним.

Алгоритмы решения обратных задач гравиразведки, основанные на попарном сравнении альтернативных вариантов интерпретации по значению скалярного критерия F , не в состоянии уменьшить априорную неопределенность в отношении конфигурации и местоположения источников поля (на это указывают и результаты работы [Айзерман, Малишевский, 1981]). Наилучшее решение, найденное по любому из этих методов, не содержит никаких сведений об объемах *гостовой*, *ложной* и *потерянной* информации. В предположении, что среди решений из Q_0 есть достаточно близкое к истинному \bar{S} , так что их расхождением можно пренебречь, минимаксный подход дает не только решение S^{opt} , для которого гарантированная степень его близости к точному максимальна, но и саму неулучшаемую оценку меры ρ близости этих решений. Если считать состоятельными лишь те критерии выбора наилучшего решения, которые привязаны к свойствам информации, полученной в конкретной задаче, то минимаксный подход в каком-то смысле разрешает проблему оптимального варианта интерпретации.

Цена информации, содержащейся в минимаксном решении, может оказаться достаточно высокой. Располагая оценкой меры неопределенности в результатах интерпретации, геофизику проще из числа гравитационных аномалий, требующих заверки, выбрать наиболее перспективные для первоочередной постановки буровых работ.

Проиллюстрируем суть минимаксного подхода. Значения гравитационной аномалии в нашем базовом модельном примере осложним помехой. Чтобы приблизить вычислительный эксперимент к практике гравиметрических ра-

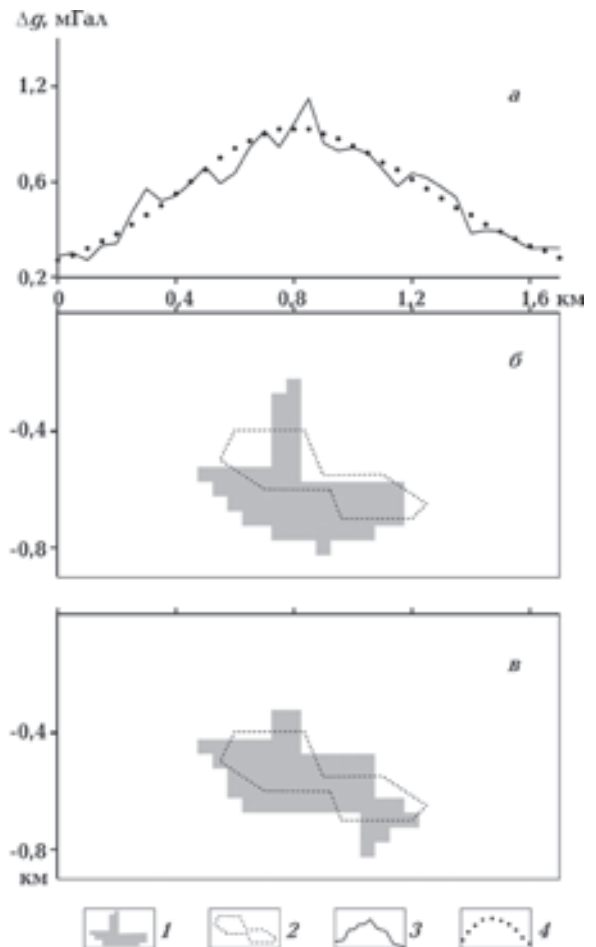


Рис. 2. Гравитационное поле (а) и результаты решения обратной задачи, соответствующие минимуму невязки полей (б) и критерию минимакса (в): 1 — подобранный аномалиеобразующий объект, 2 — интрузивное тело; 3, 4 — графики полей исходного (3), истинного (4).

бот, когда помехи (хотя бы слабо) коррелированы, в качестве последних взяты усредненные в пределах трехточечного окна значения нормально распределенных случайных чисел с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением 0,1 мГал. Максимальная амплитуда помехи по модулю составила 0,051 мГал (рис. 2, а). Поиск допустимых решений осуществлялся с помощью монтажного метода в рамках замощения определенного фрагмента плоскости xOz квадратными элементами ω_α со стороной 50 м. В качестве априорных ограничений выступало допущение об односвязности носителя возмущающих масс и «безотростковость» его границы (по терминологии [Балк, 2000]). Типичное ограничение в виде некоей ограниченной области пространства, заведомо содержащей источник аномалии, не задавалось. Точное значение уровня помех на практике всегда неизвестно и потому ожидаемая

норма помехи в «измерениях» была взята «с запасом» — все найденные (с учетом названных двух ограничений) приближенные решения считались допустимыми, если достигнутое значение невязки не превышало 0,05 мГал.

За счет выбора различного начального приближения (в виде отдельного элемента замощения) к очередному искомому решению (носителю S_j) было найдено 211 допустимых носителей; их множество обозначим Q_0 . Среди всех найденных решений минимум среднеквадратического значения невязки полей $\varepsilon=0,0483$ мГал достигается на решении, приведенном на рис. 2, б. И хотя здесь оно с очевидностью уступает минимаксному решению (рис. 2, в), будем объективны: при другом «раскладе» помех в измерениях поля исход противостояния двух решений мог быть противоположным. Стабильно лишь одно: *гарантированное* качество минимаксного решения при самом невыгодном для него «раскладе» помех выше *гарантированного* качества решения из Q_0 , построенного по какому-то альтернативному методу и соответствующему другому критерию оптимальности, опять же при наихудшем раскладе помех, но уже для этого метода. Следует добавить, что заметный пространственный разброс допустимых носителей, составляющих множество Q_0 , обусловленный достаточно интенсивными помехами и значительной глубиной залегания интрузии, обусловил довольно пессимистическую оценку качества минимаксного решения — $\min(\mu(S^{opt} \cap S_j)/\mu(S_j)) = 0,22$, $S_j \in Q_0$, тогда как фактически точность минимаксного решения $\mu(S^{opt} \cap \bar{S})/\mu(\bar{S}) = 0,82$.

Гарантированный подход. Стоит только отойти от привычных представлений о том, что считать результатом интерпретации, как извлечение *гостовой* (и уже не *скрытой*) информации об источниках гравитационного поля становится возможным благодаря *гарантированному* подходу, предложенному и названному так в работе [Балк, 1980]. Примечательно, что в начале 80-х годов аналогичный подход и даже с тем же названием начал интенсивно развиваться в теории управления [Черноузько, 1980]. Наиболее полно содержание гарантированного подхода в обратных задачах гравиразведки изложено в работе [Балк и др., 2012а].

Вкратце суть подхода такова. Пусть $\{S_\beta\}$ — множество Q всех допустимых носителей, принадлежащих модельному классу M и соответствующих априорным данным G . Если предположить, что $\bar{S} \in Q$ и удалось построить

два множества (пространственные области) $D_1 = D_1(Q) = \cup S_\beta$ и $D_2 = D_2(Q) = \cap S_\beta$, то содержательную информацию о возмущающем объекте можно выразить с помощью включения

$$D_2 \subset \bar{S} \subset D_1. \quad (3)$$

В предположении адекватности элементов структуры интерпретационной модели область D_2 — *гостовая* информация о природном носителе \bar{S} (мера $\mu(D_2)$ — ее объем), полученная на основе совместного анализа (синтеза) допустимых решений обратной задачи. Достоверная информация D_2 направлена на решение задачи локализации возмущающего объекта. Область D_2 решает задачу его *локализации*. Результаты применения гарантированного подхода попутно позволяют оценить объем *скрытой* информации, содержащейся в любом допустимом приближенном решении $S^* \in Q$: $\mu(S^* \cap \bar{S}) \geq \mu(D_2)$. Таким образом, гарантированный и традиционный подходы связаны между собой: первый устанавливает недостающие оценки точности отдельных решений S^{opt} обратной задачи — $D_2 \subset S^{opt} \subset D_1$, а второй готов предоставить «свои» допустимые решения для включения в множество Q_0 .

Но вернемся к реальности. Мы, ведь, можем рассчитывать лишь на ограниченное подмножество $Q_0 \subset Q$ допустимых вариантов интерпретации и, соответственно, определить только некие аппроксимации $D_1(Q_0)$ и $D_2(Q_0)$ множеств $D_1(Q)$ и $D_2(Q)$: $D_1(Q_0) \subset D_1(Q)$, $D_2(Q_0) \supset D_2(Q)$. Логично поставить вопрос: сколь заметно могут различаться между собой множества $D_1(Q_0)$ и $D_1(Q)$ ($D_2(Q_0)$ и $D_2(Q)$)? Понятно, что само по себе это различие нас интересует в меньшей степени. Важно другое — будет ли при этом выполняться включение $D_2(Q_0) \subset \bar{S} \subset D_1(Q_0)$. В этом плане все обстоит не так плохо. Во-первых, если даже мощность $|Q|$ (конечного) множества допустимых решений, построенных с использованием некоего замощения $\{\omega_a\}$, довольно велика, то существуют относительно узкие подмножества Q_0 такие, что $D_1(Q_0) = D_1(Q)$, $D_2(Q_0) = D_2(Q)$. Во-вторых, мощность системы таких подмножеств сопоставима с мощностью самого множества Q . В третьих, алгоритму построения множеств $D_1(Q_0)$ и $D_2(Q_0)$ совершенно безразлично, на какое конкретно множество Q_0 он выйдет, и фактор ε -эквивалентности выступает здесь союзником. Наконец, сам принцип последовательного поиска «результативных» вариантов интерпретации настроен на то, чтобы построенные множества $D_1(Q_0)$ и $D_2(Q_0)$ обладали нужными свойствами.

Алгоритм построения множества Q_0 и соответствующих ему областей D_1 и D_2 представляет собой итерационный процесс построения последовательности приближений $D_1^{(t)}$ и $D_2^{(t)}$, $t = 0, 1, \dots, m$, по окончании которого принимается $D_1(Q_0) = D_1^{(m)}$, $D_2(Q_0) = D_2^{(m)}$. На шаге $t=0$ с помощью монтажного метода на выбранном замощении $\{\omega_\alpha\}$ отыскивается любой допустимый носитель; обозначим его S_1 . Принимается $D_1^{(0)} = D_2^{(0)} = S_1$. На каждом последующем шаге $t \geq 1$ итерационного процесса осуществляется поиск любого, но уже результативного носителя S_{t+1} , соответствующего дополнительному условию: в число элементов замощения ω_α , объединение которых составит носитель S_{t+1} , должен войти хотя бы один элемент, не вошедший до того в объединения элементов, составивших уже построенные допустимые носители S_1, S_2, \dots, S_t . Если это удалось, полагаем $D_1^{(t)} = D_1^{(t-1)} \cup S_{t+1}$, $D_2^{(t)} = D_2^{(t-1)} \cap S_{t+1}$. Итерационный процесс прерывается, как только на некотором шаге $t=m+1$ не удалось найти ни одного результативного носителя. Таким образом, структура множества Q_0 устанавливается по завершению самого процесса. Для любого $t \geq 0$ имеет место строгое включение $D_1^{(t)} \subset D_1^{(t+1)}$, тогда как $D_2^{(t)} \supseteq D_2^{(t+1)}$.

Основное внимание в приведенном итерационном процессе было уделено области D_1 , а оценка области D_2 выполнялась попутно. Для большей надежности построений можно вслед организовать еще один процесс, который направлен на уточнение оценки области D_2 . Возьмем множество $D_2^{(m)}$ за новое начальное приближение $D_2^{(0)}$ и организуем итерационный процесс, на каждом шаге $t \geq 1$ которого осуществляется поиск любого допустимого носителя, обозначив его S_t , не содержащего хотя бы один элемент ω_α , вошедший в объединение элементов, составляющих предшествующее приближение $D_2^{(t-1)}$. Если это удалось, принимается $D_2^{(t)} = D_2^{(t-1)} \cap S_t$. Попутно делается попытка уточнить оценку D_1 , построенную с помощью первого итерационного процесса: $D_1^{(t)} = D_1^{(t-1)} \cup S_t$. За нулевое приближение $D_1^{(0)}$ на втором итерационном процессе берется множество $D_1^{(m)}$, построенное до того. Пока не встречались модельные примеры, где бы второй итерационный процесс оказался кстати. По результатам первого процесса включение $D_2^{(m)} \subset \bar{S} \subset D_1^{(m)}$ выполнялось безукоснительно. Не исключено, что при решении более сложных примеров такая подстраховка будет не лишней.

По результатам решения обратной задачи в терминах пары $\langle D_1(Q_0), D_2(Q_0) \rangle$ можно утверж-

дать следующее: в совокупной априорной информации нет данных, которые позволили бы по любому методу интерпретации (или совокупности методов) очертить некую область D_2 , гарантированно принадлежащую носителю \bar{S} и граница которой вышла бы за границы области D_2^* , построенной с помощью описанных итерационных процессов. Ошибочным было бы утверждение, что установлена некая область D_1' , гарантированно охватывающая неизвестный носитель \bar{S} и являющаяся фрагментом области D_1^* . Это утверждение остается справедливым и в случае, когда истинный носитель \bar{S} не принадлежит выбранному модельному классу M и вместо реального истинного носителя в построенных оценках фигурирует максимальный модельный носитель $S^0 \subset \bar{S}$.

При том, что гарантированный подход достаточно привлекателен, не исключен пессимистический исход: $D_2 = \emptyset$ и (или) $D_1 = D$, где D — область, содержащая по априорным данным все источники аномалии, т. е. в априорной информации G не хватает данных, способных уточнить пространственное положение источников в терминах пары $\langle D_1, D_2 \rangle$.

Вновь обратимся к базовой модели. Пытаясь реализовать гарантированный подход при тех предпосылках, которые были в примере применения минимаксного алгоритма, мы пришли к обескураживающей ситуации: пересечение найденных ранее 211 допустимых носителей S_j оказалось пусто. Условия задачи были ужесточены. Линейные размеры элементов замощения увеличены вдвое; параметрическая размерность модели (если под этим понимать число элементов ω_α , составляющих допустимый носитель S_j) уменьшилась примерно вчетверо, что повысило устойчивость задачи. Решение обратной задачи выполняется по точным значениям поля. Тем самым принципиально достижимый минимум невязки определяется близостью интерпретируемого поля и поля наилучшей модельной аппроксимации. Максимальное значение допустимой нормы невязки, при котором еще удаётся отыскать несколько допустимых носителей и эти носители дают, к тому же, непустое пересечение D_2 , составляет около 0,01 мГал. На рис. 3 приведены области D_1 и D_2 , построенные по 71 допустимому решению. Как видно, по отношению к рассмотренной интерпретационной модели возможности гравirazведки в плане извлечения достоверной информации для целей выделения и оконтуривания интрузии оказались весьма ограниченными. Это еще раз указывает на не-

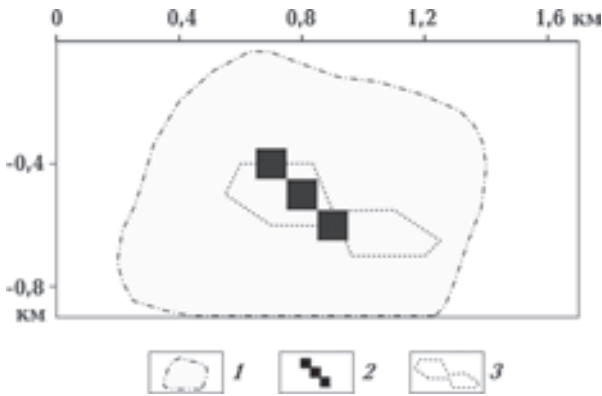


Рис. 3. Гарантированный подход к решению обратной задачи гравirazведки: 1 — область D_1 , 2 — область D_2 , 3 — интрузивное тело.

обходимость извлечения иных, не столь «капризных» видов информации.

В работах Т. В. Балк концепция гарантированного подхода была перенесена на структурную [Балк, 1992] и линейную [Балк, 1981] обратные задачи гравиметрии. В последнем случае построения ведутся на всем множестве допустимых решений.

Функция предпочтения. Зачастую априорная информация носит размытый характер. Взять типичную ситуацию, в которой неопределенность заключена в неточно известных границах $\varepsilon^{(1)}$ и $\varepsilon^{(2)}$ возможного уровня помехи ξ в измеренных значениях аномалии. Предположим, что априорная информация о помехе измерений описывается следующей моделью: $\varepsilon^{(1)} \leq \|\xi\| \leq \varepsilon^{(2)}$, $\varepsilon_{\min}^{(i)} \leq \varepsilon^{(i)} \leq \varepsilon_{\max}^{(i)}$ ($\varepsilon_{\max}^{(1)} < \varepsilon_{\min}^{(2)}$), $i=1,2$, где значения $\varepsilon_{\min}^{(i)}$, $\varepsilon_{\max}^{(i)}$ задаются геофизиком. Постановки обратной задачи гравirazведки при такой информации о помехе предлагались к рассмотрению в работах [Балк, 1980; Балк, Долгаль, 2011], но без конкретных алгоритмов ее решения.

Существует два полярных подхода: рискованный, когда предположительный интервал нормы помехи максимально сужен — $\varepsilon_{\max}^{(1)} \leq \|\xi\| \leq \varepsilon_{\min}^{(2)}$, и осторожный, когда берется самый широкий интервал для нормы помехи — $\varepsilon_{\min}^{(1)} \leq \|\xi\| \leq \varepsilon_{\max}^{(2)}$. Первый подход чреват тем, что фактическое значение нормы помехи $\|\xi\|$ может не принадлежать интервалу $[\varepsilon_{\max}^{(1)}, \varepsilon_{\min}^{(2)}]$. Хорошо еще, если множество Q окажется пустым и это укажет на противоречивость модельных предпосылок. Но среди допустимых вариантов интерпретации всегда отыщутся такие, что невязка наблюдаемого и модельного полей будет меньше фактического уровня помех. В этой

связи есть риск, что найденные приближенные решения в действительности допустимыми не являются, и эту ситуацию не отследить. При втором подходе, когда множество Q_0 заведомо содержит «лишние» (перестраховочные) варианты интерпретации, информативность интерпретации будет неоправданно занижена. Так, при решении обратной задачи в рамках гарантированного подхода мера области D_1 будет завышена, а мера области D_2 — занижена.

Возникающую дилемму можно разрешить следующим образом. Для заданных интерпретатором значения m и последовательностей $\varepsilon_{\min}^{(i)} = \varepsilon_1^{(i)} < \varepsilon_2^{(i)} < \dots < \varepsilon_m^{(i)} = \varepsilon_{\max}^{(i)}$, $i=1,2$, составим цепочку вложенных интервалов $[\varepsilon_m^{(1)}, \varepsilon_1^{(2)}] \subset \subset [\varepsilon_{m-1}^{(1)}, \varepsilon_2^{(2)}] \subset \dots \subset [\varepsilon_1^{(1)}, \varepsilon_m^{(2)}]$, содержащих предполагаемое значение нормы помехи в измерениях поля. Интервал в начале цепочки соответствует самому рискованному предположению о возможном уровне помех, тогда как замыкающий ее интервал наверняка содержит истинное значение нормы, хотя взят «с запасом». Обозначим через Q_r , $r=1,2,\dots,m$, множество допустимых решений $S_j^{(r)}$, $j=1,2,\dots,N_r$, обратной задачи, согласующихся со всей априорной информацией, включая предположение о том, что норма помехи принадлежит интервалу $[\varepsilon_p^{(1)}, \varepsilon_r^{(2)}]$, $p=m-r+1$. Очевидно, имеют место включения $Q_1 \subset Q_2 \subset \dots \subset Q_m$ (считаем, что границы $\varepsilon_{\max}^{(1)}$ и $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ скорректированы так, чтобы не допустить ситуации, когда $Q_1 \neq \emptyset$). На замощении $\{\omega_\alpha\}$ части пространства, заведомо содержащей источники аномалии, построим функцию предпочтения:

$$v(\omega_\alpha) = \max \{r \in \{1, 2, \dots, m\} : \omega_\alpha \subset S_j^{(r)}, j = 1, 2, \dots, N_r\} \quad (4)$$

(если ни при одном значении r условие $\omega_\alpha \subset S_j^{(r)}$ не выполняется для всех j , то полагается $v(\omega_\alpha)=0$). При $v(\omega_{\alpha(1)}) > v(\omega_{\alpha(2)})$ из двух альтернатив $\omega_{\alpha(1)} \subset \bar{S}$ и $\omega_{\alpha(2)} \subset \bar{S}$ более предпочтительной является первая, поскольку при выполнении включения $\omega_{\alpha(2)} \subset \bar{S}$ обязательно будет справедливо и включение $\omega_{\alpha(1)} \subset \bar{S}$. Таким образом, здесь речь идет о более сильном выводе, чем тот, который можно сделать на основании сопоставления вероятностей событий $\omega_{\alpha(1)} \subset \bar{S}$ и $\omega_{\alpha(2)} \subset \bar{S}$, по которым еще нельзя предсказать, какой из элементов $\omega_{\alpha(1)}$ и $\omega_{\alpha(2)}$ окажется фрагментом носителя \bar{S} .

Понятно, что для большинства проэкзаменированных элементов ω_α должно быть $v(\omega_\alpha)=0$. Для результативности построений важно, чтобы это равенство не оказалась тождеством.

Функция $v(\omega_\alpha)$ задает разбиение области D на подобласти

$$D_r = \{\omega_\alpha \subset D : v(\omega_\alpha) = r\},$$

$$r = 0, 1, \dots, m(0), \quad m(0) \leq m, \quad (5)$$

каждая из которых обладает своей степенью чувствительности к неопределенности. Интервал допустимого значения нормы невязки, отвечающий значению $r=m(0)$, есть максимальная мера неопределенности (относительно помехи), при которой область D_2 , построенная в рамках гарантированного подхода, еще не будет пустой. При этом область D_2 — суть объединение элементов замощения ω_α , для которых $v(\omega_\alpha)=m(0)$.

Можно было бы не повторяться насчет того, что степень строгости наших выводов во многом определяется мощностью множества Q_0 . В этой связи отметим следующее. Размытость априорных ограничений, заключенная в ярко выраженных интервальных характеристиках уровня помех, подводит к идее использования простых процедур эффективного приумножения числа допустимых решений обратной задачи. Для простоты изложения возьмем случай связного носителя \hat{S} , заполненного массами избыточной плотности $\hat{\delta}$. Пусть $[\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$ — выбранный интерпретатором интервал допустимых значений нормы расхождения наблюдаемого и модельного полей и S^* — допустимый носитель, построенный с помощью монтажного метода и отвечающий всей априорной информации, а вместе с известной плотностью $\hat{\delta}$ возмущающих масс — и заданному ограничению на достигнутое значение ε^* невязки: $\varepsilon^* \in [\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$.

Ближе к своему завершению монтажный итерационный процесс неоднократно выходит на текущие приближения S_i^* к S^* , при которых достигаются допустимые значения $\varepsilon_i^* \in [\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$ невязки. Однако включить эти носители в множество Q_0 нельзя, так как значения δ_i^* плотности, минимизирующие невязку на соответствующем шаге, не совпадают с истинной плотностью $\hat{\delta}$ — в целом приближенное решение (S_i^*, δ_i^*) не является допустимым решением обратной задачи. В то же время задача проста и речь идет, всего-то, о проблеме ухудшения (!) невязки — проблеме, постановка и разумный смысл которой в рамках стереотипного мышления вряд ли могли когда-то обсуждаться. Но увеличить невязку много проще, чем ее уменьшить. Читатель смог бы сам предложить не одну схему, в которой путем незначительных «деформаций» носителя S^* удастся

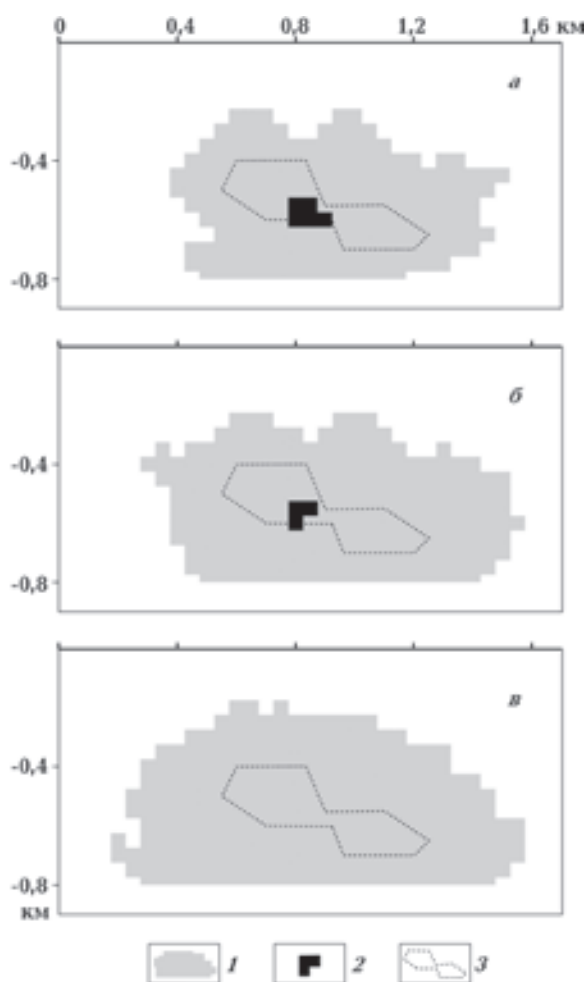


Рис. 4. Функция предпочтения для разных значений максимально допустимой невязки: $\varepsilon=0,004$ мГал (а); $\varepsilon=0,005$ мГал (б); $\varepsilon=0,007$ мГал (в): 1 — области, для которых $0 < v(\omega_\alpha) < 1$; 2 — области, для которых $v(\omega_\alpha)=1$; 3 — интрузивное тело.

при закрепленной плотности $\hat{\delta}$ «пробежать» целый ряд «новых» допустимых решений обратной задачи.

На основе нашей базовой модели источника гравитационной аномалии была выполнена серия расчетов с целью построения функции предпочтения $v(\omega_\alpha)$ при различных максимально допустимых величинах ε среднеквадратического значения помехи. Длина стороны элементов замощения составляет 50 м, случайная помеха в интерпретируемых значениях аномалии отсутствует. На рис. 4 дано графическое изображение функции предпочтения $v(\omega_\alpha)$ для трех значений ε . При значении $\varepsilon=0,004$ мГал найдено 22, при $\varepsilon=0,005$ мГал — 72, а при $\varepsilon=0,007$ мГал — 252 допустимых решения. При $\varepsilon=0,007$ мГал уже не удается указать ни одного элемента ω_α , для которого $v(\omega_\alpha)=1$. Иначе говоря, становится невозможным гарантированно

выделить ни один фрагмент возмущающего объекта.

Функция локализации. Впервые эта функция была введена в работе [Долгаль, Шархимуллин, 2011] в связи с проблемой повышения достоверности интерпретации гравитационной аномалии, обусловленной локальным возмущающим объектом \tilde{S} избыточной плотности $\tilde{\delta}(X)$, $X \in \tilde{S}$. Тогда, когда плотность $\tilde{\delta}(X)$ неизвестна, она играет роль, своего рода, мешающего параметра в интерпретационной модели.

Идея предложить функцию локализации — не что иное, как реакция на удачное стечение двух обстоятельств. Первое — успешное завершение цикла теоретических исследований по созданию достаточно гибких монтажных технологий построения отдельных допустимых решений обратной задачи гравиразведки рудного типа и основанных на них алгоритмов построения достаточно представительных семейств Q_0 допустимых решений. По результатам исследований в течение последних 20 лет было опубликовано несколько десятков работ с примерами апробации монтажных технологий на модельных и практических примерах средней степени сложности. Второе — возросшие возможности вычислительной техники, достаточные для создания конструктивных алгоритмов интерпретации на основе этой функции, позволяющей детерминистскими средствами решать задачи, которые до недавнего времени относились к прерогативе информационно-статистического направления в теории интерпретации потенциальных полей.

Итак, пусть, как всегда, G — совокупная априорная информация, предварительно выраженная в терминах элементов структуры модельного класса M всевозможных объединений конечного числа элементов ω_α , которые образуют замощение $T = \{\omega_\alpha\}$ изучаемой части D геологического пространства. Положим также, что N — число допустимых носителей S_j , которые удалось построить интерпретатору за отведенное время. На декартовом произведении $T \times Q_0$ построим вспомогательную функцию:

$$\varphi(\omega_\alpha, S_j) = \begin{cases} 1, & \omega_\alpha \in S_j \\ 0, & \omega_\alpha \notin S_j \end{cases} \quad (6)$$

Тогда

$$\varphi(\omega_\alpha) = \frac{\sum_{j=1}^N \varphi(\omega_\alpha, S_j)}{N} \quad (7)$$

является функцией локализации с областью значений $[0,1]$. В содержательном плане зна-

чение $\varphi(\omega_\alpha)$ есть частота, с которой элементарная область пространства ω_α выступает в роли фрагмента допустимого носителя из множества Q_0 . Частоты $\varphi(\omega_\alpha)$ можно рассматривать как оценки вероятности обнаружения возмущающих масс в объеме ω_α .

Из четырех представленных здесь подходов к извлечению полезной информации об источниках поля, базирующихся на нетрадиционном определении результата интерпретации, гарантированный подход можно считать предтечей трех других. В этой связи интересно знать, где эти подходы пересекаются. Если функция φ и области D_1, D_2 построены по одному и тому же множеству $Q_0 \subseteq Q$ допустимых решений, то $\varphi(\omega_\alpha) = 0$ для всех $\omega_\alpha \subset D_2$ и $\varphi(\omega_\alpha) = 1$ для всех $\omega_\alpha \subset D_1$, а также $\varphi(\omega_\alpha) \in (0,1)$ для $\omega_\alpha \subset D_1 / D_2$. Таким образом, подход с извлечением полезной информации с помощью функции локализации более гибок, чем гарантированный подход, который, по сути, оперирует лишь с крайними значениями вероятности — 0 и 1. Гарантированный подход, вопреки здравому смыслу геофизика, который осознанно или нет всегда оперирует с доверительной вероятностью, отказывает любому элементу замощения ω_α считаться фрагментом неизвестного носителя, если множество Q содержит хотя бы один допустимый носитель, для которого элемент ω_α ему не принадлежит. По этой причине результаты гарантированного подхода, как мы это успели заметить на предыдущих примерах, нередко оказываются обескураживающими — $D_2 = \emptyset$. Разумеется, эти замечания не отрицают значимость гарантированного подхода.

На рис. 5, а приведена вертикальная карта функции локализации $\varphi(\omega_\alpha)$, построенная по результатам синтеза 310 решений обратной задачи гравиразведки, построенных в рамках регулярного замощения (длина стороны квадратного элемента 50 м) по полю, не осложненному помехой. Последнее обстоятельство считается неизвестным, так что за допустимое принимается любое решение, обеспечивающее невязку $\varepsilon \leq 0,01$ мГал. Максимальное значение $\varphi(\omega_\alpha)$ равно 0,84.

Остается сказать, что по аналогии функцию локализации можно распространить на модели многосвязных распределений источников аномалии с несовпадающими законами распределения плотности масс по парциальным носителям.

Функция обнаружения. Эта функция, анонсированная в работе [Балк, Долгаль, 2014], имеет много общего с функцией локализации. Но,

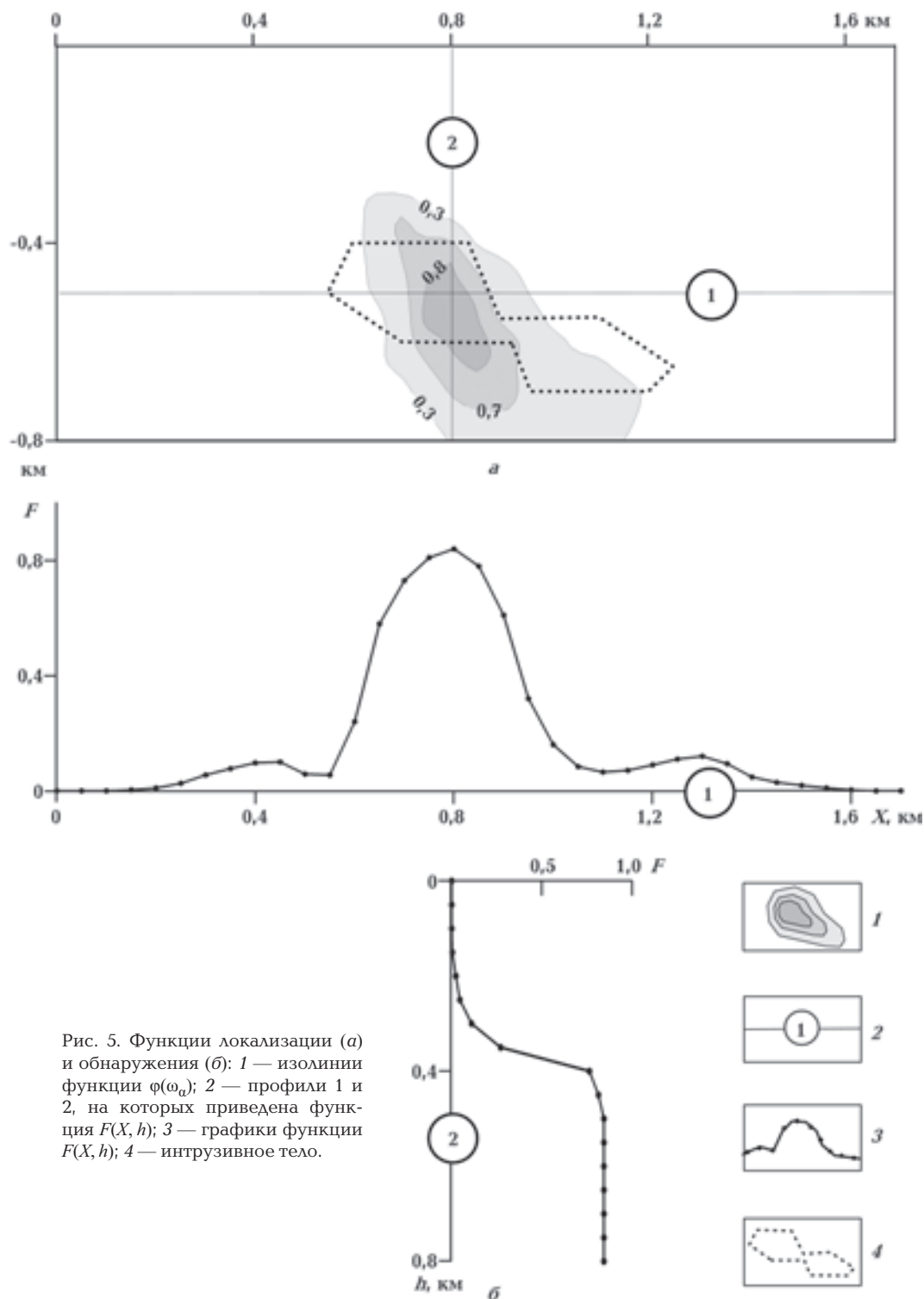


Рис. 5. Функции локализации (а) и обнаружения (б): 1 — изолинии функции $\varphi(\omega_a)$; 2 — профили 1 и 2, на которых приведена функция $F(X, h)$; 3 — графики функции $F(X, h)$; 4 — интрузивное тело.

в отличие от последней, она ориентирована на определенный класс задач. Если функция локализации направлена на количественную оценку уровня неопределенности в исходной

информации G без привязки к тому, как ее предполагается в дальнейшем использовать, то функция обнаружения обслуживает класс задач, возникающих при заверке гравитацион-

ных аномалий. Каждая из этих двух функций не является частным случаем другой и может быть построена только по первоначальной информации — множеству Q_0 .

Ставится задача построения оценки вероятности подсечения кровли аномального объекта вертикальной (заверочной) скважиной глубины h , заданной в точке $X_0=(x_0, y_0, z_0)$ произвольного рельефа земной поверхности. Предпосылка к привлечению детерминистских приемов к решению задачи кроется в возможности восполнить (пусть частично) недостающую информацию о вероятностных свойствах помех измерений результатами статистической обработки некоторого множества Q_0 допустимых вариантов интерпретации.

Как и прежде, будем считать, что аномалия Δg , заданная своими приближенными значениями в конечном числе точек, обусловлена массами, распределенными по парциальным носителям $S_k, k=1,2,\dots,n$, с заданными плотностями $\delta_k(X)$, и класс M — совокупность всех n -связных объединений конечного числа элементов замощения. Построения будут более наглядны, если структура замощения естественным образом допускает тройную индексацию своих элементов $\omega_{\alpha,\beta,\gamma}$, причем индекс γ возрастает с увеличением глубины погружения элементов $\omega_{\alpha,\beta,\gamma}$, и для любых фиксированных α и β проекции всех элементов $\omega_{\alpha,\beta,\gamma}$ на плоскость $z=0$ совпадают. Этому условию удовлетворяют, в частности, многие регулярные замощения параллелепипеда D .

Положим, что число N различных вариантов интерпретации, которые можно построить с помощью монтажных технологий, ограничено лишь временем, которое отведено на решение задачи, причем вычислительные затраты, связанные с поиском очередного допустимого решения $\Omega_i^* = \{\Omega_{i,1}^*, \Omega_{i,2}^*, \dots, \Omega_{i,n}^*\}$, не возрастают с увеличением мощности множества уже найденных решений. С учетом возможности допустимого решения порождать целые семейства других допустимых решений (мы на это уже акцентировали внимание), доставляющих пусть несколько большие, но приемлемые значения невязки, можно считать, что принципиальной преграды для увеличения мощности $N = |Q_0|$ множества Q_0 до некоторых разумных пределов не существует.

Перейдем собственно к построению функции обнаружения $F(X, h)$, позволяющей по заданному (заранее сформированному) множеству Q_0 допустимых носителей Ω^* дать оценку вероятности подсечения кровли возмущающе-

го объекта вертикальной (заверочной) скважиной глубины h , заданной в точке X . В основу конструкции этой функции и, собственно, алгоритма ее построения положим логическую посылку, которая лежит и в основе конструкции функции локализации. Будем считать, что коль скоро каждая из найденных конфигураций $\Omega_i^* \in Q_0$ в равной мере претендует на то, что именно она является носителем S (или его наилучшей аппроксимацией), то чем большему числу допустимых носителей принадлежит какой-то элемент замощения, тем предпочтительней гипотеза, что этот элемент является фрагментом носителя S . Продолжая мысль, можно прийти к выводу: чем большее количество $N_{\alpha,\beta,\gamma}$ носителей Ω_i^* содержит хотя бы один элемент $\omega_{\alpha,\beta,\gamma}, s \leq \gamma$, расположенный не ниже элемента $\omega_{\alpha,\beta,\gamma'}$, то допущение, что скважина, пробуренная в область $\omega_{\alpha,\beta,\gamma'}$ подсечет возмущающий объект (и не обязательно в границах этой области $\omega_{\alpha,\beta,\gamma}$), является достаточно обоснованным. За оценку вероятности подсечения возмущающего тела вертикальной скважиной, пробуренной в точку, лежащую в пределах области $\omega_{\alpha,\beta,\gamma'}$ возьмем отношение

$$F_1(\omega_{\alpha,\beta,\gamma}) = \frac{N_{\alpha,\beta,\gamma}}{N}. \quad (8)$$

Пусть, повторимся, $X_0=(x_0, y_0, z_0)$ — точка задания заверочной скважины глубины h ; $\alpha(0), \beta(0)$ — значения индексов α, β всех тех элементов замощения $\omega_{\alpha,\beta,\gamma}$, чьи проекции на горизонтальную плоскость содержат точку (x_0, y_0) (x_0, y_0), а $\omega_{\alpha(0),\beta(0),\gamma(0)}$ — тот из элементов, который содержит точку (x_0, y_0, z_0+h) . Тогда $F(X_0, h) = F_1(\omega_{\alpha(0),\beta(0),\gamma(0)})$ — оценка вероятности подсечения возмущающего тела вертикальной скважиной, пространственное расположение которой характеризуется парой (X_0, h) . Функцию $F(X, h)$ авторы предложили назвать *функцией обнаружения*.

Последний раз используем базовую модель и те 310 допустимых решений, которые были найдены для построения функции локализации. На рис. 5, б приведены графики функции обнаружения $F(X, h)$ по горизонтальному профилю 1 ($h = -0,5$ км) и вертикальному профилю 2 ($x = 0,8$ км), пересекающим возмущающий объект. Рекомендуемое плановое положение и глубина скважины, проектируемой с целью обнаружения возмущающего объекта, наглядно видны из графиков функций $F(X, -0,5)$ и $F(0,8; h)$.

Заключение. Вряд ли кто из геофизиков станет отрицать, что главным показателем эф-

фективности математической интерпретации данных гравиразведки являются объем и качество полезной информации об изучаемой плотностной среде, которую удастся извлечь из решения соответствующей обратной задачи. Если исходить из этого, то едва ли ни наиболее значимой и заметной коллизией, сопровождающей развитие теории интерпретации гравитационных полей на протяжении нескольких последних десятилетий, можно назвать стремление отыскать «мегаоптимальный» критерий выбора наилучшего варианта решения обратной задачи вопреки тому очевидному факту, что любое из двух конкурирующих решений, каким бы критериям оптимальности они ни отвечали, не может *гарантированно* утверждать о своем превосходстве. Не потому ли для большинства известных алгоритмов решения обратных задач гравиразведки характерно лишь «ходить» вокруг этого главного показателя эффективности интерпретации, пытаясь подменить ответ на прямой вопрос о *конкретных* свойствах *конкретного* решения обратной задачи некими рассуждениями, которые, на первый взгляд, можно принять за ожидаемый ответ. Из данных измерений невозможно извлечь больше того, что в них заложено. Просто из-за абсолютизации единичных оптимальных решений обратной задачи гравиразведки — как единственно возможной формы представления результатов количественной интерпретации — геофизики долгое время не замечали новые типы полезной информации, которую можно извлекать из гравитационных измере-

ний с помощью алгоритмов, основанных на иных математических формах представления результатов интерпретации.

В рассмотренной статье предложена группа таких алгоритмов, которые могут работать независимо друг от друга, либо в различных сочетаниях, позволяя с разных сторон подойти к проблеме локализации и детализации возмущающих объектов и частично погасить первоначальную неопределенность. Во главу угла ставятся вопросы достоверности результатов и их информативности. Так, с помощью *функции локализации* можно оценить вероятность обнаружения возмущающих объектов в изучаемой части геологического пространства и связать эту информацию с рекомендациями по выбору координат и проектных глубин заверочных буровых скважин, выработанными с помощью *функции обнаружения*. Либо на основе *концепции минимакса* отыскать допустимое решение S^{opt} обратной задачи гравиразведки, оптимальное с точки зрения содержащегося в этом решении гарантированного объема *скрытой* информации, а оставшуюся неопределенность понизить благодаря включениям $D_2 \subset S^{\text{opt}} \subset D_1$, обеспечиваемым *гарантированным* *подходом*.

Общим фундаментом для предложенных алгоритмов служит репрезентативное подмножество Q_0 допустимых вариантов интерпретации. От того, сколь успешно удастся решить проблему построения такого множества, в значительной степени зависит успех применения предложенных алгоритмов.

Список литературы

- Айзерман М. А., Малишевский А. В. Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов. *Автоматика и телемеханика*. 1981. № 2. С. 65—83.
- Балк П. И. Несколько контрпримеров к стереотипам в теории интерпретации потенциальных полей. *Геоинформатика*. 2013. № 3. С. 33—40.
- Балк П. И. О надежности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий. *Изв. АН СССР. Физика Земли*. 1980. № 6. С. 65—83.
- Балк П. И. О принципиальных недостатках общепринятых форм представления результатов математической интерпретации потенциальных полей. *Геофиз. журн*. 2004. Т. 26. № 5. С. 124—132.
- Балк П. И. Спорные положения методологии современной теории интерпретации гравитационных аномалий и пути разрешения сложившихся противоречий. *Физика Земли*. 2014. № 2. С. 41—52.
- Балк П. И. Столкновение геофизических и математических интересов — главный источник противоречий в современной теории интерпретации потенциальных полей. *Геофиз. журн*. 2000. Т. 22. № 4. С. 3—20.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Детерминистские модели интерпретации для оптимизации местоположения и глубин заложения скважин при заверке гравитационных аномалий. *Физика Земли*. 2015. № 1. С. 98—111.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Синтез допустимых решений обратной задачи при подготовке рекомендаций для заверки гравитационных аномалий. *Докл. РАН*. 2014. Т. 458. № 4. С. 459—464.

- Балк П. И., Долгаль А. С. Синтез преимуществ функционально-аналитического и вероятностно-статистического подходов в смешанных алгоритмах решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии. *Геоинформатика*. 2011. № 1. С. 33—42.
- Балк П. И., Долгаль А. С., Балк Т. В., Христенко Л. А. Конечно-элементные технологии интерпретации данных гравиразведки. Гарантированный подход. *Геофиз. исследования*. 2012а. Т. 13. № 4. С. 19—33.
- Балк П. И., Долгаль А. С., Балк Т. В., Христенко Л. А. Конечно-элементные технологии интерпретации данных гравиразведки. Монтажный метод. *Геофиз. исследования*. 2012б. Т. 13. № 3. С. 18—34.
- Балк П. И., Долгаль А. С., Христенко Л. А. Синтез линейной и нелинейной постановок обратной задачи в гравиразведке и магниторазведке. *Геофиз. журн.* 2011. Т. 33. № 5. С. 51—65.
- Балк П. И., Йеске А. Монтажный подход В. Н. Страхова к решению обратных задач гравиразведки: современное состояние и реальные возможности. *Геофиз. журн.* 2013. Т. 35. № 1. С. 12—26.
- Балк Т. В. О разрешающих способностях гравиметрического метода разведки на примере линейной обратной задачи. *Геофиз. журн.* 1981. Т. 3. № 4. С. 18—27.
- Балк Т. В. Решение обратной задачи гравиметрии для финитной контактной границы с использованием монтажного принципа. В кн.: *Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий*. Киев: Наук. думка, 1992. С. 87—91.
- Блох Ю. И. Комплексирование методов интерпретации гравитационных аномалий при определении формы геологических объектов. *Разведочная геофизика*. 1984. Вып. 98. С. 50—54.
- Булах Е. Г., Ржаницын В. А., Маркова М. Н. Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки. Киев: Наук. думка, 1976. 220 с.
- Долгаль А. С. Решение обратной задачи гравиразведки при поисках медно-никелевых руд. *Геофиз. журн.* 1993. Т. 15. № 6. С. 83—89.
- Долгаль А. С., Шархимуллин А. Ф. Повышение точности интерпретации моногеничных гравитационных аномалий. *Геоинформатика*. 2011. № 4. С. 49—56.
- Зейгельман М. С. Один тип эквивалентности при оценке глубины залегания намагнитченных масс. *Докл. АН УССР. Сер. Б*. 1983. № 8. С. 10—13.
- Костомаров Д. П., Зайцев Ф. С., Сучков Е. П. Построение сильно различающихся решений некоторого класса некорректных задач с неточно заданными входными данными. *Докл. РАН*. 2011. Т. 437. № 3. С. 316—320.
- Рокитянский И. И. Моделирование в геоэлектрике. 1. Неоднозначность. *Геофиз. журн.* 1985. Т. 7. № 1. С. 15—24.
- Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наук. думка, 1978. 227 с.
- Страхов В. Н. Геофизика и математика. *Геофизика*. 2000. № 1. С. 3—18.
- Страхов В. Н., Лапина М. И. Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии. *Докл. АН СССР*. 1976. Т. 227. № 2. С. 334—337.
- Тихонов А. Н. Математическая геофизика. Москва: Изд. ОИФЗ РАН, 1999. 476 с.
- Тюленева С. Г., Фишман В. М., Зюганов С. К. Построение достижимых границ области допустимых скоростных разрезов в рамках τ -метода. *Докл. АН СССР*. 1989. Т. 308. № 5. С. 1107—1111.
- Черноушко Ф. Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов. I. *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*. 1980. № 3. С. 3—80.

Joint use of inverse gravity problem methods to increase interpretation informativity

© P. I. Balk, A. S. Dolgal, T. V. Balk, L. A. Khristenko, 2015

This paper offers classification of information types that may be contained in the results of solving inverse gravity and magnetometry problems. There is argued that in terms of this classification most of the known algorithms for quantitative interpretation potential fields are substantially equivalent — none of them can guarantee a higher quality of solution results the inverse problem. It is proved that the main reason such equivalence are scalar criteria pairwise comparison of admissible solutions the inverse problem in order to select the best of them. Proposes several new approaches to the solution of inverse problems, based on alternative mathematical forms of representation the results

of interpretation and oriented to objective assessment of opportunities of geophysical methods in the concrete interpretation conditions.

Key words: gravimetry, magnetometry, return problem, an assembly method, the guaranteed approach, localization function, field source

References

- Ayzerman M. A., Malishevskiy A. V., 1981. Some aspects of general theory of choice of the best variants. *Avtomatika i telemekhanika* (2), 65—83 (in Russian).
- Balk P. I., 2013. Some counterexamples to stereotypes in the theory of interpretation of potential fields. *Geoinformatika* (3), 33—40 (in Russian).
- Balk P. I., 1980. On the reliability of the results of quantitative interpretation of gravity anomalies. *Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli* (6), 65—83 (in Russian).
- Balk P. I., 2004. On the fundamental shortcomings of the conventional forms of presentation of the results of mathematical interpretation of potential fields. *Geofizicheskiy zhurnal* 26(5), 124—132 (in Russian).
- Balk P. I., 2014. Controversial provisions of the methodology of the modern theory of interpretation of gravity anomalies and ways to resolve existing conflicts. *Fizika Zemli* (2), 41—52 (in Russian).
- Balk P. I., 2000. Clash of geophysical and mathematical interests — the main source of conflict in the modern theory of interpretation of potential fields. *Geofizicheskiy zhurnal* 22(4), 3—20 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., 2015. Deterministic models of interpretation to optimize the location and depth of the wells in the verification of gravity anomalies. *Fizika Zemli* (1), 98—111 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., 2014. Synthesis of feasible solutions of the inverse problem in the preparation of recommendations for the authentication of gravity anomalies. *Doklady RAN* 458(4), 459—464 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., 2011. The synthesis of functional advantages of analytical and probabilistic and statistical approaches in mixed algorithms for solving inverse problems of gravimetry and magnetometry. *Geoinformatika* (1), 33—42 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., Balk T. V., Khristenko L. A., 2012a. Finitely the elemental technology gravity data interpretation. Guaranteed approach. *Geofizicheskie issledovaniya* 13(4), 19—33 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., Balk T. V., Khristenko L. A., 2012b. Finitely the elemental technology gravity data interpretation. Installation method. *Geofizicheskie issledovaniya* 13(3), 18—34 (in Russian).
- Balk P. I., Dolgal A. S., Khristenko L. A., 2011. Synthesis of linear and nonlinear inverse productions in gravity and magnetic. *Geofizicheskiy zhurnal* 33(5), 51—65 (in Russian).
- Balk P. I., Yeske A., 2013. Assembling approach of V. N. Strakhov to the decision of reverse tasks of gravitational exploration: the modern state and real possibilities. *Geofizicheskiy zhurnal* 25(1), 12—26 (in Russian).
- Balk T. V., 1981. The resolving power of the gravimetric method of exploration on the example of the linear inverse problem. *Geofizicheskiy zhurnal* 3(4), 18—27 (in Russian).
- Balk T. V., 1992. Solution of the inverse problem of gravimetry for the finite boundaries of the contact with the mounting principle. In: *The interpretation of gravity and magnetic anomalies*. Kiev: Naukova Dumka, P. 87—91 (in Russian).
- Blokh Yu. I., 1984. Integration of methods of interpretation of gravity anomalies in determining the form of geological objects. *Razvedochnaya geofizika*, is. 98, 50—54 (in Russian).
- Bulakh E. G., Rzhantsin V. A., Markova M. N., 1976. Application of the method of minimization for problem solving structural geology according to the gravity. Kiev: Naukova Dumka, 220 p. (in Russian).
- Dolgal A. S., 1993. Solution of the inverse problem of gravity in the search for copper-nickel ores. *Geofizicheskiy zhurnal* 15(6), 83—89 (in Russian).
- Dolgal A. S., Sharkhimullin A. F., 2011. Increasing the accuracy of the interpretation of monogenic gravity anomalies. *Geoinformatika* (4), 49—56 (in Russian).
- Zeygelman M. S., 1983. One type of equivalence in the evaluation of the depth of the magnetised masses. *Doklady AN USSR. Ser B* (8), 10—13 (in Russian).
- Kostomarov D. P., Zaytsev F. S., Suchkov E. P., 2011. Construction of very different solutions of a class of ill-posed problems with inaccurately given input data. *Doklady RAN* 437(3), 316—320 (in Russian).
- Rokityanskiy I. I., 1985. Modeling in geoelectrics. 1. Ambiguity. *Geofizicheskiy zhurnal* 7(1), 15—24 (in Russian).
- Starostenko V. I., 1978. Stable numerical methods in problems of gravimetry. Kiev: Naukova Dumka, 227 p. (in Russian).
- Strakhov V. N., 2000. Geophysics and mathematics. *Geofizika* (1), 3—18 (in Russian).

- Strakhov V. N., Lapina M. I.*, 1976. Mounting method for solving the inverse problem of gravimetry. *Doklady AN SSSR* 227(2), 334—337 (in Russian).
- Tikhonov A. N.*, 1999. Mathematical Geophysics. Moscow: Publ. House UIPE RAS, 476 p. (in Russian).
- Tuleneva S. G., Fishman V. M., Zyuganov S. K.*, 1989. Construction attainable boundaries of the region of permissible velocity profiles within τ -method. *Doklady AN SSSR* 308(5), 1107—1111 (in Russian).
- Chernousko F. L.*, 1980. Optimal guaranteed uncertainty estimates using ellipsoids. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika* (3), 3—80 (in Russian).