УДК 550.834

Добротність адаптивних сейсмічних досліджень

© *В. І. Роман, 2016*

Інститут геофізики НАН України, Київ, Україна

Надійшла 13 грудня 2015 р.

Представлено членом редколегії В. М. Пилипенко

Энергетическая и материально-техническая избыточность систем и данных наблюдений, на которых базируется современная нефтегазовая сейсморазведка, малообоснованна и чрезмерно затратна. Альтернатива повышению результативности и экономичности нефтегазовой сейсморазведки это разработка и применение адаптивной технологии сейсмических исследований и технических средств ее осуществления. Возникает необходимость в удобном и соответствующем области применения терминологическом обеспечении адаптивной сейсморазведки. Определяющей количественной характеристикой качества предельно эффективных адаптивных сейсмических исследований являются спектры отношения сигнал-помеха. Среди названий рассмотренных их аналогов и возможных вариантов терминологического заимствования понятие добротности наиболее лаконичное и акцентированное на качество.

Ключевые слова: адаптивные сейсмические исследования, адаптивный сейсмокомплекс, спектр отношения сигнал-помеха, колебательные системы, резонанс, добротность, функционал, изоморфизм, поле комплексных чисел.

Існуючі природні резерви поповнення ресурсної бази нафтогазовидобування потребують збільшення обсягів деталізаційних сейсмічних досліджень структурних родовищ нафти і газу, а також методично й технологічно складних пошуків і розвідки неструктурних нафтогазоперспективних об'єктів. Ефективним чинником підвищення результативності сейсморозвідки є розроблення та використання адаптивної технології сейсмічних досліджень [Жуков и др., 2011; Роман, Шпортюк, 2011]. Визначальним поняттям і критерієм здійснення гранично ефективних адаптивних сейсмічних досліджень є спектри відношення сигнал-завада [Роман та ін., 2011]. У статті [Роман, 2014] встановлено спорідненість понять спектра відношення сигнал-завада адаптивної технології сейсмічних досліджень і добротності коливальних систем теорії коливань.

Метою цієї роботи є обґрунтування доцільності використання поняття добротності як показника якості сейсмічних досліджень. Водночас певною мірою вибірково показано, що наведена аналогія є лиш частинним прикладом широкого кола подібних за своєю суттю понять, що залежно від специфіки процесів і явищ, які вони характеризують, різняться термінологічно.

У теорії коливань добротність є показником резонансної здатності коливальних систем. Добротністю коливальної системи називають відношення її резонансної частоти Ω до визначеного подвоєною величиною коефіцієнта згасання симетричного інтервалу $\Delta\Omega$ осі частот резонансної характеристики швидкості коливань в околі резонансного максимуму: $Q=\Omega/\Delta\Omega$. Обернена добротність, $Q^{-1}=\Omega/\Delta\Omega$, характеризує гостроту резонансного максимуму. Цю величину називають відносною півшириною резонансної характеристики системи [Яворский, Детлаф, 1968].

Наведене визначення добротності стосується електричних систем (швидкості в механіці в електриці відповідає струм). У механіці резонансні властивості коливальних систем характеризують залежністю амплітуди зміщення коливної маси від частоти діючої на систему змушувальної гармонічної сили. Однак наведене визначення добротності є справедливим і для швидкості механічних коливань.

Подібно до добротності, як показника резонансної якості коливальних систем і явищ, спектр відношення сигнал-завада є показником якості адаптивних сейсмічних досліджень, який обчислюють для певного значення частоти, як відношення модулів значень спектра сигналу і завади на цій частоті [Роман, 2014]. В енергетичному викладі спектр відношення сигнал-завада є відношенням квадратів модулів сигналу і частоти. В процесі адаптивних сейсмічних досліджень порівнюють задані й фактично отримані спектри відношення сигнал-завада, відтак використання їх в амплітудній чи енергетичній формі не супроводжується жодними відмінностями оцінок. Використання фактично отримуваних спектрів відношення сигнал-завада, обчислюваних за результатами деконволюції спостережених сейсмозаписів, робить можливими найбільш оптимальний і раціональний спектральний розподіл енергії зондування середовища та інтерпретаційно важливе добротне відтворення природної кінематики і динаміки цільових сигналів.

Безпосереднє технічне використання добротних резонансних систем планується здійснити створенням економічних енергоощадних джерел сейсмічних хвиль [Роман та ін., 2015].

У теорії вимірювань аналогом оберненої добротності є відносна похибка $\Delta\Omega/\Omega$ вимірювання будь-якої фізичної величини, середнє значення якої дорівнює Ω, а середньоквадратична абсолютна похибка становить $\Delta\Omega$. У сейсмометрії та інших галузях науки і практики, пов'язаних з експериментальними вимірюваннями, похибки є наслідком завад, які реєструють у сумі з вимірюваними величинами або спостережуваними сигналами. Ускладнення істинних носіїв інформації завадами, які не несуть жодної інформації про досліджувані об'єкти, є невідворотною реальністю. Неіснуючі у неускладненому завадами вигляді сигнали, які номінально фігурують у визначенні відношення сигнал-завада [Гурвич, Боганик, 1980] або спектра відношення сигнал-завада [Роман та ін., 2011], є теоретичною ідеалізацією. Практично можливим є підвищення точності визначення сигналів та їх параметрів, яке ґрунтується на статистичному ефекті повторення сигналів у їх повторних реалізаціях. Однак ідеальні значення величини і форма сигналів не досягаються ніколи.

Статистичні середнє значення і середньоквадратична абсолютна похибка є аналогами ймовірнісних функціоналів — математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення (кореня квадратного з дисперсії), заданих на множині розподілів випадкових величин. Відносна похибка є аналогом імовірнісного функціонала коефіцієнта варіації — відношення середньоквадратичного відхилення до математичного сподівання [Корн, Корн, 1974].

Статистичні та ймовірнісні функціонали випадкових величин є відповідниками резонансних функціоналів теорії коливань. Математичне сподівання — аналог резонансної частоти, середньоквадратичне відхилення — аналог ширини резонансної характеристики швидкості коливань системи. Обернені відносна похибка і коефіцієнт варіації випадкової величини — аналоги добротності коливальної системи.

Математичним аналогом оберненої добротності коливальної системи є наближення $\Delta\Omega/\Omega$ диференціала $d\Omega/\Omega$ логарифмічної функції $\ln\Omega$. Значення диференціала натурального логарифма досягають за безмежного звуження резонансної характеристики коливальної системи до дельта-функції. У поширенні в образі диференціала логарифма відношення резонансних функціоналів, поєднуваних поняттям добротності, відношення відповідних атрибутів осі частот — довільної частоти і довільного інтервалу, у її околі має місце математичне абстрагування фізичної дійсності, подібне до ньютонівського визначення числа [Математическая…, 1977; Роман, 2014]. Математичне визнання і засвоєння відмінних від класичних моделей фізичних реалій здійснено теорією узагальнених функцій [Шилов, 1965].

Логарифмічна функція є первинною ланкою розв'язання диференціального рівняння з роздільними змінними [Смирнов, 1957]. Диференціальне рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами і комплексно спряженими коренями його характеристичного многочлена є моделлю монорезонансної коливальної системи. Диференціальне рівняння парного порядку зі сталими коефіцієнтами, характеристичний многочлен якого є добутком квадратичних многочленів з комплексно спряженими коренями, моделює полірезонансну коливальну систему. Спектри відношення сигнал-завада є аналогами резонансних характеристик полірезонансних коливальних систем. Значення довільного відліку спектра відношення сигнал-завада, отриманого в результаті оптимальної фільтрації спостережених сигналів [Гурвич, Боганик, 1980], відповідає твердженню теорії ймовірностей, згідно з яким середній квадрат відхилення випадкової величини від довільно заданого її значення є найменшим і дорівнює дисперсії, якщо задане значення дорівнює середньому значенню випадкової величини.

Серед існуючих техніко-технологічних модифікацій активних сейсмічних досліджень найбільш керованою і придатною для здійснення адаптивної технології є вібраційна техніка. За можливості виконання адаптивних досліджень засобами будь-якої активної модифікації сейсморозвідки (або іншого геофізичного методу) далі використовуємо вібраційну термінологію.

Ідеалізований вираз віброграми у згортковій формі має вигляд $v=a*x$, де v — реакція геологічного середовища на збуджуваний вібратором зондувальний сигнал a; x — імпульсна сейсмограма — реакція середовища на дельта-імпульсне збудження. Спостережена в дійсності віброграма у згортковій формі має вигляд $u=a*x$, де u — ускладнена адитивною завадою n віброграма v; $u=v+n$; x — наближення імпульсної сейсмограми, яке у наведеному згортковому рівнянні для дійсно спостереженої віброграми урівноважує ускладнення ідеальної віброграми завадами.

В одних і тих самих позначеннях відповідником спостереженої віброграми в теорії коливань [Корн, Корн, 1974] є нормальна реакція

$$u(t)=\int_{-\infty}^{\infty} a(t-\tau)x(\tau)\,d\tau=\int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)x(t-\tau)d\tau\,,$$

де t і τ — часові аргументи змодельованої диференціальним рівнянням $b_0u^{(r)}(t)+b_1u^{(r-1)}(t)+$ $+...+b_{r-1}u^1(t)+b_ru(t)=a(t)$ коливальної системи на обмежену умовою $a(t)=0$ для $t\leq 0$ довільну зовнішню дію $a(t)$, де $x(t)$ — нормальна реакція системи на одиничний дельта-імпульс $\delta(t)$. Згорткові вирази нормальної реакції відповідають коливальним системам, що реалізуються фізично, для яких за наведеної для $a(t)$ умови $u(t)=u^{(1)}(t)=...=u^{(r-1)}(t)=0$ для $t\leq 0$ і $x(t-\tau)=x^{(1)}(t-\tau)=0$ для $t\leq\tau$. Оскільки далі йтиметься про реальні системи, нормальність їх реагування на нормальні зовнішні дії не підкреслюватимемо. Рівність наведених згорткових виразів зумовлюється комутативністю згортки. Реально інтегрування підінтегральних виразів у згортках виконують у межах скінченного відрізка часу. Інтегруванням у нескінченних границях умовно завбачується довільна тривалість фізично фінітних згорткових множників, яка для сейсмічних реалій може бути значною.

Пізнавально значущим є диференціальне моделювання як реальних коливальних систем з відмінним від нуля коефіцієнтом згасання, так і граничних ідеальних коливальних систем без згасання коливань і необмеженим зростанням у часі їх амплітуди, оскільки реальні резонансні системи — це фізика, а ідеальні резонансні системи — математика. Відсутність згасання коливань, як і відсутність завад, у дійсності не досягається ніколи.

Сучасні сейсмічні дослідження здійснюються дискретними у просторовому вимірі системами спостережень з використанням цифрової техніки реєстрування і оброблення дискретизованих у часі і за амплітудою спостережених сигналів. Для оперування з дискретними системами і сигналами достатньо застосування використовуваних далі векторно-матричних виражальних і операційних математичних засобів.

Згортки функцій неперервного аргументу, наприклад спостережена віброграма $u=a*x$, у векторній формі мають вигляд

$$u_k=\sum_{i+j=k} a_i x_j\,,\; i=0,1,...,l\,;\; j=0,1,...,m\,,$$

де $(a_0, a_1,\ldots, a_1)$ і $(x_0, x_1,\ldots, x_m)$ — скінченновимірні векторні відповідники дискретизованих фінітних функцій неперервного аргументу (у цьому випадку часу).

У векторно-матричній формі згорткова спостережена віброграма має вигляд $u=Ax$, де A — прямокутна матриця згортки [Роман та ін., 2011], твірним вектором якої є вектор a згорткового виразу. На підставі комутативності згортки згортково-матрична відповідність за потреби може бути виражена з використанням матриці згортки, твірним вектором якої є другий згортковий векторний множник.

Основою наведених векторно-матричних відповідностей є ізоморфізм множини векторів з операцією згортки-множення на множину квадратних матриць з операцією множення матриць. Ізоморфним образом твірного вектора матриці згортки є квадратна матриця, отримана з прямокутної матриці згортки в разі обмеження її до квадратної матриці з початковим елементом твірного вектора на діагоналі. Комутативність і відповідність порядків матриць-співмножників зумовлюються комутативністю згортки їх векторних відповідників. Векторно-матричний ізоморфізм згорток забезпечує можливість використання для потреб сейсмічних досліджень (взагалі, будь-яких фізичних досліджень) теорії і обчислювальних засобів розвинутої матричної математики. Деконволюція сейсмічних сигналів, на якій ґрунтуються послідовна теорія і ефективна практика адаптивних сейсмічних досліджень, ключовим поняттям і чинником яких є спектри відношення сигнал-завада, зводиться до розв'язання систем лінійних алгебричних рівнянь, основою якого є обернення матриць.

Резонансні властивості коливальних систем виявляються в результаті дії на них зовнішніх чинників, однак суть резонансних явищ визначається внутрішніми параметрами систем. Вичерпна характеристика коливальної системи може бути отримана з її приведеного однорідного диференціального рівняння, яке моделює поведінку системи за відсутності актуальної зовнішньої дії на неї.

Алгебричним образом однорідного диференціального рівняння є його характеристичне рівняння, яке однозначно визначається відповідним характеристичним многочленом. Множина многочленів з властивою їм операцією множення ізоморфна множині векторів їх коефіцієнтів з операцією згортки. При цьому індекси компонент згорткового добутку відповідають показникам степеня змінної добутку многочленів. Ізоморфна відповідність векторів і многочленів (узагальнено дискретних послідовностей і степеневих рядів) є дискретним аналогом ізоморфізму множини сигналів (функцій часу) з операцією згортки на множину їх спектрів (функцій частоти) з властивою їм операцією множення значень однакового аргументу. Спектральними образами дискретизованих прообразів неперервного фур'є-перетворення є многочлени і степеневі ряди, членами яких є значення параметричного фур'є-функціонала. Спектральними образами дискретного матричного фур'є-перетворення є вектори коефіцієнтів названих многочленів і рядів.

Вище показано, що множина векторів, у цьому випадку векторів коефіцієнтів многочленів, ізоморфна множині квадратних згорткових матриць. Отже, з тотожності $a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots$ $\ldots+a_{n-1}x+a_n=a_0(x-x_1)(x-x_2)(x-x_n)$ випливає тотожність матричних виразів

$$[a]=a_0[x_1][x_2]\ldots[x_k]\ldots[x_n],$$

де

$$[a]=\begin{bmatrix} a_0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ a_1 & a_0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & a_0 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & \ldots & a_0 & 0 \\ a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \ldots & a_1 & a_0 \end{bmatrix},$$

$$[x_k]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ -x_k & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & -x_k & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & -x_k & 1 \end{bmatrix},$$

x_k, k=1, 2,…, n — корінь многочлена степені n.

Оскільки

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ -x_k & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & -x_k & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & -x_k & 1 \end{bmatrix}^{-1}=$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ x_k & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ x_k^2 & x_k & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_k^{n-1} & x_k^{n-2} & x_k^{n-3} & \ldots & 1 & 0 \\ x_k^n & x_k^{n-1} & x_k^{n-2} & \ldots & x_k & 1 \end{bmatrix},$$

то $[a]^{-1}=a_0^{-1}[x_1]^{-1}[x_2]^{-1}\ldots[x_n]^{-1}$.

Поширення відповідності многочленів і матриць у разі як завгодно високих, потенційно нескінченних степенів многочленів і порядків матриць природним чином визначає упорядкування многочленів за зростання степеня змінної. Характеристичні многочлени диференціальних рівнянь упорядковані, отже, у зворотному відносно природного порядку. Згортка послідовностей, наприклад послідовностей коефіцієнтів многочленів, одна з яких упорядкована у зворотному порядку, є кореляцією. Двійка многочленів з протилежно упорядкованими послідовностями коефіцієнтів має взаємно обернені корені, серед яких не має бути таких, що дорівнюють нулю. Характеристичні многочлени диференціальних рівнянь реальних резонансних систем цій умові відповідають.

Трансформована матриця $[\alpha]$, де α — довільний корінь многочлена, може бути подана у вигляді

$$[\alpha]^T=-\alpha\Lambda,\ \Lambda=D-\lambda E,\ \lambda=\frac{1}{\alpha},$$

де матриця Λ — комірка Жордана [Курош, 1959]; E — одинична матриця; D — вироджена матриця оператора лінійного скінченновимірного або зліченновимірного диференціювання відповідно многочленів або степеневих рядів у базисі $\frac{(x-x_0)^k}{k!}$, k– 0, 1,…, n для многочленів степеня n або k= 0, 1,…, ∞ для рядів; x_0 — точка розкладу многочлена або степеневого ряду як функцій неперервного аргументу в ряд Тейлора.

Комірка Жордана відповідає кореню характеристичного многочлена диференціального рівняння. Отже, характеристичному многочлену відповідає матриця Жордана [Курош, 1959], а характеристичному рівнянню — лінійне однорідне різницеве рівняння зі сталими коефіцієнтами

$$(a_0 D^r + a_1 D^{r-1} + ... + a_{r-1} D + a_r)\, u_k = 0\,,$$

де u_k — значення функції $u(\lambda)$ на дискретній множині значень неперервного аргументу $\lambda=\lambda_k=\lambda_0+k\Delta\lambda$; $\Delta\lambda$ — фіксоване [Корн, Корн, 1974]. Стягування інтервалу дискретизації неперервного аргументу в точку і, відповідно, звуження фінітного фрагмента заданої на ньому функції до дельта-функції мають фіналом трансформації різницевого рівняння граничне диференціальне рівняння.

Розв'язання лінійного однорідного різницевого рівняння в матричній формі зводиться до визначення власних значень і власних векторів матриць $Au=\lambda u$ або $(A-\lambda E)u=0$, де визначник $|A-\lambda I|$ характеристичної матриці $A-\lambda I$ є характеристичним многочленом матриці A, а його корені — її характеристичними коренями. Власні вектори, які відповідають власним значенням λ_k, є розв'язками систем лінійних однорідних рівнянь $(A-\lambda_k E)u=0$, k–1, 2,…, n. Матриці, всі характеристичні корені яких є комплексними числами (і тільки такі матриці), приводяться у полі комплексних чисел до жорданових матриць [Курош, 1959]. Коренями характеристичних многочленів диференціальних рівнянь коливальних резонансних систем є спряжені комплексні числа. Отже, практичні потреби обчислювального супроводження гранично ефективних адаптивних сейсмічних досліджень, пов'язаних з використанням значень спектрів відношення сигнал-завада — аналогів добротності резонансних систем, вичерпуються оперуванням матрицями, подібними до матриць Жордана.

Принципи надмірної енергетичної та матеріально-технічної надлишковості систем і даних спостережень, на які покладається сучасна нафтогазова сейсморозвідка з метою забезпечення належної якості досліджень, є малообґрунтованими і надто витратними. Альтернативою є розроблення і застосування адаптивної технології сейсмічних досліджень і технічних засобів її реалізації в інформаційно та економічно ефективних адаптивних техніко-технологічних сейсмокомплексах.

Визначальною кількісною характеристикою якості гранично ефективних адаптивних сейсмічних досліджень є спектри відношення сигнал-завада. Серед розглянутих їх аналогів і можливих варіантів запозичення термінології найбільш лаконічним і акцентованим на якість є поняття добротності адаптивних сейсмічних досліджень.

Список літератури

Гурвич И. И., Боганик Г. Н. Сейсмическая разведка: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. Москва: Недра, 1980. 551 с.

Жуков А. П., Колесов С. В., Шехтман Г. А., Шнеерсон М. Б. Сейсморазведка с вибрационными источниками. Тверь: ООО «Издательство ГЕРС», 2011. 412 с.

Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1974. 831 с.

Курош А. Г. Курс высшей алгебры. 6-е изд., перераб. и доп. Москва: Физматгиз, 1959. 431 с.

Математическая энциклопедия. Т. 5. Москва: Сов. энциклопедия, 1977. С. 868.

Роман В. І. Спектри відношення сигнал-завада адаптивних геофізичних досліджень. *Геофиз. журн.* 2014. Т. 36. № 2. С. 186—191.

Роман В. І., Закарієв Ю. Ш., Рябошапко С. М., Попков В. С., Богаєнко М. В., Гринь Д. М., Мукоєд Н. І. Техніко-технологічні комплекси для адаптивних сейсмічних досліджень. *Збірник наукових праць УкрДГРІ.* 2015. № 1. С. 37—45.

Роман В.І., Шпортюк Г. А., Гринь Д. М., Мукоєд Н. І. Адаптивні сейсмічні дослідження: моделі реєстрації сейсмічних полів. *Геофиз. журн.* 2011. Т. 27. № 6. С. 152—156.

Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. II. Москва: Гос. Изд-во техн.-теорет. лит., 1957. 628 с.

Шилов Г. Е. Математический анализ. Второй специальный курс. Москва: Наука, 1965. 328 с.

Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. Москва: Наука, 1968. 939 с.

Good quality of adaptive seismic studies

© V. I. Roman, 2016

Energy and material and technical excess of systems and data of observations, which are the base of modern oil and gas seismic exploration, are not well grounded and excessively cost-based. An alternative for the rise of effectiveness and economy of oil and gas seismic exploration is elaboration and application of adaptive technology of seismic studies and technical means of its realization. The necessity appears to have a comfortable and corresponding to the area of application terminological ensuring of adaptive seismic exploration. Determinative quantitative characteristics of the quality of the utmost effective adaptive seismic studies are the spectra of the ratio the signal-noise. Among the names of their analogues examined and possible variants of terminological adoption the most laconic and accentuated to quality is the notion of good quality.

Key words: adaptive seismic studies, adaptive seismic complex, spectrum of the ratio signal-noise, oscillatory systems, resonance, good quality, functional, isomorphism, the field of complex numbers.

References

Gurvich I. I., Boganik G. N., 1980. Seismic: A Textbook for high schools. 3rd ed., rev. Moscow: Nedra, 551 p. (in Russian).

Zhukov A. P., Kolesov S. V., Shekhtman G. A., Shneerson M. B., 2011. Seismic exploration of the vibrating source. Tver: OOO "Publishing GERS", 412 p. (in Russian).

Korn G., Korn T., 1974. Handbook of mathematics for scientists and engineers. Moscow: Nauka, 831 p. (in Russian).

Kurosh A. G., 1959. Course of higher algebra. 6th ed., rev. and ext. Moscow: Fizmatgiz, 431 p. (in Russian).

Mathematical encyclopedia, 1977. Vol. 5. Moscow: Sovetskaya entsiklopediya, P. 868 (in Russian).

Roman V. I., 2014. Signal-noise ratio of adaptive geophysical studies. *Geofizicheskiy zhurnal* 36(2), 186—191 (in Ukrainian).

Roman V. I., Zakariyev Yu. Sh., Ryaboshapko S. M., Popkov V. S., Bohayenko M. V., Gryn' D. M., Mukoyed N. I., 2015. Technical and technological complexes for adaptive seismic studies. *Zbirnyk naukovykh prats' UkrDHRI* (1), 37—45 (in Ukrainian).

Roman V. I., Shportyuk H. A., Gryn' D. M., Mukoyed N. I., 2011. Adaptive seismic studies: of model of seismic fields registration. *Geofizicheskiy zhurnal* 27(6), 152—156 (in Ukrainian).

Smirnov V. I., 1957. Course of higher mathematics. Vol. II. Moscow: State Publ. House technical and theoretical literature, 628 p. (in Russian).

Shilov G. E., 1965. Mathematical analysis. Second special course. Moscow: Nauka, 328 p. (in Russian).

Yaworskiy B. M., Detlaf A. A., 1968. Handbook of physics. Moscow: Nauka, 939 p. (in Russian).