

## ДО 60-РІЧЧЯ ІВАНА МИХАЙЛОВИЧА ЦИФРИ



Доктор фізико-математичних наук Іван Михайлович Цифра народився 11 жовтня 1957 р. у с. Велятині Хустського р-ну Закарпатської обл. Видатні математичні здібності учня проявилися вже у школі. В 1972 р., після закінчення 8-го класу велятинської школи, хлопчик був прийнятий у спеціалізовану школу-інтернат № 2 м. Ужгород з поглибленим вивченням математики. У 1974 р. він вступає до Московського інженерно-фізичного інституту на фізичний факультет, а в 1976 р. переводиться до Московського фізико-технічного інституту (МФТІ). За сімейними обставинами в 1977 р. повертається в Ужгород і закінчує Ужгородський державний університет за спеціальністю “Теоретична фізика” в 1980 р.

Наукова діяльність І. М. Цифри почалась у 1981 р. в аспірантурі Інституту математики АН УРСР під керівництвом професора, член-кореспондента АН УРСР В. І. Фушича. В 1984р., по закінченні аспірантури, він був направлений в Інститут геофізики ім. С. І. Субботіна АН УРСР.

У тому самому році молодий вчений вперше виходить на рівень міжнародних наукових відносин на семінарі “Теоретико-групові методи в фізиці”, що проходив у м. Юрмала. У 1986 р. в Інституті математики АН УРСР М. І. Цифра захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук на тему: “Симметричные свойства нелинейных уравнений для электромагнитного и спинорного полей”, а в 1999 р. — докторську дисертацію на тему: “Умовна інваріантність і редукція нелінійних диференціальних рівнянь”.

Науковий стаж Івана Михайловича Цифри в Інституті геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України становить 33 роки. На цьому шляху від молодшого наукового співробітника лабораторії ядерної геофізики до провідного наукового співробітника відділу математичної геофізики І. М. Цифра тільки до 2010 р. опублікував 43 фундаментальні наукові праці з фізики й геофізики у вітчизняних і закордонних виданнях.

Одним із основних досягнень наукової діяльності фізика-теоретика І. М. Цифри в Інституті геофізики НАН України є успішне застосування в задачах геофізики теоретико-групового аналізу диференціальних рівнянь, яке розпочав ще у XIX ст. видатний норвезький математик Софус Лі. У 1987 р. В. І. Фушич і І. М. Цифра запропонували і обґрунтували новий метод дослідження симетрії диференціальних рівнянь з частинними похідними — метод умовної інваріантності, який є узагальненням класичного методу. Перевага методу умовної інваріантності порівняно з класичним методом полягає у розширенні класу спеціальних підстановок, так званих анзаців, які редукують досліджуване рівняння до рівняння з меншим числом незалежних змінних, а також у розширенні класу диференціальних рівнянь, до яких можна застосовувати метод редукції. Використавши умовну інваріантність, Іван Михайлович Цифра знайшов розв’язки нелінійних хвильових рівнянь і рівняння теплопровідності, які не можуть бути отримані в рамках класичного підходу.

Методи групового аналізу І. М. Цифра застосував для дослідження теоретико-групових властивостей диференціальних рівнянь, що описують процеси перенесення нейтронів у геологічних середовищах, рівнянь Максвелла і системи рівнянь типу реакції—дифузії, яка описує поширення електромагнітних хвиль у нелінійному геосередовищі. І. М. Цифра показав, що відомий розв'язок рівняння сповільнення нейтронів, запропонованого І. А. Козачком, для нескінченного однорідного середовища є інваріантним розв'язком відносно шестипараметричної групи. Для рівняння сповільнення нейтронів з двома незалежними змінними знайдено однопараметричну групу симетрії, коли асимптотична довжина релаксації є не сталою величиною, а певною функцією від енергетичної змінної, збудовано інваріантний розв'язок цього рівняння. Відомо, що скінченні групові перетворення відображають довільний розв'язок рівняння у розв'язок цього самого рівняння. Ця властивість є основою для побудови формул генерування нових розв'язків з відомих. І. М. Цифра вперше показав, як використовувати групові перетворення для побудови асимптотичного розв'язку рівняння сповільнення нейтронів.

Ще одна властивість, на яку звернув увагу І. М. Цифра в контексті аналізу й розв'язання обернених задач геофізики, — це побудова групового розшарування диференціальних рівнянь. Іван Михайлович Цифра знайшов диференціальні інваріанти першого порядку і побудував групове розшарування нестационарного рівняння дифузії теплових нейтронів за допомогою однопараметричної групи перетворень еквівалентності.

Як відомо, розв'язання тривимірних електродинамічних задач є однією з актуальних проблем сучасної геоелектрики. Зокрема, на цей час уже усвідомлено істотно тривимірний характер магнітотелурики. Більшість існуючих алгоритмів розв'язання обернених задач ґрунтуються на більш-менш точних скінченно-різницевих методах розв'язання прямої задачі та оптимізаційних алгоритмах інверсії. Однак у разі складних моделей середовища навіть розв'язання однієї прямої задачі потребує величезних обчислювальних ресурсів. І. М. Цифра запропонував використовувати симетрію рівнянь Мак-

свелла для побудови їх аналітичних розв'язків у середовищі. Він установив, що рівняння Максвелла в середовищі інваріантні щодо нескінченнопараметричної групи. За допомогою методу симетричної редукції рівняння Максвелла у чотирирівимірному просторі—часі зведено до системи звичайних диференціальних рівнянь і отримано розв'язки лінійних рівнянь Максвелла в середовищі та їх нелінійних узагальнень, що є цінною інформацією для тестування чисельних методів розв'язання тривимірних задач геоелектрики.

І. М. Цифра довів, що система рівнянь Максвелла та матеріальних рівнянь Мінковського в рухомому середовищі інваріантні щодо конформної групи, так само, як і рівняння Максвелла у вакуумі. Використавши конформну інваріантність цих рівнянь, можна побудувати розв'язки рівнянь Максвелла у рухомому середовищі методом зіставлення електродинамічних систем.

У працях Івана Михайловича Цифри показано, як можна побудувати розв'язки рівнянь математичної фізики для неоднорідного середовища із розв'язків для однорідного середовища. Ефективність методу проілюстровано на прикладі крайової задачі для стаціонарного рівняння дифузії теплових нейтронів. Як геометричну модель гетерогенного середовища взято тризонну циліндричну систему. У першій і третій зонах довжина дифузії теплових нейтронів є сталою, а у другій — квадратичною функцією від відстані. Така постановка задачі може бути використана для дослідження дифузії теплових нейтронів у гетерогенній тризонній системі, яка моделює в першому наближенні реальну систему свердловина—пласт. За допомогою групового методу збудовано розв'язок цієї задачі. І. М. Цифра довів, як узагальнити отриманий результат, якщо змінним є не тільки макроскопічний переріз поглинання нейтронів, а й коефіцієнт дифузії, причому існує певна довільність у виборі функційної залежності цих коефіцієнтів від відстані. Отже, цей метод дає змогу знаходити розв'язки для широкого класу неоднорідних середовищ. Отримані за цим методом результати для рівняння дифузії нейтронів у неоднорідних середовищах є важливими для побудови інтерпретаційних моделей нейтронних методів геофізичних досліджень свердловин.

За роки творчих пошуків в Інституті геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України вчений-геофизик Іван Михайлович Цифра запропонував новий теоретико-груповий метод аналізу і розв'язання задач геофізики у неоднорідних середовищах. Він вивчив теоретико-групові властивості диференціальних рівнянь, якими описують процеси перенесення нейтронів у геологічних середовищах. Показав ефективність застосування груп симетрії до рівнянь дифузії нейтронів під час розв'язання прямої задачі у градієнтно-неоднорідних середовищах, а також групового розшарування для зведення оберненої коефіцієнтної задачі для нестационарного рівняння дифузії нейтронів до прямої задачі. І. М. Цифра встановив, що рівняння Максвелла в середовищі допускають нескінченну симетрію, а також знайшов явний вигляд нелінійних функцій, що описують збудливі властивості геосередовища в системі рівнянь типу реакції—дифузії, коли ця система є інваріантною щодо групи перетворень Галілея. Виконав симетрійну редукцію систем рівнянь для електромагнітного поля в чотири-вимірному просторі—часі до системи звичайних диференціальних рівнянь і знайшов розв'язки рівнянь Максвелла в середовищі. Для розв'язання розглянутих задач Іван Михайлович Цифра використав як класичний метод Лі, так і запропонований в його роботах метод умовної інваріантності, в основі яких лежить твердження про симетрійну редукцію.

Створення нових методів, запропонованих І. М. Цифрою, і побудова за їх допомогою розв'язків рівнянь математичної фізики в неоднорідних середовищах має істотне значення для розв'язання фундаментальних теоретичних і прикладних задач геофізики.

Результати цих досліджень учений неодноразово висвітлював на вітчизняних і міжнародних конференціях у своїх доповідях, наприклад: “Условно-корректные задачи математической физики и анализа” (Новосибирск, 1992); “Анизотропия. Фрактали. Проблемы практического застосування” (Київ, 1994); International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics” (Kiev, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009); Workshop “Geometric Methods in Physics” (Bialoweza, Poland 2002, 2003, 2005, 2006, 2008, 2009, 2010),

“Mathematics in Technical and Natural Sciences” (Krakow—Krynica, Poland, 2007, 2010); “Group Analysis of Differential Equations and Integrable Systems”, Larnaca, Cyprus, 2014, 2016. У вересні цього року в гірському польському містечку Koscielisko, що поруч з Zakopane, відбулася XV Міжнародна конференція “Mathematics in Technical and Natural Sciences”. В рамках цієї конференції проходила спеціальна сесія, присвячена методу умовної симетрії диференціальних рівнянь та 30-річчю з дня виходу друком наукової статті W. I. Fushchich, I. M. Tsifra “On a reduction and solutions of nonlinear wave equations with broken symmetry”, Journal of Physics A, 20, 1987, L45—L48. В роботі конференції брали участь вчені з США, Німеччини, Росії, Чехії, Угорщини, Польщі та України. Іван Михайлович також доповідав про результати своїх досліджень на наукових семінарах, виступав з лекціями на посаді професора перед студентами та викладачами Brigham Young University (Provo, USA), University of Palermo (Palermo, Italy), Uniwersytet w Białymstoku (Białystok, Poland), Krakow Politechnical Institute (Krakow, Poland).

І. М. Цифра був відповідальним виконавцем і науковим керівником багатьох держбюджетних тем Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України та наукових проектів, зокрема “Теоретико-групові методи аналізу й розв'язання прямих та обернених коефіцієнтних задач перенесення в градієнтно-неоднорідних геологічних середовищах”, “Теоретико-групові методи аналізу й розв'язання прямих і обернених задач перенесення в неоднорідних середовищах”, яку фінансував ДФФД України в 1992—1995 рр.

Івану Михайловичу Цифрі властиві глибока людяність, інтелігентність, чуйність, співчуття до людини і рідної землі. У рік трагедії на Чорнобильській АЕС за власним бажанням Іван Михайлович будував селище для мешканців, евакуйованих із зони аварії.

Колеги і друзі Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна Національної Академії наук України щиро вітають шановного ювіляра — видатного вченого, вірного сина свого народу, добру й щирю Людину — Івана Михайловича Цифру — і бажають йому міцного здоров'я, родинного щастя і довгих плідних років життя!

*О. О. Герасименко*

## Перелік публікацій І. М. Цифри за період 1983—2017 рр.

- Цифра І. М.* О системах дифференциальных уравнений, инвариантных относительно конформной группы и группы Шредингера. В кн.: *Теоретико-алгебраические методы в задачах математической физики*. Киев: Изд. Ин-та математики АН УССР, 1983.
- Цифра І. М.* Симметричные свойства и некоторые точные решения нелинейных уравнений для электромагнитного и спинорного полей. В кн.: *Теоретико-групповые исследования уравнений математической физики*. Киев: Изд. Ин-та математики АН УССР, 1985.
- Фуцич В. И., Цифра І. М.* О симметрии нелинейных уравнений электродинамики. *Теоретическая и математическая физика*. 1985. Т. 64. № 1. С. 41—50.
- Фуцич В. И., Цифра І. М.* Конформно-инвариантные нелинейные уравнения для электромагнитного поля. В кн.: *Теоретико-групповые методы в физике*. Москва: Наука, 1986.
- Козачок І. А., Цифра І. М.* Єдиність розв'язку редукованої оберненої задачі многозондового нейтронного каротажу. *Доп. АН УРСР. Сер. Б.* 1986. № 8.
- Цифра І. М.* Симметричные свойства нелинейных уравнений для электромагнитного и спинорного полей: *Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук*. Наук. Киев, 1986.
- Fushchich W. I., Tsyfra I. M.*, 1987. On a reduction and solutions of nonlinear wave equations with broken symmetry. *J. Physics A* 20(2), L45—L48.
- Цифра І. М.* О расширении симметрии и точных решениях нелинейного уравнения диффузионного типа. В кн.: *Симметричный анализ и решения уравнений математической физики*. Киев: Изд. Ин-та математики АН УССР, 1988.
- Козачок І. А., Цифра І. М.* О единственности решения редуцированной обратной задачи многозондового нейтронного каротажа. *Геофиз. журн.* 1989. Т. 11. № 6.
- Козачок І. А., Цифра І. М.* Застосування теоретико-групового аналізу при розв'язуванні задач переносу в градієнтно-неоднорідних середовищах. *Доп. НАН України*. 1993. № 1.
- Бойко В. М., Цифра І. М.* Умовна симетрія рівняння неперервності для електромагнітного поля. *Доп. НАН України*. 1995. № 5.
- Цифра І. М.* Нові анзаци для нелінійних рівнянь теплопровідності. *Доп. НАН України*. 1996. № 9.
- Жданов Р. З., Цифра І. М.* Редукція диференціальних рівнянь і умовна симетрія. *Укр. матем. журн.* 1996. Т. 48. № 5.
- Fushchich W. I., Tsyfra I. M.* Nonlocal ansatzes for nonlinear wave equations. *Доп. НАН України*. 1994. № 10. 34—39.
- Fushchich W. I., Boyko V. M., Tsyfra I. M.*, 1994. Nonlinear representations for Poincaré and Galilei algebras and nonlinear equations for electromagnetic field. *J. Nonl. Math. Phys.* 1(2), 210—221.
- Tsyfra I. M.*, 1995. Symmetry and nonlocal ansatzes for nonlinear heat equations. *J. Nonl. Math. Phys.* 2(3-4), 312—318.
- Tsyfra I. M.*, 1995. Non-Lie ansatzes for nonlinear heat equations. *J. Nonl. Math. Phys.* 2(1), 90—93.
- Fushchich W. I., Tsyfra I. M.*, 1997. On new Galilei- and Poincaré-invariant nonlinear equations for electromagnetic field. *J. Nonl. Math. Phys.* 4 (1-2), 44—48.
- Tsyfra I. M.* New nonlinear Poincaré-invariant equations for electromagnetic field. *Доп. НАН України*. 1997. № 1.
- Tsyfra I. M.*, 1997. Non-local ansätze for nonlinear heat and wave equations. *J. Physics A* 30(6), 2251—2262.
- Symenoh Z. I., Tsyfra I. M.* Equivalence transformations and symmetry of the Schrodinger equation with variable potential. In: *Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics*. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine, 1997.
- Tsyfra I. M.* Conformal invariance of the Maxwell-Minkowski equations. In: *Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics*. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine, 1997.
- Fushchich W. I., Symenoh Z. I., Tsyfra I. M.*, 1998. Symmetry of the Schrödinger equation with variable potential. *J. Nonl. Math. Phys.* 5(1), 13—22.
- Цифра І. М.* Лоренц-інваріантні рівняння неперервності для електромагнітного поля. *Праці Інституту математики НАН України*. 1998. Т. 19.
- Цифра І. М.* Неточкові симетрії і редукція диференціальних рівнянь. *Праці Інституту математики НАН України*. 1998. Т. 19.
- Цифра І. М.* Умовна інваріантність і редукція нелінійних диференціальних рівнянь: *Автореф. дис. ... д-ра фіз.-мат. наук*. Київ, 1999.

- Zhdanov R. Z., Popovych R. O., Tsyfra I. M., 1999. A precise definition of reduction of partial differential equations. *J. Math. Anal. Appl.* 238(1), 101—103.
- Tsyfra I. M. Symmetries and reductions of partial differential equations. In: *Symmetry in nonlinear mathematical physics*. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine. 2000. Vol. 30.
- Kozachok I. A., Symenoh Z. I., Tsyfra I. M. On applications of group method to problems of mathematical physics in nonhomogeneous medium. *Праці Інституту математики НАН України*. 2001. Т. 36.
- Tsyfra I. M. Conditional symmetry reduction and invariant solutions of nonlinear wave equations. In: *Symmetry in nonlinear mathematical physics*. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine. 2002. Vol. 43.
- Козачок І. А., Цифра І. М. Теоретико-груповий аналіз фізических полів в градієнтно-неоднородних середках і його применення в проблемі дифузії теплових нейтронів. *Геофиз. журн.* 2004. Т. 26. № 2. 122—127.
- Messina A., Napoli A., Tretynyk V., Tsyfra I., 2004. On application of non-point and discrete symmetries for reduction of the evolution-type equations. In: *Symmetry in nonlinear mathematical physics*. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine. Vol. 50.
- Tsyfra I., 2004. On the symmetry approach to reduction of partial differential equations. ArXiv: math.-phys/ 0401057v1. P. 1—7.
- Tsyfra I., 2004. Symmetry reduction of nonlinear differential equations. In: *Symmetry in nonlinear mathematical physics*. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine. Vol. 50.
- Tsyfra I., Napoli A., Messina A., Tretynyk V., 2005. On new ways of group methods for reduction of evolution-type equations. *J. Math. Anal. Appl.* (307), 724—735.
- Kozachok I., Czyzycki T., Tsyfra I., 2005. Application of group analysis to problems of mathematical physics in nonhomogeneous medium. Uniwersytet Jagiellonski, Matematyka Stosowana, Krakow.
- Цифра І. М. Симетрійна редукція диференціальних рівнянь в частинних похідних з двома незалежними змінними. *Збірник праць Інституту математики НАН України*. 2006. Т. 3. № 2.
- Tsyfra I., 2007. Symmetry of the Maxwell and Minkowski equations system. *J. Geom. Symmetry Phys.* 9, 75—81.
- Мессина А., Чижицкий Т., Цифра И. Свойства симметрии и их использование при решении уравнений Максвелла в неоднородных средах. *Геофиз. журн.* 2008. Т. 30. № 1. 111—117.
- Czyzycki T., Tsyfra I., 2009. Group transformations with discrete parameter and invariant Schrödinger equation. American Institute of Physics Conference Proceedings, Melville, New York.
- Цифра И. М. Использование симметрии для построения решений уравнений Максвелла в среде. *Доп. НАН України*. 2010. № 5.
- Цифра І. М. Застосування теоретико-групового аналізу до рівнянь ядерної геофізики. *Доп. НАН України*. 2010. № 6.
- Цифра И. М. Группы эквивалентности в задачах диффузии нейтронов в неоднородной среде. *Геофиз. журн.* 2010. Т. 32. № 3. 78—85.
- Цифра И. М., Шуман В. Н. Параболические системы типа “реакция—диффузия” при моделировании процессов генерации и распространения электромагнитной эмиссии литосферы и методы их анализа. *Геофиз. журн.* 2010. Т. 32. № 5. 51—60.
- Tsyfra I., 2010. Symmetry reduction of evolution and wave type equations. In: *Geometric methods in Physics*. American Institute of Physics Conference Proceedings, Melville, New York, P. 175—180.
- Цифра И. М., Чижицкий Т. Эквивалентность и интегрируемость дифференциальных уравнений второго порядка. *Докл. АН Беларуси*. 2011. Т. 55. № 1. С. 10—15.
- Zonenberg J., Tsyfra I., 2013. On new reduction of nonlinear wave type equations via classical symmetry method. In: *Trends in Mathematics. Geometric Methods in Physics, XXXII Workshop, Poland*. JunBasel: Birkhauser Verlag. P. 215—221. doi: 10.1007/978-3-319-06248-8 18.
- Tsyfra I., Czyzycki T., 2014. Symmetry and Solution of Neutron Transport Equations in Nonhomogeneous Media. *Abstract and Applied Analysis*, Article ID 724238, P. 1—9.
- Tsyfra I., Czyzycki T., 2015. Non-point Symmetry and Reduction of Nonlinear Evolution and Wave Type Equations. *Abstract and Applied Analysis*, Article ID18275, P. 1—6.
- Tsyfra I., Rzeszut W., Vladimirov V., 2017. Lie-Backlund symmetry and noninvariant solutions of nonlinear evolution equations. ArXiv: math.-phys/1701.03722v1. P. 1—8.