

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ ПРИ ДИЖЕНИИ ГИДРОСМЕСИ В КАНАЛЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

При безнапорном гидротранспортировании отходов обога-
тельных предприятий имеет место движение расслоившейся гид-
росмеси [1, 2]. Представляет немалый интерес аналитическое опре-
деление гидравлических потерь в этом случае. Особенностью та-
кого течения является существование дополнительного трения ме-
жду слоями.

Представим течение гидросмеси в виде двух слоев жидкости
с различными плотностями. При этом верхний слой - гидросмесь,
которая в процессе движения вдоль канала освобождается от твер-
дых включений за счет их осаждения в нижний слой. Поэтому
верхний слой рассматривается как жидкость с переменной плотно-
стью, которая несет твердые включения. Объемную концентрацию
плотности этих включений обозначим χ .

В дальнейшем параметры верхнего слоя будем обозначать
индексом "1", а нижнего - индексом "2".

Нижний слой аналогичен верхнему, но имеет свои значения
плотности и концентрации, и в нем отсутствует процесс осаждения
твердых частиц.

Основной задачей при этом является определение коэффици-
ентов трения между слоями λ_{21} и между дном и нижним слоем -
 λ_2 . Величины этих коэффициентов определяются по известным
формулам гидравлики [2, 3]

$$\lambda_2 = 8 \frac{\tau_2}{\rho_2 V_2^2}; \quad \lambda_{21} = 8 \frac{\tau_{21}}{\rho_1 (V_1 - V_2)^2};$$

где τ_1, τ_{21} - соответственно касательные напряжения на дне канала
и между слоями; ρ_2, ρ_1 - плотности слоев; V_1, V_2 - осредненные
скорости слоев.

Для канала бесконечной ширины, предполагая, что слои движутся вдоль канала с различными скоростями, искомые величины не зависят от поперечной координаты. Поэтому для безразмерного профиля скоростей ω краевая задача будет иметь вид [4]:

$$\frac{d^2 \omega_j}{dy^2} = -1; \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

$$\omega_2 = 0 \text{ при } y = 0; \quad (2)$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_2 \bar{v} \quad \frac{d\omega_1}{dy} = \bar{\rho} \frac{d\omega_2}{dy} \quad \text{при } y = \delta_2; \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_1}{dy} = 0 \quad \text{при } y = \delta_2 + \delta_1; \quad (4)$$

где $\omega_i = \frac{\bar{v}_i W_i}{gb \sin \alpha}$; δ_1, δ_2 - соответственно, поперечные размеры слоев;

$2b$ - ширина канала; W_1 - скорость слоя; α - угол наклона канала;

ν_i - кинематическая вязкость слоя.

Решение уравнения (1) имеет вид:

$$\omega_i = \alpha_i + b_i y - \frac{1}{2} y^2, \quad i = 1, 2.$$

Постоянные a_j и определим из краевых условий (2)-(4), которые приводят к следующим соотношениям

$$a_2 = 0; \quad (5)$$

$$b_1 = \delta_2 + \delta_1; \quad (6)$$

$$\alpha_2 + b_2 \delta_2 - \frac{1}{2} \delta_2^2 = \alpha_1 + b_1 \delta_2 - \frac{1}{2} \delta_2^2 \bar{v};$$

$$b_1 - \delta = \rho b_2 - \delta_2;$$

$$\rho = \frac{\rho_2}{\rho_m}; \quad \bar{v} = \frac{\nu_1}{\nu_2},$$

где ρ_m, ρ_2 - соответственно плотность жидкости и материала; ν_1, ν_2 - кинематические вязкости слоев. Из этих уравнения с учетом (5) и (6) найдем коэффициенты a_1 и b_2 :

$$b_2 = \delta_2 + \frac{\delta_1^2}{\rho};$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\rho} - \delta_1 \delta_2 + \bar{v} - \frac{\delta_2}{2} + \frac{\delta_1 \delta_2}{\rho}.$$

Для касательного напряжения на дне канала получим:

$$\tau_2 = g_2 g \sin(\alpha) b \frac{\delta_1}{\rho} + \delta_2;$$

соответственно на границе слоев:

$$\tau_{12} = g_2 \rho \sin(\alpha) b \delta_1.$$

Безразмерная средняя скорость жидкости в каждом из слоев:

$$V_2 = \delta_2 \delta_1 \frac{1}{2\rho} + \frac{1}{3} \delta_2^2,$$

$$V_1 = \bar{v} \delta_2 \delta_1 \frac{1}{\rho} + \frac{1}{2} \delta_2 + \frac{1}{2} \delta_1^2.$$

Отсюда для коэффициентов потерь λ_2 , λ_{21} на трение о границы можно записать

$$\lambda_2 = \frac{\delta_1 / \bar{\rho} + \delta_2 8v_2^2}{g \sin(\alpha) b^3 \frac{\delta_2^3 \delta_1}{2\rho} + \delta_2^2 / 3}, \quad (7)$$

$$\lambda_{21} = \frac{\delta_1 v_{12}^2}{g \sin(\alpha) b^3 V_1 - \bar{v} - V_2^2}. \quad (8)$$

Таким образом, на основании выражений (7) и (8) возможна аналитическая оценка потерь напора при безнапорном гидротранспортировании расслоившейся жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асауленко И.А., Витошкин Ю.К., Карасик В.М. Теория и прикладные аспекты гидротранспортирования твердых материалов. - Киев: Наук. думка, 1991. - 364 с.
2. Чоу В.Т. Гидравлика открытых каналов. - М.: Стройиздат, 1969. - 200 с.
3. Кочин М.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. - М.: ГИФМЛ, Ч. 1, 1963. - 400 с.
4. Богатырев А.Д., Зубынин Ю.Л. Разделение минералов во взвесенесущих потоках малой толщины. - М.: Недра, 1973. - 372 с.