

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Усаченко Б.М., Кириченко В.Я., Шмиголь А.В. Охрана подготовительных выработок глубоких горизонтов шахт Западного Донбасса: Обзор / ЦНИЭИуголь. – М., 1992. – 168 с.
2. Усаченко Б.М. Свойства и устойчивость горных выработок. – К.: Наук. думка, 1979. – 135 с.
3. Виноградов В.В. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок. – К.: Наук. думка, 1989. – 192 с.
4. Выгодин М.А., Евтушенко В.В. Устойчивость вмещающего массива пород и вопросы технологии сооружения горных выработок // Шахтное строительство. – 1989, № 8. – с. 4 – 8.

УДК 622.831.3

А.А. Бобылев, В.В. Левит

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С УЧЕТОМ СТРУКТУРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОРОД ВБЛИЗИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТВОЛОВ

Современное шахтное строительство ведется преимущественно в сложных горно-геологических условиях. Существующие нормативные рекомендации не могут охватить всевозможные условия проектирования подземных конструкций. Поэтому успешное решение задач, связанных с обеспечением эксплуатационной надежности вертикальных стволов, требует привлечения методов математического моделирования для прогнозирования геомеханических процессов в окружающих породных массивах и расчета параметров крепи.

Основная особенность работы крепи вертикальных стволов заключается в том, что крепь нагружается в процессе совместного деформирования с вмещающим породным массивом, вследствие чего нагрузки на крепь не могут быть заданы априорно, как исходные данные к расчету, а должны определяться в процессе единого расчета всей деформируемой системы «крепь ствола – породный массив».

В настоящей работе предложена математическая модель геомеханических процессов вблизи вертикальных стволов с учетом естественной и наве-

денной структурной неоднородности приконтурных пород.

В качестве расчетной схемы взаимодействия крепи ствола и вмещающего породного массива используется континуальная модель [1], в соответствии с которой крепь моделируется сплошным неоднородным полым цилиндром переменной толщины, а породный массив — сплошной слоистой средой с цилиндрическим отверстием.

Напряженно-деформированное состояние горных пород и элементов крепи ствола описывается следующими нелинейными физическими соотношениями:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E^*} [\sigma_x - \nu^* (\sigma_y + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E^*} [\sigma_y - \nu^* (\sigma_x + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E^*} [\sigma_z - \nu^* (\sigma_x + \sigma_y)]; \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G^*} \tau_{xy}; \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{G^*} \tau_{yz}; \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{G^*} \tau_{zx};\end{aligned}\tag{1}$$

где

$$E^* = E_0 \left(1 - a \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{с.ж}} \right)^l \right);$$

$$\nu^* = \nu_0 \left(1 + b \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{с.ж}} \right)^m \right);$$

$$G^* = \frac{E^*}{2(1 + \nu^*)};$$

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}.$$

Значения коэффициентов E_0 , ν_0 , a , b , l , m определяются на основе результатов лабораторных испытаний образцов горных пород и элементов крепи.

Для учета естественной неоднородности породного массива и неоднородности приконтурных пород, наведенной при проходе ствола и проведении

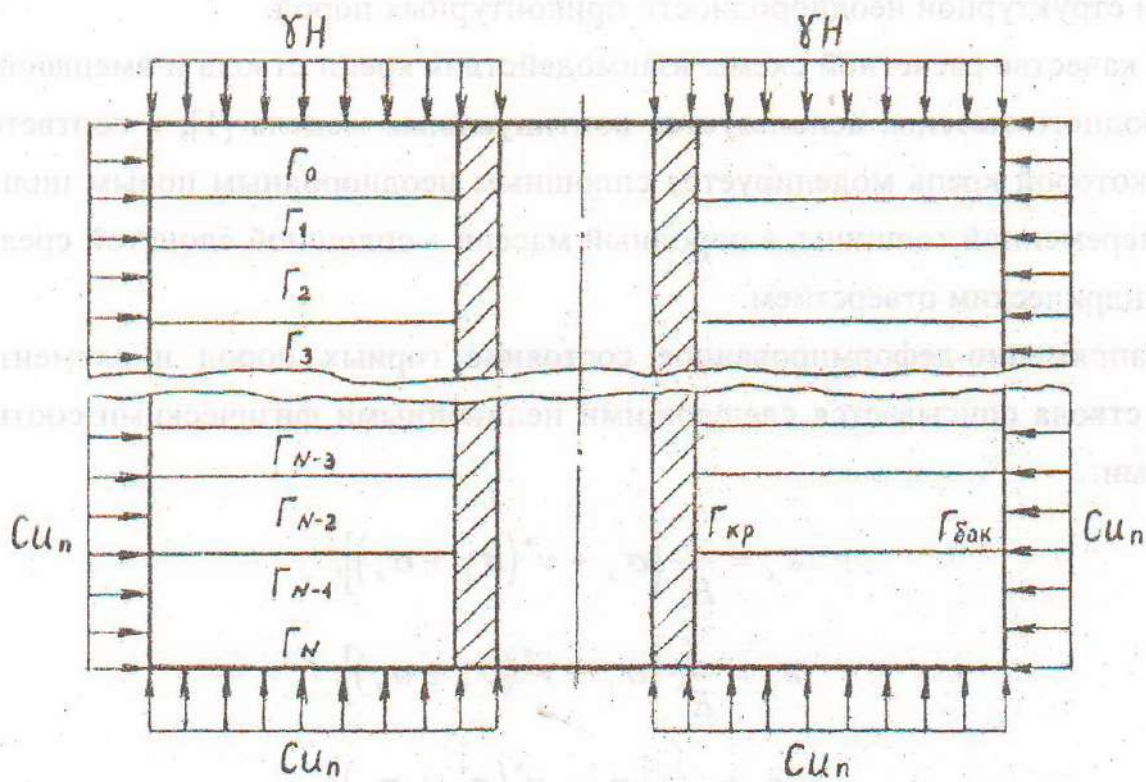


Рисунок 1 – Сечение области Ω вертикальной плоскостью, проходящей через ось ствола

охранных мероприятий, в соотношениях (1) предел прочности горных пород $\sigma_{сж}$ задается как функция координат точки породного массива.

Выделенная расчетная область Ω породного массива включает N слоев горных пород и имеет форму цилиндра, соосного вертикальному стволу. На рис. 1 изображено сечение расчетной области вертикальной плоскостью, проходящей через ось ствола.

На верхней границе Γ_0 области Ω задаются граничные условия, учитывающие вес вышележащих горных пород и крепи

$$\begin{aligned} \sigma_N &= -\gamma H; \\ \tau &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где σ_N , τ – нормальная и касательная составляющие вектора напряжений; γ – средний объемный вес вышележащих пород; H – расстояние от дневной поверхности до поверхности Γ_0 .

Породный массив, окружающий выделенную область Ω по боковой $\Gamma_{бок}$

и нижней Γ_N по поверхностям, моделируется обобщенным упругим основанием винклеровского типа

$$\begin{aligned}\sigma_n &= Ku_n; \\ \tau &= 0;\end{aligned}\quad (3)$$

где u_n — перемещения точки породного массива вдоль нормали к поверхности; K — коэффициент «постели».

На поверхности контакта крепи ствола с породным массивом $\Gamma_{кр}$ и на поверхностях раздела породных слоев Γ_n , $n = \overline{1, N-1}$, могут задаваться три типа граничных условий, учитывающих особенности трибогеомеханического взаимодействия:

а) полного сцепления

$$\vec{u}' = \vec{u}''; \quad (4)$$

б) двухстороннего контакта с трением Кулона:

$$\text{если } \left| \vec{\tau}' \right| = \left| \vec{\tau}'' \right| < C + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi, \text{ то } \vec{u}' = \vec{u}'';$$

$$\text{если } \left| \vec{\tau}' \right| = \left| \vec{\tau}'' \right| = C + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi, \text{ то } \vec{u}'_n = \vec{u}''_n, \quad \frac{\vec{u}'_T - \vec{u}''_T}{\left| \vec{u}'_T - \vec{u}''_T \right|} = - \frac{\vec{\tau}'}{\left| \vec{\tau}' \right|} = \frac{\vec{\tau}''}{\left| \vec{\tau}'' \right|}, \quad (5)$$

где C — сила сцепления; φ — угол внешнего трения;

в) двухстороннего идеального гладкого контакта

$$\vec{u}'_n = \vec{u}''_n,$$

$$\vec{\tau}' = \vec{\tau}'' = 0.$$

(6)

Здесь штрихом обозначены компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС), относящиеся к n -ному слою, а двумя штрихами — компоненты НДС, относящиеся к $(n+1)$ -ному слою (при формулировке граничных условий на поверхности Γ_n) или крепи ствола (при формулировке граничных условий на поверхности $\Gamma_{кр}$).

Задача состоит в определении полей перемещений u , деформаций η_{ij} и напряжений σ_{ij} , удовлетворяющих в области Ω уравнениям равновесия с объемными силами интенсивности f , геометрическим соотношениям Коши, физическим уравнениям (1) и граничным условиям (2) — (6).

Сформулированная задача механики горных пород является нелинейной

граничной задачей и содержит неклассические граничные условия (5). Поэтому для ее решения целесообразно использовать современные численные методы, в частности, метод конечных элементов (МКЭ) [2]. Основой для построения вычислительного алгоритма с использованием МКЭ является вариационная формулировка задачи.

В настоящей работе получена вариационная формулировка рассматриваемой задачи в перемещениях:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\vec{u}) \left(\varepsilon_{ij}(\vec{v}) - \varepsilon_{ij}(\vec{u}) \right) d\Omega + \int_{\Omega} \gamma(v_2 - u_2) d\Omega + \int_{\Gamma_0} \gamma H(v_2 - u_2) d\Gamma_0 + \\ & + \int_{\Gamma_N} K u_n (v_n - u_n) d\Gamma_N + \int_{\Gamma_{\delta \text{ ок}}} K u_n (v_n - u_n) d\Gamma_{\delta \text{ ок}} - \int_{\Gamma_{\delta}} \left(C_0 + \sigma_n(\vec{u}) \operatorname{tg} \varphi \right) \times \\ & \times \left(\left| \vec{v}_T - \vec{v}_T' \right| - \left| \vec{u}_T' - \vec{u}_T'' \right| \right) d\Gamma_{\delta} \geq 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\vec{u}$ - решение задачи; $\vec{v}$ - произвольное кинематически допустимое поле перемещений, удовлетворяющих условиям

$$\vec{u}' = \vec{u}'' \text{ на } \Gamma_a;$$

$$u'_n = u''_n \text{ на } \Gamma_{\delta} \text{ и } \Gamma_b.$$

Здесь через Γ_a , Γ_{δ} и Γ_b обозначены совокупности участков поверхностей $\Gamma_{кр}$, $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{N-1}$, на которых заданы соответственно граничные условия (4), (5) и (6).

Неравенство (7) выражает принцип возможных перемещений для рассматриваемой геомеханической системы и является квазивариационным неравенством.

Таким образом математическая модель геомеханических процессов вблизи вертикальных стволов, учитывающая структурную неоднородность породного массива и особенности трибогеомеханического взаимодействия на поверхности контакта крепи ствола с породным массивом и на поверхностях раздела породных слоев приводит к квазивариационному неравенству (7). Алгоритмы численного решения квазивариационных неравенств для задач с трением рассмотрены в монографиях [3,4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булычев Н.С. Механика подземных сооружений. — М.: Недра, 1982. — 270 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. — 541 с.
3. Гловински Р., Лионс Ж.-Л., Тремольер Р. Численное исследование вариационных неравенств. — М.: Мир, 1979. — 574 с.
4. Главачек И., Гаслингер Я., Нечас И., Ловишек Я. Решение вариационных неравенств в механике. — М.: Мир, 1986. — 270 с.

УДК 622.02:539.2

Ю.Ю. Булич

О ПРИРОДЕ МОДУЛЯ СПАДА

Модуль спада, или тангенс угла наклона ниспадающей ветви диаграммы напряжение-деформация считается основной характеристикой материалов, определяющей их поведение после достижения предела прочности [1]. Понятие "модуль спада" принадлежит А.М. Линькову, однако под тем или иным названием тангенс угла наклона ниспадающей ветви использовался как деформационная характеристика или послепредельная жесткость с момента получения первых полных кривых бетона в 1938 г. и горных пород в 1965 г. [2]. Применение модуля спада как прочностной характеристики, а ниспадающей ветви как семейства пределов прочности образцов с различной степенью нарушенности развито в работах В.В. Виноградова; как меры хрупкости - в работах В.А. Мансурова и А.Д. Алексеева. На настоящий момент достаточно подробно исследовано влияние на модуль спада испытательной машины, размеров и формы образцов, скорости нагружения, бокового давления и других факторов. Уже не единичны результаты испытаний горных пород в условиях неравнокомпонентного сжатия [1] и сложных траекторий нагружения в запредельной области [3, 4].

При неизменных условиях испытаний и выполнении известных требований к испытательному оборудованию стабильность модуля спада не уступает таким фундаментальным характеристикам как предел прочности и модуль упругости. Наиболее сильно на модуль спада влияет боковое