2. Надутый В.П. Исследование влияния режимных и конструктивных параметров на технологические показатели виброгрохотов с резиновыми ленточно-струнными ситами. Сб.науч. трудов 11 Международного симпозиума по механике эластомеров. - Днепропетровск, 1997. - С. 314-323.

3. Надутый В.П. Анализ математических моделей циклов дробления для разработки из статистического представления. ВИНИТИ. Деп. № 2651-В90. Днепропетровск, 1990. - 14 с.

4. Надутый В.П. Разработка математических моделей циклов дробления на основе регрессионных зависимостей. ВИНИТИ. Деп. № 2938-В90. Днепропетровск, 1990. - 9 с.

УДК 532.517:532.526

А.В. Хаминич

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ НАЛИЧИИ ДВИЖУЩЕЙСЯ ТОЧКИ ОТРЫВА

Запропоновано методику дослідження нестаціонарних течій в пограничному шарі, який характеризується наявністю рухомої точки відриву. При ряді допущень зона чисельного інтегрування поширюється за рахунок включення додаткових вузлів сітки, які в попередні моменти часу знаходилися поза границь пограничного шару нижче за течією в області відриву. Іл. 1. Бібліогр.: 1 найм.

Возможность численного моделирования процессов в нестационарном пограничном слое представляет для исследователя несомненный интерес. Далеко не всегда при помощи физического эксперимента имеется возможность получить необходимые результаты. Это связано с динамичностью процессов, происходящих при нестационарных течениях. При этом значительно усложняется регистрирующая аппаратура, повышаются материальные затраты. Большинство этих требований удается преодолеть, заменяя натурный эксперимент вычислительным.

Основные уравнения для несжимаемого нестационарного пограничного слоя и способы их получения изложены в многочисленных фундаментальных работах по теории пограничного слоя.

Для случаев ламинарного и турбулентного режимов течения система уравнений двумерного нестационарного пограничного слоя имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho(\nu+\varepsilon)\frac{\partial u}{\partial y}\right); \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0. \qquad (2)$$

Граничные условия на поверхности обтекаемого тела и на внешней границе в общем виде можно представить как

$$u=U_w(t), \qquad v=V_w(x,t) \qquad \text{при} \quad y=0$$
$$u=U_e(x,t) \qquad \text{при} \quad y=y_\infty. \qquad (3)$$

Решение системы уравнений (1)-(2) с граничными условиями (3) определяется для значений $t\geq t_0$ и $x_0\leq x\leq L$ при условии, что в начальный момент времени t_0 и для всех значений t при $x=x_0$ известны функции u и v.

С целью наиболее эффективного использования конечноразностных методов, применения единообразной методики численного интегрирования уравнений пограничного слоя и учета особенностей при задании начальных условий проводится преобразование координат. Для конкретной задачи выбирается такое преобразование уравнений пограничного слоя, которое позволяет свести расчет к области со слабоизменяющимися либо постоянными границами, производить растяжение области больших градиентов искомых величин (вблизи поверхности тела).

Переход от физической плоскости течения к плоскости интегрирования совершается при помощи преобразований

$$\tau=\tau(t); \qquad \xi=\xi(x); \qquad \eta=\eta(x,y,t). \qquad (4)$$

Кроме этого вводится безразмерная функция тока $f(\xi,\eta,\tau)$, определяемая как

$$\psi(\xi,\eta,\tau)=\psi(\xi,\tau)\cdot f(\xi,\eta,\tau), \qquad (5)$$

где $\psi(\xi,\tau)$ - некий масштабный сомножитель, определяемый видом (4), а $\psi(\xi,\eta,\tau)$ - функция тока, такая. что выполняются условия

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \qquad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

и удовлетворяется уравнение неразрывности (2).

Для численного интегрирования уравнений, описывающих рассматриваемый класс течений в пограничном слое, используется модифицированный метод Келлера-Себиси [1] с применением конечноразностной схемы типа "зигзаг" с разностью против потока, поскольку для проведения численных расчетов в потоках с областями возвратных течений необходимо учесть влияние изменения знака в профиле продольной скорости.

Для применения численного метода вводятся новые зависимые функции $q(\xi, \eta, \tau)$ и $h(\xi, \eta, \tau)$ и система (1)-(2) записывается в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка

$$f'' = q \tag{6}$$

$$q' = h \tag{7}$$

$$(kh)' + \alpha h + \beta - \gamma (q)^2 + \sigma f h + \pi q = \vartheta \frac{\partial q}{\partial \tau} + \chi q \frac{\partial q}{\partial \xi} - \phi h \frac{\partial f}{\partial \xi} + \iota \frac{\partial q}{\partial \xi} \tag{8}$$

с соответствующими граничными условиями

$f = f_w(\xi, \tau)$; $\quad q = q_w(\tau) \quad$ при $\quad \eta = 0$

$q = q_e \quad$ при $\quad \eta = \eta_\infty$

Здесь индекс "w" соответствует значениям функций на поверхности тела, а индекс "e" - на внешней границе пограничного слоя, толщина которого находится, как это принято в общей теории, по условию $(\partial u / \partial y)_\infty = 0$.

Коэффициенты k, α, β, γ, σ, π, ϑ, χ, ϕ, ι определяются для каждого конкретного вида преобразований (4)-(5) в процессе перехода и в общем случае являются функциями новых переменных и параметров внешнего течения. Штрих (') означает дифференцирование переменной η.

При исследовании нестационарных течений в пограничном слое приходится сталкиваться с задачами, которые характеризуются наличием подвижной точки отрыва. В случае перемещения особенности против потока область интегрирования уравнений, описывающих рассматриваемое явление, сужается в направлении продольной координаты ξ, не вызывая затруднений численной процедуры, реализующей описанную выше методику. При определенных условиях в пограничном слое (наличие подвижной поверхности у обтекаемого тела, отдельные случаи задания законов изменения от времени градиента давления внешнего потока) возможна ситуация, при которой точка отрыва начинает перемещаться в направлении основного потока, расширяя область возможного интегрирования уравнений пограничного слоя. Это может происходить в случае, когда под воздействием внешних факторов ранее оторвавшийся пограничный слой начинает присоединяться к телу, занимая в последующие моменты времени зону отрывной области.

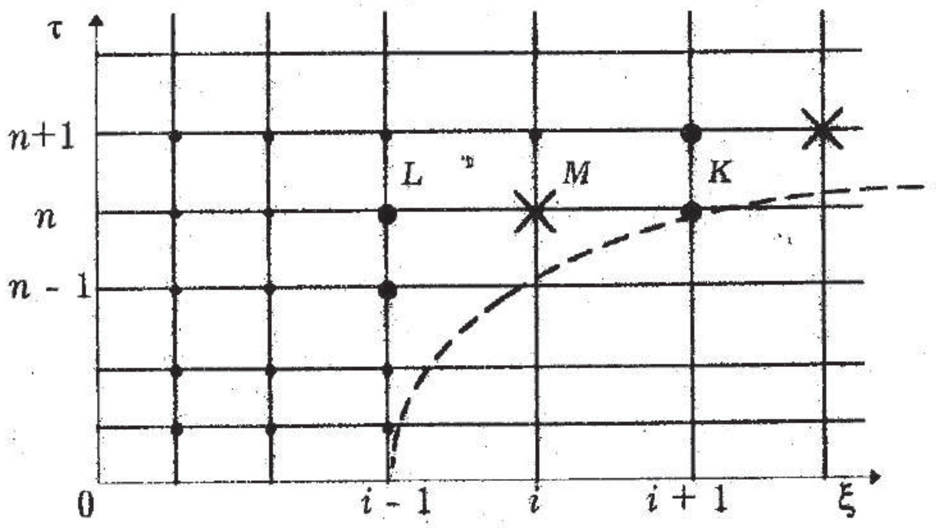

Рис. 1

Численная реализация рассмотренного обтекания затрудняется тем, что точка отрыва, находясь в момент времени τ^* (слой с номером n-1) в точке с продольной координатой ξ^* (сечение с номером i-1), то есть в узле сетки (n-1, i-1), на временном слое с номером перемещается за один из последующих узлов в направлении интегрирования по продольной переменной $M(n, i)$, $K(n, i+1)$ и так далее (рис. 1). Для определения искомых функций в добавившихся узлах, согласно ранее описанной процедуре, необходимо знание информации о течении в сечении с номером по продольной координате, но в предыдущий момент времени. Поскольку ранее этот узел находился вне пределов области пограничного слоя ниже по потоку, то эта информация является недоступной.

Учитывая параболичность уравнений пограничного слоя в направлении продольной координаты и эволюционный характер изменения структуры течения по времени, можно предположить о монотонности и ограниченности производных искомых функций по времени $\partial/\partial\tau$. Тогда при численном интегрировании в точке M их значения, определенные экстраполяцией уже известных величин $\partial/\partial\tau$ в предыдущих пространственных сечениях, полагаются известными. Вычисленный таким образом в точке $M(n, i)$ член уравнения (8) $\vartheta\partial q/\partial\tau$ включается в слагаемое β этого же уравнения. В результате этой операции исходная задача, зависящая от времени τ и двух пространственных переменных ξ и η, заменяется на данном временном слое n в области за точкой L решением квазистационарной задачи при новом значении слагаемого β.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cebeci T. The laminar boundary layer on a circular cylinder started impulsively from rest // J.Comp. Phys. - 1979. - v. 31, P. 153-172.