УДК 625.1+622.6

В.В.Говоруха

МЕТОД РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПУТЕВОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ КОНСТРУКЦИИ И ОСНОВАНИЯ

Викладені теоретичні дослідження напруження і згинання брусів з перемінними параметрами і змінними властивостями підвалини. Бібліогр. - 1 найм.

Часть II. Деформации и устойчивость основания при изгибе балок с переменными параметрами

В работе [1] рассмотрены интегральные уравнения изгиба балок с переменными параметрами. В настоящей работе дано продолжение этого метода с учетом деформаций и устойчивости основания.

Для учета упругого основания примем, что балка лежит на упругом основании, состоящем из верхнего упругого слоя конечной глубины и упругого полупространства. Со стороны балки на упругое основание действует распределенная вдоль линии контакта нагрузка ($-p(x)$), которая вызывает прогиб верхней границы основания. Этот прогиб состоит из смещения, вызванного деформацией упругого слоя w_l, и смещения, вызванного деформацией упругого полупространства w_f. При этом общий прогиб верхней границы основания равен:

$$w(x) = w_l(x) + w_f(x) \tag{1}$$

Выразим w_l и w_f через реакцию $p(x)$ и, подставив эти выражения в левую часть уравнений (20) [1], завершим формирование разрешающей системы интегральных уравнений.

Для упругого слоя предположим, что реакция $p(x)$ в данной точке x линии контакта зависит только от деформации элементарного столбика слоя. Закон Гука для этого элемента будет иметь следующий вид:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_l}[\sigma_x - \nu_l(\sigma_y + \sigma_z)]; \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E_l}[\sigma_y - \nu_l(\sigma_x + \sigma_z)];$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_l}[\sigma_z - \nu_l(\sigma_x + \sigma_y)]. \tag{2}$$

Принимая допущение, что деформация в поперечных направлениях равна нулю, то есть:

$$\varepsilon_x = 0, \ \varepsilon_z = 0, \tag{3}$$

из выражения (2) получим:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_l} \cdot \frac{(1+\nu_l)(1-2\nu_l)}{(1-\nu_l)} \cdot \sigma_y. \tag{4}$$

Считая деформацию элементарного столбика однородной по глубине слоя, окончательно получим:

$$w_l(x) = -k_l^{-1} \cdot p(x), \tag{5}$$

где

$$k_l^{-1} = \frac{h_l}{b_1 \cdot E_l} \cdot \frac{(1+\nu_l)(1-2\nu_l)}{(1-\nu_l)}. \tag{6}$$

В формулах (2)-(6) обозначено:

k_l - коэффициент постели;

h_l, E_l, ν_l - глубина, модуль упругости и коэффициент Пуассона слоя;

b_l - ширина нижнего основания сечения балки.

Используя формулы обезразмеривания (21) [1] запишем выражения (5) и (6) в следующем виде:

$$\bar{w}_l = -\bar{k}_l^{-1} \cdot \bar{p}, \tag{7}$$

где

$$\bar{k}_l^{-1} = \frac{E_* J_* h_l}{E_l \cdot l^4 \cdot b_1} \cdot \frac{(1+\nu_l)(1-2\nu_l)}{(1-\nu_l)}. \tag{8}$$

Для рассмотрения деформации упругого полупространства $w(x,z)$ под действием силы P, приложенной перпендикулярно к его граничной плоскости, используем основные формулы Бусинеска и Фламана:

$$w(x,z)=\frac{(1-\nu_f^2)}{\pi E_f r}\cdot P\,,\quad r=\sqrt{(x-x_p^2)+(z-z_p^2)}\,, \tag{9}$$

где E_f и ν_f - модуль упругости и коэффициент Пуассона для полупространства, а x_p и z_p - координаты точки приложения силы.

Обозначив поверхностную плотность нагрузки, передаваемой на полупространство со стороны упругого слоя, через $\rho(x,z)$ и воспользовавшись выражением (9), запишем формулу для перемещения границы полупространства для нашей задачи:

$$w(x,z)=\frac{(1-\nu_f^2)}{\pi E_f}\cdot\int_0^l d\xi\int_{-b(\xi)/2}^{b(\xi)/2}\frac{\rho(\xi,\zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}}d\zeta. \tag{10}$$

Принимаем, что составляющая прогиба балки $w_f(x)$, вызванная податливостью полупространства, равна среднему по ширине нижнего основания сечения балки прогибу граничной плоскости:

$$w_f(x)=\frac{1}{b(x)}\int_{-b(x)/2}^{b(x)/2}w(x,z)dz\,, \tag{11}$$

где b - ширина нижнего основания сечения балки.

Для упрощенных задач возможно допущение, что реакция основания равна:

$$P(x)=-\int_{-b(x)/2}^{b(x)/2}\rho(x,z)dz \tag{12}$$

и равномерно распределена по ширине:

$$\rho(x,z)=\rho(x)=-\frac{P(x)}{b(x)}. \tag{13}$$

С учетом вышеизложенного выражение (10) можно преобразовать к виду:

$$w_f(x)=-\frac{(1-\nu_f^2)}{\pi E_f}\cdot\frac{1}{b(x)}\cdot\int_0^l\frac{P(\xi)}{b(\xi)}d\xi\int_{-b(\xi)/2}^{b(\xi)/2}d\zeta\int_{-b(x)/2}^{b(x)/2}\frac{dz}{\sqrt{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}}\,. \tag{14}$$

Для удобства изложения введем обозначения:

$$r_{x\xi}=x-\xi,\quad r_{z\zeta}=z-\zeta,\quad r_{pp}=\frac{b(x)}{2}-\frac{b(\xi)}{2},\quad r_{pm}=\frac{b(x)}{2}+\frac{b(\xi)}{2}. \tag{15}$$

После интегрирования выражение (14) будет иметь вид:

$$w_f(x)=\frac{2(1-\nu_f^2)}{\pi E_f b(x)}\cdot\int_0^l P(\xi)\cdot\ln\left|r_{x\xi}\right|d\xi+$$

$$+\frac{2(1-\nu_f^2)}{\pi E_f}\cdot\int_0^l\frac{P(\xi)}{b(x)b(\xi)}\cdot\Big[r_{pp}\cdot\ln(\sqrt{r_{x\xi}^2+r_{pp}^2}+r_{pp})- \qquad (16)$$

$$-r_{pm}\cdot\ln(\sqrt{r_{x\xi}^2+r_{pm}^2}+r_{pm})+\frac{b(x)b(\xi)}{\sqrt{r_{x\xi}^2+r_{pp}^2}+\sqrt{r_{x\xi}^2+r_{pm}^2}}\Big]d\xi.$$

Формула (16) завершает формирование разрешающих интегральных уравнений задачи. Затем $w(x)$ в левой части уравнения (20) [1] выражаем через $w_l(x)$ и $w_f(x)$ по формуле (1), а их, в свою очередь, заменим соответствующими выражениями (7) и (16).

Для решения системы интегральных уравнений (1)-(4) воспользуемся методом каллокаций. При этом интервал изменения независимой переменной (x) разбивается узловыми точками на последовательный ряд подинтервалов и система интегральных уравнений записывается для каждой узловой точки. Далее получившуюся систему линейных алгебраических уравнений относительно значений искомой функции в узловых точках решаем методом Гаусса. Для получения решения во внутренних точках применялись интерполяционные формулы.

В нашей задаче не накладывались ограничения на способ изменения по длине распределенных характеристик, описывающих свойства и параметры балок, упругого слоя и погонных нагрузок. Это могут быть любые функции, в том числе и функции, имеющие конечные разрывы в конечном числе точек. Для обеспечения одинаковой точности решения по всей длине балки производится разбивка больших подинтервалов на несколько более мелких так, чтобы ни один подинтервал по своей длине не превышал заданного порогового значения.

Для каждой узловой точки принято условие совместимости для деформаций для слоя:

$$w_{li}^{(-)} = -\frac{P_i^{(-)}}{k_{li}^{(-)}} = -\frac{P_i^{(+)}}{k_{li}^{(+)}} = w_{li}^{(+)}, \tag{17}$$

где i - индекс по номеру узловой точки; $(\pm)$ - значки показывают положение величины относительно этой точки (справа или слева), удваиваем количество уравнений.

Для всех интервалов на подинтервалах воспользуемся квадратурной формулой трапеции:

$$\int_{x_0}^{x_1} f(\xi)d\xi = k_0 \cdot f_0^{(+)} + k_1 \cdot f_1^{(-)} \tag{18}$$

где

$$k_0 = \frac{1}{2}(x_1 - x_0), \quad f_0^{(+)} = f(x_0 + 0), \quad k_1 = \frac{1}{2}(x_1 - x_0), \quad f_1^{(-)} = f(x_1 - 0).$$

Особым случаем является сингулярный интеграл с логарифмической особенностью в формуле (16). Для него воспользуемся квадратурной формулой 1-го порядка для логарифмической весовой функции:

$$\int_{x_0}^{x_1} f(\xi) \cdot \ln|x - \xi| d\xi = k_0 \cdot f_0^{(+)} + k_1 \cdot f_1^{(-)}. \tag{19}$$

Для получения коэффициентов k_0 и k_1 произведем аппроксимацию $f(\xi)$ линейным полиномом на интервале $[x_0, x_1]$:

$$f(\xi) = f_0^{(+)} \cdot \frac{x_1 - \xi}{x_1 - x_0} + f_1^{(-)} \cdot \frac{\xi - x_0}{x_1 - x_0}. \tag{20}$$

Подставляя выражение (20) в левую часть равенства (19) и проинтегрировав в явном виде, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & k_0 = \frac{x_1 s_0 - s_1}{x_1 - x_0}, \quad k_1 = \frac{s_1 - x_0 s_0}{x_1 - x_0}, \\ & s_0 = (x_0 - x_1) - (x_0 - x) \cdot \ln|x_0 - x| + (x_1 - x) \cdot \ln|x_1 - x|, \\ & s_1 = -\frac{x_1^2 - x_0^2}{4} - \frac{x}{2}(x_1 - x_0) + \frac{1}{2}(x_1^2 - x^2) \cdot \ln|x_1 - x| - \\ & \qquad - \frac{1}{2}(x_0^2 - x^2) \cdot \ln|x_0 - x|. \end{aligned} \tag{21}$$

Представленный метод расчета позволяет составить математическую модель для расчета элементов путевой структуры, рассматриваемых как свободные балки конечной длины с переменными по длине моментами инерции и шириной площади опирания, лежащими на двухслойном основании, где переменные упругие свойства верхнего слоя соответствуют гипотезе пропорциональности, а нижний слой рассматривается как упругое полупространство. В целом, в работе [1] и в настоящей статье изложен метод расчета основных элементов путевой структуры при переменных параметрах конструкции пути и его основания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Говоруха В.В. Метод расчета основных элементов путевой структуры при переменных параметрах конструкции и основания. Часть I. Интегральные уравнения изгиба балок с переменными параметрами // Геотехническая механика.-Сб. научн. трудов ИГТМ НАН Украины.-Днепропетровск.-1997.-Вып. 3.- С.159-164.

УДК 622.291:622.831

Ю.Н. Пилипенко, С.Я. Иванчишин, Ю.С. Опрышко

ДИАГНОСТИКА ГЕОМЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ В ЗОНАХ ТЕКТОНИЧЕСКИХ НАРУШЕНИЙ

Викладені фізичні основи діагностики структурної порушеності масиву гірських порід, що базуються на зміні електрокинетичних явищ та перехідних процесів викликаної поляризації у двохфазних (ДФ) середовищах. Табл. 2. Бібліогр. - 4 найм.

В процессе разрушения горных пород в них происходят механоэлектрические преобразования, результат которых проявляется в виде перестройки связей, изменения электрофизических, прочностных и деформационных свойств [1, 2]. Состояние среды, адекватно отражающее динамику процесса разрушения (деформирования), можно охарактеризовать коэффициентом механоэлектрической связи $k_{мэ}$, который является коэффициентом пропорциональности между приложенным к образцу механическим усилием и возникающим при этом зарядом, обусловленным как внутренними эффектами (электрострикция),