

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапшин Е.С., Шевченко А.И. Экспериментальное исследование кинетики очистки оборотной воды для смыва магнитного продукта с зубчатых пластин сепаратора. Оpubл. в этом же сборнике.

2. Барский Л.А., Козин В.З. Системный анализ в обогащении полезных ископаемых. - М.: Недра, 1978. - 486 с.

3. Лапшин Е.С. Математическое моделирование выброса частиц из пленки пульпы под действием удара / ВИНТИ. Деп. № 780, Днепропетровск, 1990. - 12 с.

4. Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. - М.: Наука, 1971. - 192 с.

5. Лапшин Е.С., Шевченко А.И. Экспериментальное определение предельной скорости подачи питания на конусообразную вогнутую рифленую рабочую поверхность пленочного классификатора // Геотехническая механика. Сб. науч. тр. ИГТМ НАН Украины. - Днепропетровск. Вып. 4. - С. 146-149.

УДК 625.1- 622.6

В.В. Говоруха, А.В. Говоруха

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РЕЛЬСОВОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА ПО РЕЛЬСОВОМУ ПУТИ С ИНЕРЦИОННЫМИ, УПРУГО-ДИССИПАТИВНЫМИ СВОЙСТВАМИ ПУТЕВОЙ СТРУКТУРЫ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ.

Викладено наукові основи створення рівняння руху рейкових транспортних засобів по рейковій колії з інерційними, пружно-десипативними властивостями колійної структури при різноманітній кривизні колії і стрілочних переводів з урахуванням впливу рейок на окремих підвалинах. Іл. 2. Бібліогр. : - 4 найм.

Рассмотрим вывод уравнений пространственных колебаний рельсового транспортного средства при его равномерном движении вдоль инерционной, упруго-диссипативной путевой структуры произвольного

очертания в плане, представляемой в виде сосредоточенных масс в местах опирания рельсов на шпалы и упругих рельсовых нитей.

В качестве объекта для математического описания рассматриваемого движения выберем четырехосную вагонетку шахтного рельсового транспорта типа ВГ-28-960.

Кузов вагонетки опирается на две двухосные тележки, колеса которых могут свободно поворачиваться на осях. Необрессоренные части тележек (боковые рамы и оси колесных пар) могут принимать в плане форму параллелограмма в пределах, обусловленных выбором зазоров между боковыми челюстями боковин, охватывающих оси колесных пар. Поэтому углы поворота осей колесных пар и надрессорных балок в плане для каждой тележки приняты равными между собой. Учитываются упруго-диссипативные свойства связей между кузовом и боковыми рамами тележек (через подрессорные балки) в вертикальном и поперечном направлениях, а также между кузовом и надрессорными балками при их взаимных поворотах в вертикальной и поперечных плоскостях и между боковыми рамами тележек и надрессорными балками при их взаимных поворотах в плане.

Вагонетку будем представлять механической системой, состоящей из твердых тел (кузова, двух надрессорных балок, четырех боковых рам тележек, четырех осей колесных пар и восьми колес), соединенных между собой упруго-диссипативными жесткими, или шарнирными связями [1].

Рельсовый путь представлен двумя упругими нераздельными балками на упруго-диссипативных опорах в вертикальном и поперечном направлениях, в которых сосредоточены приведенные массы, рельсов, шпал и основания.

Кроме того, на динамические качества вагонетки будут оказывать существенное влияние перемещения этих приведенных масс и рельсов (вследствие их упругости) только на определенном конечном участке вдоль оси путевой структуры. Поэтому количество приведенных сосредоточенных масс, отнесенных к одной рельсовой нити, будем принимать равным удвоенному числу шпал, находящихся между крайними

осями колесных пар и шпал, находящихся за пределами первой и последней осей колесных пар.

Если обозначить через $2l$ и $2a$ соответственно базу вагонетки и базу тележки, а через lw - расстояние между осями шпал, то число приведенных сосредоточенных масс путевой структуры можем определить из выражения :

$$N_p = \left\{ \left[\frac{2l + 2a}{lw} \right]^0 + 2n_0 \right\}, \quad (1)$$

где скобки $[]^0$ обозначают, что берется только целая часть от дроби в них;

$2n_0$ - количество, учитываемых сосредоточенных масс пути, находящихся за пределами первой и последней колесных пар.

Таким образом будем рассматривать пространственные колебания механической системы, состоящей из твердых тел, моделирующих кузов, вагонетку, две подрессорных балки, четыре боковые рамы тележек, четыре оси колесных пар и восемь колес, соединяемых упруго-диссипативными элементами на упруго-диссипативных опорах и приведенных сосредоточенных масс путевой структуры в пределах ограниченного участка пути. При этом рассматриваются колебания вагонетки и участка пути как под вагонеткой так и за ее пределами на определенном интервале длины.

Отметим, что число приведенных сосредоточенных масс пути может быть определено из пробных расчетов по принятым критериям оценки.

В общем случае будем учитывать вертикальные и горизонтальные неровности пути, задаваемых в виде детерминированных или случайных величин [1].

Для составления уравнений, описывающих движение рассматриваемой системы используем уравнение Лагранжа II рода:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_v} - \frac{\partial T}{\partial q_v} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_v} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_v} = Q_v \quad (2);$$

где:

T, Π, Φ - соответственно кинетическая, потенциальная энергия и функция рассеяния;

Q_v, q_v - обобщенные силы, не имеющие потенциала, и обобщенные координаты z .

Опишем вначале движение исследуемого транспортного средства, а затем путевой структуры.

Кинетическую энергию вагонетки определим как сумму кинетических энергий экипажа и пути по теореме Кенинга [1].

Определим из выражения [1-3] дифференциальных операторов

$$D_{q_v} = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_v} - \frac{\partial T}{\partial q_v} \quad (3)$$

Потенциальную энергию системы Π обозначим как сумму энергий упругих деформаций Π_1 и изменения энергии Π_2 вследствие подъема или опускания центров тяжести тел, входящих в эту систему.

Потенциальную энергию упругих деформаций определим по теореме Клапейрона, выражение которой можно представить в виде [1-3]:

$$\Pi_1 = \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^2 (k_y \Delta y_{mj}^2 + k_z \Delta z_{mj}^2) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (k_\psi \Delta \psi_{Ti}^2 + k_\theta \Delta \theta_i^2); \quad (4)$$

где k_z, k_y - жесткости упругих элементов, соединяющих неподрессоренные и поддрессоренные части в вертикальном и поперечном направлениях (они равны соответственно половине жесткостей рессорных комплектов в вертикальном и поперечном направлениях, k_ψ, k_θ - угловые жесткости упругих элементов между кузовом и поддрессорной балкой тележки в горизонтальной и поперечной вертикальной плоскостях.

Потенциальную энергию Π_2 , обусловленную подъемом или опусканием центров тяжести тел при их конечных перемещениях вследствие возвышения наружного рельса над внутренним в криволинейном участке пути определим следующим образом [1]:

$$\Pi_2 = m_k g \theta_{hk} y_k - \sum_{i=1}^2 m_1 g \theta_{hi} y_{Ti} - \sum_{i=1}^2 m_{Ti} g \theta_{hTi} y_{Ti}; \quad (5)$$

Касательные силы взаимодействия колес вагонетки с рельсами определим по теории псевдоскольжения, изложенной Ф. Картером с учетом нелинейной зависимости этих сил от безразмерных характеристик проскальзываний контактирующих поверхностей колес относительно поверхности головок рельсов из выражения [1-3]:

$$F_{inj} = -f_{inj} \left[\left(\frac{f_{inj}}{k_f P_{inj}} \varepsilon_{inj} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (6)$$

где f_{inj} - коэффициенты псевдоскольжения, определяемые как функции вертикальных давлений колес о рельсы P_{inj} в рассматриваемом случае можно принять:

$$f_{inj} = 235 P_{inj} - 24 P_{inj}^2 + P_{inj}^3;$$

ε_{inj} - безразмерные характеристики проскальзывания колес.

Составляющие сил псевдоскольжения X_{inj}, Y_{inj} в продольном и поперечном направлениях можно определить из выражения [1]:

$$X_{inj} = F_{inj} \frac{\varepsilon_{xinj}}{\varepsilon_{inj}}; Y_{inj} = F_{inj} \frac{\varepsilon_{yinj}}{\varepsilon_{inj}} \quad (7)$$

Поперечные составляющие давлений колес на рельсы, обусловленные криволинейными очертаниями колес определим из зависимости:

$$W_{inj} = -P_{inj} \mu_{inj}; \quad (8)$$

$$\text{где } \mu_{inj} = \frac{d\Delta r_{inj}}{d(y_{inj} - y_{inj}^0 - H_T - \eta_{yinj})}$$

Величины Δr_{inj} зависят от очертания профилей колес. Для наших исследований будем определять Δr_{inj} из [1].

Обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам системы, определим как коэффициенты при вариациях обобщенных координат в выражениях возможных работ от действия сил $X_{inj}, Y_{inj}, W_{inj}$.

Обобщенные силы, соответствующие остальным обобщенным координатам для вагонетки, равны нулю. Обобщенные силы $Q_{z\lambda}, Q_{y\lambda}$, соответствующие перемещениям пути z_x, y_x , приведем ниже при выводе уравнений движения путевой структуры.

Уравнения движения вагонетки получим с помощью уравнений Лагранжа II рода (3) в виде [1-3]:

$$D_q + C_q = Q_q \quad (9)$$

$$\text{где } D_q = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_v} - \frac{\partial T}{\partial q_v}; C_q = \frac{\partial \Pi}{\partial q_v} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_v}$$

Приведем математическое описание движения той части путевой структуры, колебания которой учитываются вместе с вагонеткой.

Для обоих рельсовых путей, представленных неразрезными балками на упругих диссипативных опорах, уравнения, описывающие их колебания в вертикальном и поперечном направлениях, будут иметь следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} m_{za} \ddot{z}_{a\lambda} + \beta_{z\lambda\lambda} \dot{z}_{a\lambda} + F_{z\lambda\lambda} \text{sign} \dot{z}_{a\lambda} + C_{z\lambda 1} z_{a1} + C_{z\lambda 2} z_{a2} + \dots + C_{z\lambda k} z_{ak} &= Q_{za\lambda}; \\ m_{zb} \ddot{z}_{b\lambda} + \beta_{z\lambda\lambda} \dot{z}_{b\lambda} + F_{z\lambda\lambda} \text{sign} \dot{z}_{b\lambda} + C_{z\lambda 1} z_{b1} + C_{z\lambda 2} z_{b2} + \dots + C_{z\lambda k} z_{bk} &= Q_{zb\lambda}; \\ m_{ya} \ddot{y}_{a\lambda} + \beta_{y\lambda\lambda} \dot{y}_{a\lambda} + F_{y\lambda\lambda} \text{sign} \dot{y}_{a\lambda} + C_{y\lambda 1} y_{a1} + C_{y\lambda 2} y_{a2} + \dots + C_{y\lambda k} y_{ak} &= Q_{ya\lambda}; \\ m_{yb} \ddot{y}_{b\lambda} + \beta_{y\lambda\lambda} \dot{y}_{b\lambda} + F_{y\lambda\lambda} \text{sign} \dot{y}_{b\lambda} + C_{y\lambda 1} y_{b1} + C_{y\lambda 2} y_{b2} + \dots + C_{y\lambda k} y_{bk} &= Q_{yb\lambda}; \\ \lambda = 1, 2, 3, \dots, k; (k = N_p / 2); \end{aligned} \quad (10)$$

Для упрощения изложения в дальнейшем будем рассматривать движение вдоль неразрезной балки на упруго-диссипативных опорах единичной силы P .

Для решения задачи определения опорных реакций от этой силы в неразрезной балке выберем основную систему для нее, представляющую балку, разделенную на опорах шарнирами и приложим в них по два сосредоточенных момента противоположного направления (Рис. 1)

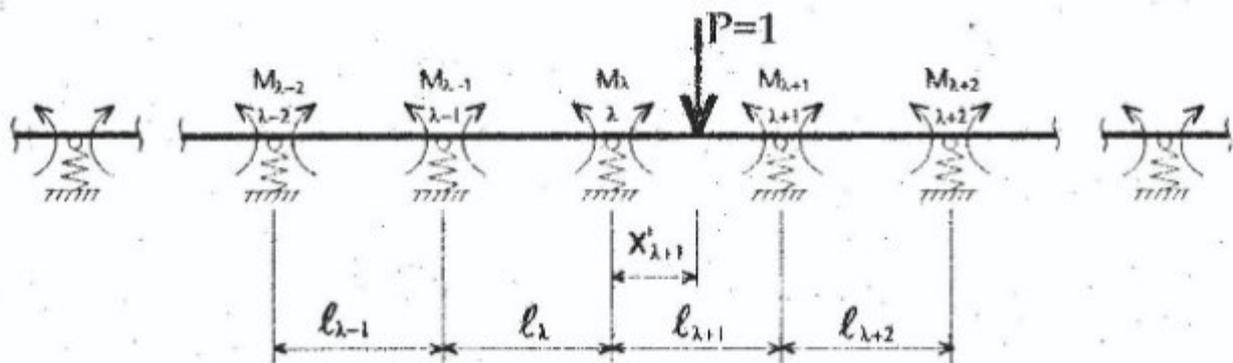


Рис. 1

Для определения опорных моментов используем канонические уравнения пяти моментов [4].

Для λ -ой упругой опоры канонические уравнения пяти моментов будут иметь вид:

$$\delta_{\lambda, \lambda-2} M_{\lambda-2} + \delta_{\lambda, \lambda-1} M_{\lambda-1} + \delta_{\lambda, \lambda} M_{\lambda} + \delta_{\lambda, \lambda+1} M_{\lambda+1} + \delta_{\lambda, \lambda+2} M_{\lambda+2} + \Delta_{\lambda p} = 0; \quad (11)$$

Записав уравнение пяти моментов вида (11) для каждой из опор рассматриваемой балки, получим систему линейных алгебраических уравнений, порядок которой определяется числом опор (шпал), учитываемых при исследовании совместных колебаний системы "вагонетка-путь".

Решив эту систему уравнений, получим значения опорных моментов M_{λ} .

С их помощью определим прогибы балки в любом сечении в зависимости от положения груза. Для этого найдем реакции балок R_{λ} и $R_{\lambda+1}$, используя расчетные схемы статически определимых балок, нагруженных опорными моментами и силой P или одними опорными моментами.

$$R_{\lambda} = R_{\lambda}^0 + \frac{M_{\lambda+1} - M_{\lambda}}{l_{\lambda+1}} + \frac{M_{\lambda-1} - M_{\lambda}}{l_{\lambda}}; \quad (12)$$

где R_{λ}^0 - реакция λ -ой опоры от внешней нагрузки P в основной системе (без учета опорных моментов) для однопролетной балки пролетом $\ell_{\lambda+1}$, определяется из выражения:

$$R_{\lambda}^0 = P\nu_{\lambda+1}; \quad (13)$$

Тогда перемещение λ -ой опоры определим из равенства:

$$z_{\lambda}^0 = C_{\lambda}R_{\lambda} = C_{\lambda} \left[\frac{M_{\lambda-1}}{\ell_{\lambda}} - \left(\frac{1}{\ell_{\lambda}} + \frac{1}{\ell_{\lambda+1}} \right) M_{\lambda} + \frac{M_{\lambda+1}}{\ell_{\lambda+1}} \right] + C_{\lambda}R_{\lambda}^0; \quad (14)$$

Перемещение любого сечения балки в $\lambda+1$ -ом пролете (рис. 1) от просадок опор и от изгиба балки найдем из выражения:

$$z_{\lambda+1} = z_{\lambda}^0 + (z_{\lambda+1}^0 - z_{\lambda}^0)U_{\lambda+1} + z'_{\lambda+1}; \quad (15)$$

где $z'_{\lambda+1}$ - прогиб от изгиба балки в сечении, отстоящем от левой опоры на расстоянии $U_{\lambda+1}, \ell_{\lambda+1}$, определяемый для расчетной схемы однопролетной балки, нагруженной опорными моментами $M_{\lambda}, M_{\lambda+1}$ силой P или одними опорными моментами (если в рассматриваемом пролете сила $P=0$).

Рассмотрим оба эти случая нагружения балок.

Пролет балки, длина которого ℓ_{λ} , нагружен только опорными моментами $M_{\lambda-1}, M_{\lambda}$ (рис. 1). Для него прогиб балки вследствие изгиба можно определить с помощью способа Верещагина [4].

Отметим, что найденные с помощью выражения (11) силы, передающиеся на опоры левой и правой рельсовой нити в вертикальном и поперечном направлениях, позволяют определить обобщенные силы, соответствующие перемещениям пути $Q_{z\alpha\lambda}, Q_{z\beta\lambda}, Q_{y\alpha\lambda}, Q_{y\beta\lambda}$:

$$\begin{aligned} Q_{z\alpha\lambda} &= R_{\lambda z 111} P_{111} + R_{\lambda z 121} P_{121} + R_{\lambda z 211} P_{211} + R_{\lambda z 221} P_{221}; \\ Q_{z\beta\lambda} &= R_{\lambda z 112} P_{112} + R_{\lambda z 122} P_{122} + R_{\lambda z 212} P_{212} + R_{\lambda z 222} P_{222}; \\ Q_{y\alpha\lambda} &= R_{\lambda y 111} Q_{y111p} + R_{\lambda y 121} Q_{y121p} + R_{\lambda y 211} Q_{y211p} + R_{\lambda y 221} Q_{y221p}; \\ Q_{y\beta\lambda} &= R_{\lambda y 112} Q_{y112p} + R_{\lambda y 122} Q_{y122p} + R_{\lambda y 212} Q_{y212p} + R_{\lambda y 222} Q_{y222p} \end{aligned} \quad (16)$$

где $R_{\lambda z i j}, R_{\lambda y i j}$ - силы, передающиеся на λ -ую опору от единичных нагрузок $P=1$, приложенных соответственно в вертикальном и поперечном

направлениях в местах расположения inj - ых колес (определяются в соответствии с выражением (11)).

Используя формулы (15), (16) можно определить прогибы не только от единичной силы, а и от сил, соответствующих вертикальным и поперечным нагрузкам, передающимся на каждое колесо (рельс), и применив принцип суперпозиции, можно определить в каждом сечении прогибы от всех сил для обеих неразрезных балок (рельсов) как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях.

Запишем выражения для перемещений колес z_{inj}^0 , обусловленных податливостью шпал и рельсов, под левой и правой рельсовыми нитями. Отметим при этом, что каждому колесу соответствует определенный номер пролета $\mu = \lambda + 1$. Тогда для inj -ых колес, соответствующих $i=1,2;n=1,2;j=1$, имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} z_{111}^0 &= \bar{z}_{111,111} P_{111} + \bar{z}_{111,121} P_{121} + \bar{z}_{111,211} P_{211} + \bar{z}_{111,221} P_{221}; \\ z_{121}^0 &= \bar{z}_{121,111} P_{111} + \bar{z}_{121,121} P_{121} + \bar{z}_{121,211} P_{211} + \bar{z}_{121,221} P_{221}; \\ z_{211}^0 &= \bar{z}_{211,111} P_{111} + \bar{z}_{211,121} P_{121} + \bar{z}_{211,211} P_{211} + \bar{z}_{211,221} P_{221}; \\ z_{221}^0 &= \bar{z}_{221,111} P_{111} + \bar{z}_{221,121} P_{121} + \bar{z}_{221,211} P_{211} + \bar{z}_{221,221} P_{221}; \end{aligned} \quad (17)$$

где $z_{inj, inj}$ - вертикальные перемещения от силы $P=1$, в обозначениях которых первые три индекса до запятой соответствуют месту определения прогиба (под inj -ой силой), а вторые после запятой - силе P_{inj} , от которой определяется прогиб. Они определяются с помощью формулы (30) от P_{inj} силы, приложенной в μ -ом пролете, в месте расположения силы, под которой находится прогиб (номер этой силы обозначается тремя индексами до запятой). Для этих перемещений имеют место в соответствии с теоремой о взаимности перемещений зависимости:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{111,121} &= \bar{z}_{111,111}; \bar{z}_{111,211} = \bar{z}_{211,111}; \bar{z}_{111,221} = \bar{z}_{211,111}; \\ \bar{z}_{121,211} &= \bar{z}_{211,121}; \bar{z}_{121,221} = \bar{z}_{221,121}; \bar{z}_{211,221} = \bar{z}_{221,211}; \end{aligned} \quad (18)$$

Зависимости, аналогичные приведенным в выражении (17), можно записать также для вертикальных перемещений, $z_{112}^0, z_{122}^0, z_{212}^0, z_{222}^0$, то есть для перемещений, соответствующих $j=2$, а также для горизонтальных перемещений y_{in1p}^0, y_{in2p}^0 ($i=1,2; n=1,2$), являющихся функциями единичных перемещений y_{in1p}, y_{in2p} и сил Q_{yinjp} .

Покажем, как определяются вертикальные силы P_{inj} , действующие на колеса.

Упруго-диссипативные силы P_{inja}, Y_{inja} , передающиеся от обрессоренных частей на боковые рамы тележек в вертикальном и поперечном направления, определим из выражений [1]:

$$P_{inja} = k_z \Delta z_{inj} + \beta_z \dot{\Delta z}_{inj} + F_z \text{sign} \dot{\Delta z}_{inj};$$

$$Y_{inja} = k_y \Delta y_{inj} + \beta_y \dot{\Delta y}_{inj} + F_y \text{sign} \dot{\Delta y}_{inj};$$
(19)

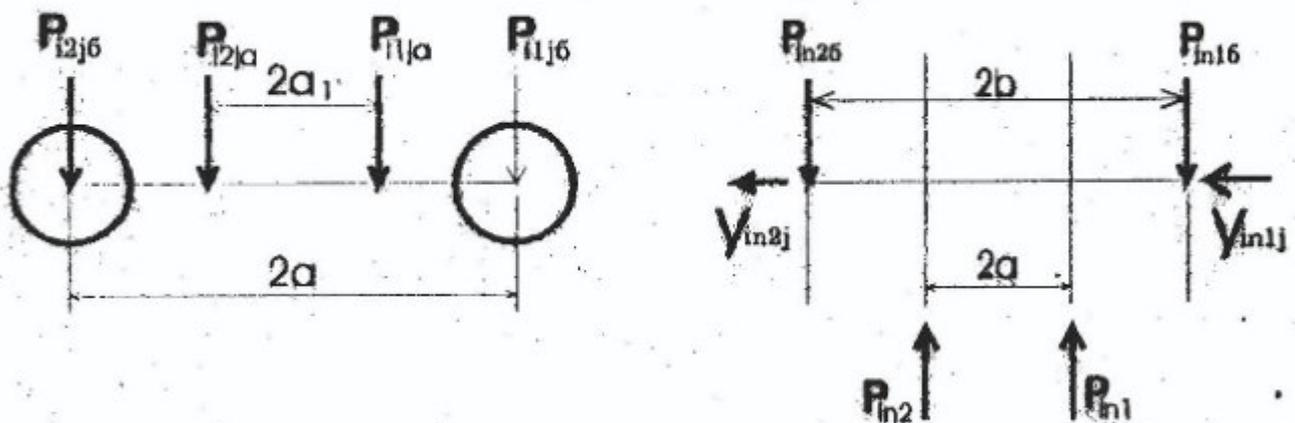


Рис. 2

Отметим, что силы $P_{inja}, P_{inj\delta}, P_{inj}, Q_{zal}, Q_{zbl}, Q_{yal}, Q_{ybl}$ зависят не только от перемещений обрессоренных частей, а и от перемещений рельсов z_{inj}^0, y_{inj}^0 под inj -ми колесами в вертикальном и поперечном направлениях. Это обеспечивает связь уравнений, описывающих колебания транспортного средства и уравнений, описывающих движение путевой структуры [10].

Приведенные уравнения движения позволяют исследовать движение транспортных средств и путевой структуры не только прямолинейным, а и по криволинейном (постоянной и переменной кривизны) участкам пути.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Говоруха В.В. Физико-технические основы создания элементов рельсового транспорта шахт и карьеров. - Киев: Наукова думка, 1992. 200 с.

2. Радченко Н.А. Криволинейное движение рельсовых транспортных средств. - Киев: Наукова думка, 1988. - 216 с.

3. Лазарян В.А. Применение математических машин непрерывного действия к решению задач динамики подвижного состава железных дорог. - М.: Трансжелдориздат, 1962. 220 с.

4. Киселев В.А. Строительная механика. - М.: Стройиздат, 1986, 520 с.

УДК 625.1+ 622.6

А.В. Говоруха

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА И РЕЛЬСОВОГО ПУТИ РАЗЛИЧНОЙ МОДИФИКАЦИИ.

Викладено підхід для розробки нових моделей колійної структури для дослідження взаємодії рухомого складу і рейкової колії з урахуванням їх інерційних і пружно-десипативних властивостей. Бібліогр. : - 33 найм.

Железнодорожный транспорт является одним из основных звеньев транспортной системы страны. На его долю приходится больше половины грузооборота и более третьей части пассажирских перевозок, причем его ведущая роль в перевозке грузов сохранится и на отдаленную перспективу [1].

В разветвленной сети подземного шахтного транспорта рельсовый транспорт по протяженности путей занимает ведущее место, значительно опережая по этому показателю другие виды транспорта [2].