$$P(\sigma)=\frac{\sigma_{np}}{n}\cdot\frac{dn}{d\sigma}=\frac{1}{a}\exp\left[\frac{1}{a}\left(1-\frac{\sigma}{\sigma_{np}}\right)\right]. \qquad (11)$$

Подстановка (11) в (2) дает

$$\sigma_0=\sigma_{np}\left[1-a^{-1}\exp a^{-1}\left(1-\frac{\sigma}{\sigma_{np}}\right)\right], \qquad (12)$$

где $a^{-1}=\alpha_n m(2-\alpha_n m)$ – параметр, определяемый по экспериментальным данным. Здесь: m – коэффициент, учитывающий степень нарушений сплошности горных пород; $\alpha_n=\frac{l_{\shortparallel}}{l_{\perp}}$ – коэффициент, учитывающий геометрию дефектов ($l_{\shortparallel}, l_{\perp}$ – усредненные размеры дефектов вдоль и перпендикулярно действию нагрузки; отношение $\frac{l_{\shortparallel}}{l_{\perp}}>1$ – соответствует ориентации дефектов по направлению нагрузки, $\frac{l_{\shortparallel}}{l_{\perp}}<1$ – перпендикулярно ей).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979. – 743 с.

УДК 621.928.3

В.И. Кривощеков, Р.В. Кирия

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД В СЕПАРАЦИОННЫХ АППАРАТАХ

Одержано основне рівняння руху двофазних середовищ на основі класичних рівнянь Л. Больцмана на гідродинамічній стадії описання системи. Проведен аналіз цих рівнянь та визначено область їх застосування. Бібліогр.: 11 найм.

Процессы обогащения и классификации полезных ископаемых, как правило, осуществляются в турбулентном потоке разделяющей среды (вода или воздух) с определенной концентрацией минеральных частиц. Массоперенос последних зависит в основном от технологических параметров процесса сепарации, конструктивных особенностей аппарата, действия внешнего силового поля. В зависимости от крупности и плотности частиц твердой фазы, параметров турбулентного потока при движении двухфазной среды может преобладать конвективная или диффузорная составляющая массопереноса твердой фазы.

Предположим, что концентрация твердых сферических частиц в двухфазной среде не превышает 10%. В этом случае разжиженную двухфазную среду можно представить как систему твердых частиц различной крупности случайно взаимодействующих с турбулентными вихрями разделяющей среды с масштабом турбулентности λ.

Представим поток твердой фазы среды в виде составляющих потоков невзаимодействующих между собой твердых частиц узких фракции крупности (i-ые компоненты твердой фазы). Тогда, согласно [1,2], на статистической (мезоскопической) стадии эволюции системы движение частиц твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды можно описать уравнениями Л. Больцмана и для плотных сред уравнениями Д. Энского [3], соответственно

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v}_i \cdot \mathrm{grad}_r f_i + \dfrac{1}{m_i} \vec{F}_i \ \mathrm{grad}_v f_i = J(f_i, f_{\text{т}}); & (1) \\ \dfrac{\partial f_{\text{т}}}{\partial t} + \vec{v}_{\text{т}} \cdot \mathrm{grad}_r f_{\text{т}} + \dfrac{1}{m_{\text{т}}} \vec{F}_{\text{т}} \ \mathrm{grad}_v f_{\text{т}} = J(f_{\text{т}}, f_{\text{т}}), & (2) \end{cases}$$

$$(i=1,2,...,k)$$

где $f_i(\vec{v}_i, \vec{r}, t)$, $f_{\text{т}}(\vec{v}_{\text{т}}, \vec{r}, t)$ - функции распределения скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды, соответственно; $\vec{v}_i, \vec{v}_т$ - вектор скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды, соответственно; $\vec{r}$ - радиус-вектор некоторой точки среды; t - текущее время; $m_i, m_т$ - масса частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды, соответственно; $\vec{F}_i, \vec{F}_т$ - сумма сил, действующих на частицы i-ой компоненты твердой фазы и турбулентные вихри разделяющей среды, соответственно; $\mathrm{grad}_r f_i, \mathrm{grad}_r f_т$ - градиенты функций распределения скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды по координатам, соответственно; $\mathrm{grad}_v f_i, \mathrm{grad}_v f_т$ - градиенты функций распределения скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды по скоростям, соответственно; $J(f_i, f_т), J(f_т, f_т)$ - столкновительные члены частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды, соответственно; k - количество i-ых компонент твердой фазы.

В уравнениях (1) и (2) первые члены левой части представляют изменение в единицу времени среднего числа частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды в единице объема фазового пространства, соответственно. Под фазовым пространством понимается пространство координат и скоростей частиц двухфазной среды. Вторые члены левой части уравнений (1) и (2) есть изменение среднего числа частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды в единице объема фазового пространства в результате конвективного переноса, соответственно. Третьи члены левой части уравнений (1) и (2) есть изменение среднего числа частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды в единице объема фазового пространства в результате действия внешних сил, соответственно. Правые части уравнений (1) и (2) представляют собой изменение среднего числа частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды в единице объема фазового пространства за счет изменения скоростей в результате их столкновения между собой, соответственно.

Уравнения (1) и (2) справедливы, когда масштаб времени t гораздо больше времени взаимодействия частиц τ_c и соизмерим с временем релаксации системы τ_p ($\tau_c << t \sim \tau_p$). Время релаксации - это время, в течение которого система, выведенная из состояния статистического равновесия, переходит в прежнее состояние. Для частиц i-ой компоненты твердой фазы в турбулентном потоке двухфазной среды время их релаксации τ_i соизмеримо с временем релаксации турбулентных вихрей $\tau_т$ и равно обратной величине частоты турбулентных пульсаций вихрей ($\tau_i = 1/\omega \sim 10^{-4}$ с) разделяющей среды.

В реальных условиях время разделения частиц твердой фазы в рабочей зоне сепарационных аппаратов значительно больше времени релаксации, то есть $t >> \tau_i \sim 10^{-4}$ с.

Следовательно, согласно Н.Н. Боголюбову [1,2] состояние двухфазной среды в рабочей зоне сепарационного аппарата близко к статистическому равновесному и представляет собой гидродинамическую (диффузионную) стадию эволюции системы. В этом случае система находится в локально статистически равновесном состоянии и описывается законами линейной неравновесной термодинамики Л. Онзагера [1]. Поэтому процессы, происходящие в двухфазной среде на этой стадии, можно описать линейными Марковскими процессами и следовательно столкновительные члены уравнений (1) и (2) имеют вид [1,2]

$$J(f_i, f_i) = \frac{f_{0i} - f_i}{\tau_i}, \qquad (3)$$

$$J(f_\text{т}, f_\text{т}) = \frac{f_{0\text{т}} - f_\text{т}}{\tau_\text{т}}, \tag{4}$$

где $f_{0i}, f_{0\text{т}}$ - равновесная Максвеловская функция распределения скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды [4,5].

Исходя из этого, на гидродинамической (диффузионной) стадии эволюции системы, то есть для локального равновесного состояния, система описывается уравнениями Л. Больцмана с релаксационным столкновительным членом и уравнения (1) и (2) примут вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v}_i \cdot \text{grad}_r f_i + \dfrac{1}{m_i} \vec{F}_i \ \text{grad}_\text{v} f_i = \dfrac{f_{0i} - f_i}{\tau_i}; & (5) \\ \dfrac{\partial f_\text{т}}{\partial t} + \vec{v}_\text{т} \cdot \text{grad}_r f_\text{т} + \dfrac{1}{m_\text{т}} \vec{F}_\text{т} \ \text{grad}_\text{v} f_\text{т} = \dfrac{f_{0\text{т}} - f_\text{т}}{\tau_\text{т}}, & (6) \end{cases}$$

$$(i=1,2,...,k)$$

Предположим, что при взаимодействии твердых частиц и турбулентных вихрей в двухфазной среде, справедливы законы сохранения массы и количества движения. Умножим последовательно левую и правую часть уравнения (5) на m_i и проекции $m_i v_{xi}$, $m_i v_{yi}$, $m_i v_{zi}$, а также уравнения (6) на $m_\text{т}$ и проекции $m_\text{т} v_{x\text{т}}$, $m_\text{т} v_{y\text{т}}$, $m_\text{т} v_{z\text{т}}$. Затем проинтегрируем полученные соотношения по скорости и преобразуем согласно работам [1,6,7]. Тогда получим уравнения сохранения массы и изменения количества движения для осредненного потока частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды. Если при этом предположить, что турбулентность локально однородна и изотропна [8,9], то система уравнений движения двухфазной среды после преобразования примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho_т}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho_т\, \vec{v}_{тс})=0; & (7) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{тс}}{\partial t}+(\vec{v}_{тс}\nabla)\vec{v}_{тс}=\dfrac{1}{\rho_т}\vec{F}_{тс}-\dfrac{1}{\rho_т}\mathrm{grad}P_т+K_т\Delta\vec{v}_{тс}+K_т\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\vec{v}_{тс}); & (8) \\ \dfrac{\partial c_i}{\partial t}=\mathrm{div}\left[D_i\mathrm{grad}c_i-c_i\,\vec{v}_{ic}-B_i c_i\vec{F}_{ic}\right]; & (9) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{ic}}{\partial t}+(\vec{v}_{ic}\nabla)\vec{v}_{ic}=\dfrac{1}{\rho_i}\vec{F}_{ic}-\dfrac{1}{\rho_i}\mathrm{grad}P_i+K_i\Delta\vec{v}_{ic}+K_i\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\vec{v}_{ic}), & (10) \end{cases}$$

$$(i=1,2,...,k)$$

где $\vec{v}_{ic}, \vec{v}_{тс}$ - вектор средних скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей в данной точке потока двухфазной среды, соответственно; $\vec{F}_{ic}, \vec{F}_{тс}$ - суммарные средние силы, действующие на частицы i-ой компоненты твердой фазы и турбулентные вихри разделяющей среды, отнесенные к единице объема двухфазной среды, соответственно; P_i и $P_т$ - среднее статистическое давление частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды, соответственно; ρ_i, $\rho_т$ - средняя плотность частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей разделяющей среды, отнесенные к единице объема двухфазной среды, соответственно; c_i - объемная концентрация частиц i-ой компоненты твердой фазы; D_i - коэффициент диффузии (макродиффузии) частиц i-ой компоненты твердой фазы в двухфазной среде [1,5]; B_i - коэффициент подвижности частиц i-ой компоненты твердой фазы в двухфазной среде [1,5]; K_i, $K_т$ - коэффициент макровязкости i-ой компоненты твердой фазы и турбулентной вязкости разделяющей среды, соответственно; $\nabla=\vec{i}\dfrac{\partial}{\partial x}+\vec{j}\dfrac{\partial}{\partial y}+\vec{k}\dfrac{\partial}{\partial z}$ - оператор градиента функции;

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласса (Лаплассиан).

В полученной системе уравнений (7)-(10) уравнения (7) и (8) представляют собой уравнения неразрывности и Навье-Стокса [8] для осредненного турбулентного движения разделяющей среды. Уравнения (9) и (10) являются уравнениями макродиффузии Фоккера-Планка [10] и Навье-Стокса для частиц i-ой компоненты твердой фазы. Первые члены левой части уравнений (8) и (10) представляют собой изменение средних скоростей в данной точке потока разделяющей среды и i-ой компоненты твердой фазы в единицу времени, соответственно. Вторые члены левой части уравнений (8) и (10) обусловлены конвективным переносом турбулентных вихрей и частиц i-ой компоненты твердой фазы, соответственно. Первые члены правой части уравнений (8) и (10) обусловлены действием внешних сил инерции и гравитации и суммой средних межфазных гидродинамических сил Магнуса, Архимеда, присоединенных масс и сопротивления среды [10,11]. Вторые члены правой части уравнений (8) и (10) обусловлены силами статического давления турбулентных вихрей и частиц i-ой компоненты твердой фазы двухфазной среды, соответственно. Третьи и четвертые члены правой части уравнений (8) и (10) обусловлены действием сил турбулентной (вихревой) вязкости и макровязкости частиц i-ой компоненты твердой фазы, соответственно.

Левая часть уравнения (9) есть изменение концентрации частиц i-ой компоненты твердой фазы в данной точке единицы объема среды в единицу времени. Правая часть уравнения (9) представляет собой изменение концентрации частиц i-ой компоненты твердой фазы за счет макродиффузии частиц, конвективного их переноса и внешних сил.

В случае несжимаемости двухфазной среды (пульпы) ρ_r =const уравнения (7)-(10) примут вид

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v}_{\text{тс}} = 0; & (11) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{\text{тс}}}{\partial t} + (\vec{v}_{\text{тс}} \nabla) \vec{v}_{\text{тс}} = \dfrac{1}{\rho_{\text{т}}} \vec{F}_{\text{тс}} - \dfrac{1}{\rho_{\text{т}}} \operatorname{grad} P_{\text{т}} + K_{\text{т}} \Delta \vec{v}_{\text{тс}}; & (12) \\ \dfrac{\partial c_i}{\partial t} = \operatorname{div} \left[D_i \operatorname{grad} c_i - c_i \vec{v}_{ic} - B_i c_i \vec{F}_{ic} \right]; & (13) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{ic}}{\partial t} + (\vec{v}_{ic} \nabla) \vec{v}_{ic} = \dfrac{1}{\rho_i} \vec{F}_{ic} - \dfrac{1}{\rho_i} \operatorname{grad} P_i + K_i \Delta \vec{v}_{ic} + K_i \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{v}_{ic}). & (14) \end{cases}$$

$$(i=1,2,...,k)$$

В этих уравнениях коэффициенты турбулентной вязкости жидкой фазы $K_{\text{т}}$ и макровязкости K_i частиц i-ой компоненты твердой фазы, а также коэффициенты диффузии (макродиффузии) D_i определяются по формулам [6,7]

$$K_{\text{т}} = \frac{1}{3} \overline{v_{\text{т}}'^2 \ \tau_{\text{т}}}; \quad (15)$$

$$K_i = \frac{1}{3} \overline{v_i'^2 \ \tau_i}; \quad (16)$$

$$D_i = \frac{1}{3} \overline{v_i'^2 \ \tau_i}, \quad (17)$$

где v_i', $v_{\text{т}}'$ - случайные (пульсационные) составляющие скоростей частиц i-ой компоненты твердой фазы и турбулентных вихрей, соответственно ($v_i' = v_i - v_{ic}$, $v_{\text{т}}' = v_{\text{т}} - v_{\text{тс}}$).

Причем $D_i = K_i$ только для разжиженной пульпы ($c_i < 10\%$), так как время релаксации при диффузии твердых частиц в этом случае совпадает с временем релаксации при случайном переносе ими количества движения. В общем случае для концентрированных пульп $D_i \neq K_i$.

Уравнение (12) можно вывести из уравнения О. Рейнольдса для турбулентного течения жидкой фазы, если выразить пульсационные составляющие скорости турбулентных вихрей, согласно Л. Прандтля, через градиенты осредненных скоростей и ввести, согласно

Т.В. Буссинеска, кинематический коэффициент турбулентной вязкости жидкой фазы [8]

$$K_{\text{т}}=\overline{\lambda v'_{\text{т}}}\ , \tag{18}$$

При движении разжиженной пульпы (c_i ≤ 10%) коэффициенты макровязкости $K_i \approx 0$, поэтому двумя последними членами правой части уравнения (14) можно пренебречь. Если частицы твердой фазы в пульпе имеют крупность намного меньше масштаба турбулентности ($d_i << \lambda$), то скорости твердых частиц и турбулентных вихрей жидкой фазы совпадают (относительное движение фаз отсутствует) и поэтому их средние скорости равны ($\vec{v}_{ic}=\vec{v}_{\text{тс}}$).

Заменяя уравнение (12) и (14) одним, путем сложения их левых и правых частей, получим вместо четырех уравнений системы (11)-(14) систему из трех уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{div}\vec{v}_{\text{с}}=0; & (19)\\ \dfrac{\partial \vec{v}_{\text{с}}}{\partial t}+(\vec{v}_{\text{с}}\nabla)\vec{v}_{\text{с}}=\dfrac{1}{\rho_{\text{с}}}\vec{F}_{\text{вс}}-\dfrac{1}{\rho_{\text{с}}}\operatorname{grad}P_{\text{с}}+K_{\text{с}}\Delta\vec{v}_{\text{с}}; & (20)\\ \dfrac{\partial c_i}{\partial t}=\operatorname{div}\left[D_i\operatorname{grad}c_i-c_i\vec{v}_{\text{с}}-B_i c_i\vec{F}_{ic}\right]; & (21) \end{cases}$$

$$(i=1,2,...,k)$$

где $\vec{v}_{\text{с}}$ - средняя скорость потока пульпы, $\vec{v}_{\text{с}}=(\sum_{i=1}^{k}\vec{v}_{ic}\cdot\rho_i+\vec{v}_{\text{тс}}\,\rho_{\text{тс}})/\rho_c$; ρ_c - средняя плотность пульпы, $\rho_c=\sum_{i=1}^{k}\rho_i+\rho_{\text{тс}}$; $\vec{F}_{\text{вс}}$ - сумма внешних сил, действующих на единицу объема пульпы; K_c - коэффициент кинематической вязкости пульпы (для разжиженной пульпы, содержащей тонкодисперсную $d_i << \lambda$ твердую фазу $K_c = K_т$); P_c - среднее статистическое давление пульпы, $P_c = \sum_{i=1}^{k} P_i + P_т$.

Так как $\sum_{i=1}^{k} P_i << P_т$, то $P_c \approx P_т$.

Система уравнений (19)-(21) описывает турбулентное движение разжиженной пульпы ($c_i \leq 10\%$) с тонкодисперсной ($d_i << \lambda$) твердой фазой, когда $D_i \neq 0$, $B_i \neq 0$ и конвективный перенос частиц твердой фазы совпадает с конвективным переносом разделяющей среды.

Для твердых частиц средней крупности ($d_i \sim \lambda$), когда кроме диффузионного переноса частиц твердой фазы имеет место их движение относительно жидкой фазы, то есть $\vec{v}_{ic} \neq \vec{v}_{тс}$, для разжиженных пульп уравнения движения (11)-(14) примут вид

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v}_{тс} = 0; & (22) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{тс}}{\partial t} + (\vec{v}_{тс} \nabla)\, \vec{v}_{тс} = \dfrac{1}{\rho_т} \vec{F}_{тс} - \dfrac{1}{\rho_т} \operatorname{grad} P_т + K_т \Delta \vec{v}_{тс}; & (23) \\ \dfrac{\partial c_i}{\partial t} = \operatorname{div}\left[D_i \operatorname{grad} c_i - c_i \vec{v}_{ic} - B_i c_i \vec{F}_{ic} \right]; & (24) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{ic}}{\partial t} + (\vec{v}_{ic} \nabla)\, \vec{v}_{ic} = \dfrac{1}{\rho_i} \vec{F}_{ic}. & (25) \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, k)$$

Поскольку для крупных частиц твердой фазы ($d_i >> \lambda$), в связи с их большой инертностью, $D_i = 0$ и $B_i = 0$, то есть диффузия этих частиц пренебрежительно мала, уравнения системы (11)-(14) примут вид

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v}_{тс} = 0; & (26) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{тс}}{\partial t} + (\vec{v}_{тс} \nabla) \vec{v}_{тс} = \dfrac{1}{\rho_т} \vec{F}_{тс} - \dfrac{1}{\rho_т} \operatorname{grad} P_т + K_т \Delta \vec{v}_{тс}; & (27) \\ \dfrac{\partial c_i}{\partial t} + \vec{v}_{ic} \operatorname{grad} c_i = 0; & (28) \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{ic}}{\partial t} + (\vec{v}_{ic} \nabla) \vec{v}_{ic} = \dfrac{1}{\rho_i} \vec{F}_{ic}. & (29) \end{cases}$$

$$(i=1,2,...,k)$$

В этой системе уравнений движение пульпы, содержащей крупные частицы твердой фазы представлено в виде движения разделяющей среды (26), (27) и движения отдельных твердых частиц в этой среде без диффузионного их переноса (28), (29).

Полученная система уравнений (11)-(14) движения пульпы справедлива при $c_i \leq 10\%$. Для пульп с концентрацией твердой фазы c_i >10% эта система уравнений также применима. Однако на величину коэффициентов $K_т$, D_i, K_i в этих уравнениях будет влиять концентрация твердой фазы в связи с взаимодействием частиц между собой. $D_i = f(c_i) \neq 0$, $K_i = f(c_i) \neq 0$.

Таким образом, получены общие уравнения осредненного движения двухфазной среды на основе кинетических уравнений Л. Больцмана на гидродинамической стадии описания системы. Эти уравнения позволяют в зависимости от конструктивных и технологических параметров сепарационного аппарата, структуры турбулентного потока разделяющей среды в нем и крупности частиц дисперсной фазы определить среднюю скорость и концентрацию частиц в любой точке рабочей зоны аппарата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н. Неравновесная термодинамика и физическая кинетика. - М.: Изд-во Московского унив. 1989. - 240с.

2. Ван Кампен Н.Г. Стохастические процессы в физике и химии. - М.: Высш. шк. 1990. - 376с.

3. Чепмен С., Каулинг Г. Математическая теория неоднородных газов. - М.: Изд-во иностр. литер. 1960. - 510с.

4. Сэвидж С., Джеффри Д. Тензор напряжений в потоке гранулированной среды при высоких скоростях сдвига // Сб. Механика гранулированных сред, N 36. Под ред. А.Ю. Ишлинского. -М.: Мир. 1995. - 279с.

5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. - М.: Наука. 1979. - 552с.

6. Васильев А.М. Введение в статистическую физику. - М.: Высш. шк. 1980. - 272с.

7. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика. Теория неравновесных систем. - М.: Изд-во Московского унив. 1987.-560с.

8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газов. - М.: Наука. 1973. - 848с.

9. Хинце О. Турбулентность. - М.: Гос. изд-во физико-математической лит-ры. 1963. - 680с.

10. Тихонов О.Н. Закономерности эффективного разделения минералов в процессах обогащения полезных ископаемых. - М.: Недра. 1989. - 208с.

11. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. - М.: Наука, 1987. - Т.1. - 464с.