

Luftreifen der Abplattung. Jahrbuch der Deutschen Luftfahrtforschung. Teil 1, 1939, s. 470-496.

7. Бидерман В.Л., Гуслицер Р.Л. и др. Автомобильные шины// Госхимиздат. -М.: 1963, 383 с.

8. Clark S.K. A Review of Cord-Rubber Elastic Characteristics. Rubber Chemistry and Technology, 37, 1964, pp. 1365-1390.

9. Gough V.E. Stiffness of Cord and Rubber Constructions. Rubber Chemistry and Technology, 41, 1968, pp. 988-1021.

10. Akasaka T. Various Reports and/of Bulletins of the Faculty of Science and Engineering (Chuo University, Tokyo, 1959-1964).

11. Лехинцкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. -М.: Гостехиздат, 1950.

12. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Ленинград, Судпромгиз, 1962. -431 с.

13. Растеряев Ю.К., Каспаров А.А. Удругие характеристики и механика деформирования составных анизотропных резинокордных систем пневматических шин// Труды I Международного симпозиума по механике эластомеров. Т. II. Севастополь, 1994, июнь. -Днепропетровск, 1996. -С. 47-66.

УДК 678.04:678.065.001.24:539.3/4

ТЕОРИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БРЕКЕРА

Ю.К. Растеряев, А.А. Каспаров

Государственный НИИ крупногабаритных шин, г. Днепропетровск

В шинной промышленности брекером называют элемент радиальной пневматической шины, представляющий собой резиновый пояс, армированный нитями корда с обрезанными концами на его края.

В радиальной шине брекер является одним из основных силовых элементов, обеспечивающий жесткость шины в окружном направлении, поэтому знание его агрегатных упругих параметров и жесткостных свойств является необходимым условием для расчета напряженно-деформированного состояния и конструирования радиальной крупногабаритной шины.

В работе О.В. Фотинич [1] рассматривался вопрос определения приведенного модуля упругости резинокордной полосы конечной ширины в направлении ее длины. При этом, использовалась весьма приближенная расчетная модель резинокордной полосы - нити корда предполагались изотропными с пря-

моугольным поперечным сечением, а касательные напряжения, возникающие в связующей резине на границах с нитями корда, действуют всегда строго вдоль нитей, что, вообще говоря, неправомерно.

Здесь предлагается учитывающий наличие свободных кромок метод теоретического определения упругих агрегатных параметров и жесткостей резаного резинокордного брекера конечной ширины $2b$ по известным упругим константам резины и корда [2]. При этом из-за конструктивных особенностей нитей корда последние рассматриваются как квазиоднородный транслопный цилиндрический материал, обладающий пятью независимыми константами упругости. Предлагаемый ниже метод является естественным продолжением исследований [3].

Для определения агрегатных упругих параметров и жесткостей резаного брекера будем рассматривать его как многослойную резинокордную полосу с конечной шириной $2b$.

Рассмотрим в начале бесконечно длинную двухслойную резинокордную полосу ширины $2b$, растягиваемую вдоль оси y силами P , а вдоль оси x - усилиями $2N$ (рис. 1).

Как видно из рисунка 2 в такой брекерной полосе два несущих резинокордных слоя 1 и 2 симметрично расположены относительно ее оси абсцисс x .

Будем рассматривать резинокордные несущие слои 1 и 2 как анизотропные, главные оси анизотропии которых составляют углы α и $-\alpha$ с осью ординат y (рис. 1).

В дальнейшем, все величины, характеризующие верхний несущий анизотропный слой, будем снабжать индексом "2", а нижний несущий анизотропный слой - индексом "1".

Приводя систему плоских напряжений $\sigma_x = \sigma_2$, $\sigma_y = \sigma_1$, $\sigma_{xy} = \sigma_{12}$ к статически эквивалентной системе упругих мембранных усилий

$$N_x = \sigma_x \cdot h, N_y = \sigma_y \cdot h, N_{xy} = \sigma_{xy} \cdot h, \quad (1)$$

получим обобщенный закон Гука для несущего анизотропного резинокордного слоя брекера, главные линии анизотропии которого составляют угол α с осью ординат y , в такой форме:

$$\begin{aligned} N_x &= A_{22}\epsilon_x + A_{12}\epsilon_y + A_{26}\epsilon_{xy}, \\ N_y &= A_{12}\epsilon_x + A_{11}\epsilon_y + A_{16}\epsilon_{xy}, \\ N_{xy} &= A_{26}\epsilon_x + A_{16}\epsilon_y + A_{66}\epsilon_{xy}, \end{aligned} \quad (2)$$

где h - толщина несущего анизотропного резинокордного слоя брекера (рис. 2).

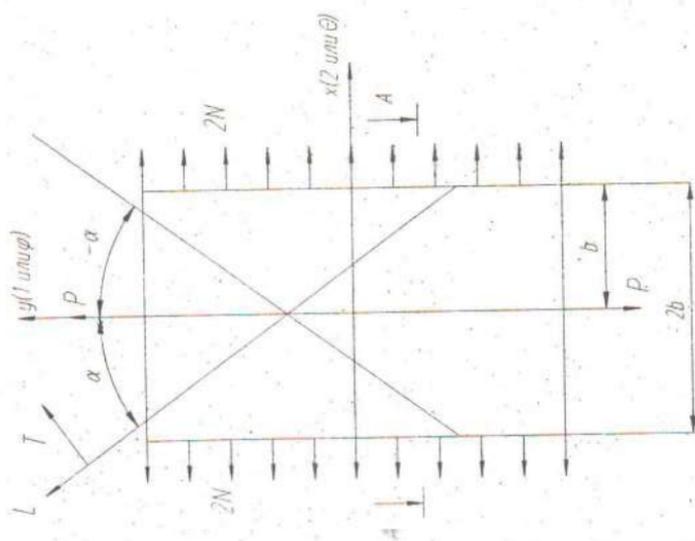


Рис. 1. Двухслойный брекер с обрезанными краями

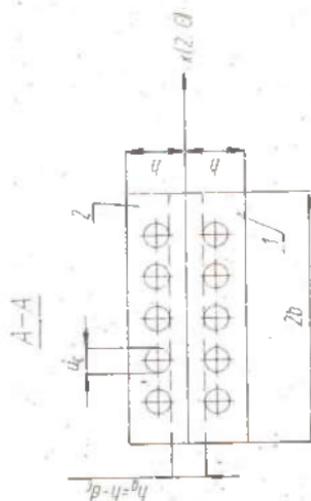


Рис. 2. Поперечное сечение двухслойного брекера с обрезанными краями

В уравнениях (2) компоненты матрицы жесткости несущего анизотропного резинокордного слоя брекера $[A_{ij}]$ и ее коэффициенты b_{ij} определяются согласно [3] по формулам:

$$A_{ij} = b_{ij} \cdot h, \quad (ij=11, 12, 22, 16, 26, 66); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} b_{11} &= C_{11} \cdot \cos^4 \alpha + C_{22} \sin^4 \alpha + 2C_0 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha, \\ b_{22} &= C_{11} \cdot \sin^4 \alpha + C_{22} \cos^4 \alpha + 2C_0 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha, \\ b_{12} &= (C_{11} + C_{22} - 2C_0) \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + C_{12}, \\ b_{16} &= (-C_{11} \cdot \cos^2 \alpha + C_{22} \sin^2 \alpha + C_0 \cdot \cos 2\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \\ b_{26} &= (-C_{11} \cdot \sin^2 \alpha + C_{22} \cos^2 \alpha - C_0 \cdot \cos 2\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \\ b_{66} &= (C_{11} + C_{22} - 2C_0) \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + C_{66}. \end{aligned} \quad (4)$$

Отметим, что угол $\alpha = 90^\circ - \beta$, где β - угол между нитью корда первого слоя брекера и меридианом (направление x на рис. 1).

Жесткости несущего анизотропного резинокордного слоя в главных осях анизотропии L и T (рис. 1), которые входят в формулы (4), определяются следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_L}{1 - \nu_{LT} \cdot \nu_{TL}}, & C_{22} &= \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \cdot \nu_{TL}}, & C_{66} &= G_{LT}, \\ C_{12} &= \nu_{TL} \cdot C_{11} = \nu_{LT} \cdot C_{22}, & C_0 &= C_{12} + 2C_{66}. \end{aligned} \quad (5)$$

Модули упругости и сдвига, коэффициенты Пуассона несущего анизотропного резинокордного слоя брекера в главных осях анизотропии L и T определяются согласно [3] по формулам:

$$\begin{aligned} E_L &= \bar{e} - \frac{\bar{c}^2}{a}, & E_T &= \frac{4 \cdot \bar{b} (\bar{a} \cdot \bar{e} - \bar{c}^2)}{(\bar{a} + \bar{b}) \bar{e} - \bar{c}^2}, \\ G_{LT} &= \bar{f}, & \nu_{LT} &= \frac{\bar{c}}{2\bar{a}}, & \nu_{TL} &= \nu_{LT} \cdot \frac{E_T}{E_L}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \frac{a_g(a_c + b_g) \cdot (1 - \zeta_c) + a_c(a_g + b_g) \cdot \zeta_c}{(a_c + b_g) \cdot (1 - \zeta_c) + (a_g + b_g) \cdot \zeta_c}, \\ \bar{c} &= \frac{c_g(\bar{a} - a_c) - c_c(\bar{a} - a_g)}{a_g - a_c}, \\ \bar{b} &= b_g \cdot \left[\frac{2 \cdot \zeta_c \cdot b_c(a_g + b_g) + 2 \cdot (1 - \zeta_c) \cdot b_c b_g + (1 - \zeta_c) \cdot a_g \cdot (b_c + b_g)}{2 \cdot \zeta_c \cdot b_g(a_g + b_g) + 2(1 - \zeta_c) \cdot b_c b_g + (1 - \zeta_c) \cdot a_g \cdot (b_c + b_g)} \right], \\ \bar{e} &= \frac{(\bar{c} - c_g) \cdot [\bar{c} - \zeta_c \cdot c_c - (1 - \zeta_c) \cdot c_g] + (\bar{a} - a_g) \cdot [\zeta_c \cdot e_c + (1 - \zeta_c) e_g]}{\bar{a} - a_g}, \\ \bar{f} &= \frac{f_g(f_c + f_g) \cdot (1 - \zeta_c) + f_c \cdot 2f_g \cdot \zeta_c}{(f_c + f_g) \cdot (1 - \zeta_c) + 2f_g \cdot \zeta_c}, \end{aligned} \quad (7)$$

и представляют собой жесткостные коэффициенты несущего анизотропного резинокордного слоя брекера.

Коэффициент ζ_c объемного содержания нитей корда в несущем резинокордном слое брекера, входящий в выражения (7), определяется по формуле:

$$\zeta_c = \frac{\pi d_c^2 \cdot i}{4h}, \quad (8)$$

где d_c - диаметр нити корда несущего анизотропного резинокордного слоя брекера (рис.2);

i - частота нитей в несущем резинокордном слое брекера.

В формулах (7) введены обозначения для:

- жесткостных коэффициентов резиновой матрицы несущего анизотропного резинокордного слоя брекера

$$\begin{aligned} a_g &= \frac{E_g}{2(1 - \nu_g - 2\nu_g^2)}, & b_g = f_g = G_g &= \frac{E_g}{2(1 + \nu_g)}, \\ c_g &= 2 \cdot \nu_g \cdot a_g, & e_g &= 2 \cdot (1 - \nu_g) \cdot a_g; \end{aligned} \quad (9)$$

- жесткостных коэффициентов нитей корда несущего анизотропного резинокордного слоя брекера

$$a_c = \frac{E_{cl}}{2 \cdot (1 - \nu_{cTZ} - 2\nu_{clT}^2)}, \quad b_c = \frac{E_{cl}}{2 \cdot (1 + \nu_{cTZ})},$$

$$c_c = 2 \cdot \nu_{clT} \cdot a_c, \quad e_c = 2 \cdot (1 - \nu_{cTZ}) \cdot a_c, \quad f_c = G_{clT}. \quad (10)$$

Отметим, что модули упругости нитей корда E_{cl} и резиновой матрицы E_g , коэффициенты Пуассона нитей корда ν_{clT} , ν_{cTZ} и резиновой матрицы ν_g , а также модуль сдвига нитей корда G_{clT} определяются, как и обычно, экспериментально, то есть путем измерений.

Поскольку жесткость нитей корда значительно больше жесткости резины, то резина расположенная между нитями корда несущих слоев 1 и 2 и обозначенная на рисунке 2 пунктирными линиями, будет работать еще и на сдвиг. Причем, напряжения сдвига в этом резиновом слое пропорциональны разности перемещений верхнего 2 и нижнего 1 несущих анизотропных резинокордных слоев:

$$X = \frac{G_g}{h_g} \cdot (u_2 - u_1), \quad Y = \frac{G_g}{h_g} \cdot (v_2 - v_1), \quad (11)$$

где u_1, v_1 - компоненты вектора перемещений верхнего 2 и нижнего 1 несущих анизотропных резинокордных слоев в направлениях x и y соответственно; h_g - толщина резинового слоя (рис. 2).

Математически задача сводится к решению дифференциальных уравнений равновесия несущих анизотропных резинокордных слоев 1 и 2

$$N_{x,x}^{(1)} + N_{xy,y}^{(1)} + X = 0, \quad N_{xy,x}^{(1)} + N_{y,y}^{(1)} + Y = 0; \quad (12)$$

$$N_{x,x}^{(2)} + N_{xy,y}^{(2)} - X = 0, \quad N_{xy,x}^{(2)} + N_{y,y}^{(2)} - Y = 0; \quad (13)$$

с граничными условиями

$$N_x^{(1)} \Big|_{x=\pm b} = N_x^{(2)} \Big|_{x=\pm b} = N, \quad N_{xy}^{(1)} \Big|_{x=\pm b} = N_{xy}^{(2)} \Big|_{x=\pm b} = 0. \quad (14)$$

Из физических соображений ясно, что при таких граничных условиях деформации, вращение, а также упругие усилия не могут зависеть от координаты y , хотя перемещения u_1, v_1 могут зависеть от координаты y , то есть:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^{(i)} &= u_{j,x} = \varepsilon_x^{(i)}(x), & \varepsilon_y^{(i)} &= v_{j,y} = \varepsilon_y^{(i)}(x), \\
 \varepsilon_{xy}^{(i)} &= u_{j,y} + v_{j,x} = \varepsilon_{xy}^{(i)}(x), & \omega_j &= u_{j,y} - v_{j,x} = \omega_j(x), \\
 N_x^{(i)} &= N_x^{(i)}(x), & N_y^{(i)} &= N_y^{(i)}(x), & N_{xy}^{(i)} &= N_{xy}^{(i)}(x).
 \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда уравнения равновесия (12) и (13) принимают вид:

$$[N_x^{(i)}] + X = 0, \quad [N_{xy}^{(i)}] + Y = 0; \quad (16)$$

$$[N_x^{(2)}] - X = 0, \quad [N_{xy}^{(2)}] - Y = 0; \quad (17)$$

а для перемещений u_j, v_j получаем

$$\begin{aligned}
 u_j &= \int_{-b}^b \varepsilon_x^{(i)} \cdot dx + \varphi_1(y) = F_j(x) + \varphi_1(y), \\
 v_j &= \varepsilon_y^{(i)}(x) \cdot y + f_1(x).
 \end{aligned} \quad (18)$$

Из выражений (15) для сдвига $\varepsilon_{xy}^{(i)}$ и вращения ω_j следует, что частные производные $u_{j,y}$ и $v_{j,x}$ есть функции x , но не y . Поэтому, с учетом сказанного и (18) получаем:

$$u_{j,y} = \varphi_1'(y), \quad v_{j,x} = y \cdot \varepsilon_{y,x}^{(i)} + f_1'(x).$$

Так как $\varphi_1'(y)$ не может зависеть от x , то

$$\varphi_1'(y) = \text{const} = C_1^{(i)}, \quad \varphi_1(y) = C_1^{(i)} \cdot y + C_2^{(i)}. \quad (19)$$

Аналогично получаем:

$$\varepsilon_{y,x}^{(i)} = 0, \quad \varepsilon_y^{(i)}(x) = \varepsilon_y^{(i)} = \text{const}. \quad (20)$$

С учетом (19) и (20) из (18) следует, что

$$u_j = F_j(x) + C_1^{(i)} \cdot y + C_2^{(i)}, \quad v_j = \varepsilon_y^{(i)} \cdot y + f_1(x). \quad (21)$$

Принимая во внимание (21), напряжения (11) в резиновом слое можно записать так:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{G_g}{h_g} \cdot \left[F_2(x) - F_1(x) + (C_1^{(2)} - C_1^{(1)}) \cdot y + C_2^{(2)} - C_2^{(1)} \right], \\
 Y &= \frac{G_g}{h_g} \cdot \left[(\varepsilon_y^{(2)} - \varepsilon_y^{(1)}) \cdot y + f_2(x) - f_1(x) \right]
 \end{aligned} \quad (22)$$

Но напряжения X и Y не могут зависеть от координаты y , поэтому

$$\varepsilon_y^{(2)} = \varepsilon_y^{(1)} = \varepsilon_y, \quad C_1^{(2)} = C_1^{(1)} = C. \quad (23)$$

Стало быть, формулы (21) для перемещений и (22) для напряжений принимают вид:

$$\begin{aligned}
 u_j &= F_j(x) + C \cdot y + C_2^{(j)}, \quad v_j = \varepsilon_y \cdot y + f_j(x); \\
 X &= \frac{G_g}{h_g} \cdot \left[F_2(x) - F_1(x) + C_2^{(2)} - C_2^{(1)} \right], \\
 Y &= \frac{G_g}{h_g} \cdot \left[f_2(x) - f_1(x) \right]
 \end{aligned} \quad (24)$$

Найдем вращение ω_j

$$\omega_j = u_{j,y} - v_{j,x} = C - f_j'(x).$$

Вращение ω_j не может содержать одной и той же постоянной для двух слоев, так как такая постоянная соответствует вращению брекера как жесткого целого, следовательно $C = 0$.

Обозначим теперь $C_2^{(j)} = C_j$, тогда формулы (24) для перемещений и напряжений примут вид:

$$u_j = F_j(x) + C_j, \quad v_j = \varepsilon_y \cdot y + f_j(x); \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{G_g}{h_g} \cdot \left[F_2(x) - F_1(x) + C_2 - C_1 \right], \\
 Y &= \frac{G_g}{h_g} \cdot \left[f_2(x) - f_1(x) \right]
 \end{aligned} \quad (26)$$

Подставляя (25) в (15), получаем выражения для деформаций:

$$\varepsilon_x^{(j)} = F_j'(x), \quad \varepsilon_y^{(j)} = \varepsilon_y = \text{const}, \quad \varepsilon_{xy}^{(j)} = f_j'(x), \quad (27)$$

С учетом (27) из (2) находим усилия:

$$\left. \begin{aligned} N_x^{(1)} &= A_{22} \cdot F_1' + A_{12} \cdot \varepsilon_y + A_{26} \cdot f_1', \\ N_y^{(1)} &= A_{12} \cdot F_1' + A_{11} \cdot \varepsilon_y + A_{16} \cdot f_1', \\ N_{xy}^{(1)} &= A_{26} \cdot F_1' + A_{16} \cdot \varepsilon_y + A_{66} \cdot f_1', \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} N_x^{(2)} &= A_{22} \cdot F_2' + A_{12} \cdot \varepsilon_y + A_{26} \cdot f_2', \\ N_y^{(2)} &= A_{12} \cdot F_2' + A_{11} \cdot \varepsilon_y + A_{16} \cdot f_2', \\ N_{xy}^{(2)} &= -A_{26} \cdot F_2' - A_{16} \cdot \varepsilon_y + A_{66} \cdot f_2', \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Складывая и вычитая уравнения равновесия (16), (17) и граничные условия (14), будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \left(N_x^{(2)} + N_x^{(1)} \right) &= 0, & \left(N_x^{(2)} - N_x^{(1)} \right) - 2Y &= 0, \\ \left(N_x^{(2)} + N_x^{(1)} \right)_{x=\pm b} &= 2N, & \left(N_{xy}^{(2)} - N_{xy}^{(1)} \right)_{x=\pm b} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(N_x^{(2)} - N_x^{(1)} \right) - 2X &= 0, & \left(N_{xy}^{(2)} + N_{xy}^{(1)} \right) &= 0, \\ \left(N_x^{(2)} - N_x^{(1)} \right)_{x=\pm b} &= 0, & \left(N_{xy}^{(2)} + N_{xy}^{(1)} \right)_{x=\pm b} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Из систем (30) и (31) следует, что

$$N_x^{(2)} + N_x^{(1)} = 2N, \quad N_{xy}^{(2)} + N_{xy}^{(1)} = 0. \quad (32)$$

Складывая и вычитая выражения (29) и (28) для усилий, получим:

$$\left. \begin{aligned} N_x^{(2)} + N_x^{(1)} &= A_{22}(F_2' + F_1') + 2A_{12} \cdot \varepsilon_y - A_{26} \cdot (f_2' - f_1'), \\ N_y^{(2)} + N_y^{(1)} &= A_{12}(F_2' + F_1') + 2A_{11} \cdot \varepsilon_y - A_{16} \cdot (f_2' - f_1'), \\ N_{xy}^{(2)} - N_{xy}^{(1)} &= -A_{26} \cdot (F_2' + F_1') - 2A_{16} \cdot \varepsilon_y + A_{66} \cdot (f_2' - f_1'); \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned} N_x^{(2)} - N_x^{(1)} &= A_{22} \cdot (F_2 - F_1)' - A_{26} \cdot (f_2 + f_1)', \\ N_y^{(2)} - N_y^{(1)} &= A_{12} \cdot (F_2 - F_1)' - A_{16} \cdot (f_2 + f_1)', \\ N_{xy}^{(2)} + N_{xy}^{(1)} &= -A_{26} \cdot (F_2 - F_1)' + A_{66} \cdot (f_2 + f_1)'; \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Подставляя (33) и (26) в (32) и (30), получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} A_{22} \cdot (F_2 + F_1)' + 2A_{12} \cdot \varepsilon_y - A_{26} \cdot (f_2 - f_1)' &= 2N_x, \\ \left(A_{66} - \frac{A_{26}^2}{A_{22}} \right) \cdot (f_2 - f_1)'' - \frac{2 \cdot G}{h} \cdot \frac{g}{g} \cdot (f_2 - f_1)' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

относительно функций $(F_2 + F_1)$ и $(f_2 - f_1)$ с граничными условиями

$$\left[-A_{26} \cdot (F_2 + F_1)' - 2A_{16} \cdot \varepsilon_y + A_{66} \cdot (f_2 - f_1)' \right]_{x=\pm b} = 0. \quad (36)$$

Подставляя (34) и (26) в (32) и (31), получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} -A_{26} \cdot (F_2 - F_1)' + A_{66} \cdot (f_2 + f_1)' &= 0, \\ \left(A_{22} - \frac{A_{26}^2}{A_{66}} \right) \cdot (F_2 - F_1)'' - \frac{2G}{h} \cdot \frac{g}{g} \cdot (F_2 - F_1)' &= \frac{2G}{h} \cdot \frac{g}{g} \cdot (C_2 - C_1) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

относительно функций $(F_2 - F_1)$ и $(f_2 + f_1)$ с граничными условиями

$$\left[A_{22} \cdot (F_2 - F_1)' - A_{26} \cdot (f_2 + f_1)' \right]_{x=\pm b} = 0. \quad (38)$$

Решив систему дифференциальных уравнений (35) с граничными условиями (36), найдем:

$$\begin{aligned} (F_2 + F_1) &= \frac{A_{26}}{A_{22}} \cdot B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) + \frac{2(N - A_{12} \cdot \varepsilon_y)}{A_{22}} \cdot x, \\ (f_2 - f_1) &= B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x), \end{aligned} \quad (39)$$

где

$$k_0 = \sqrt{\frac{2G_p \cdot A_{22}}{h_k \cdot (A_{22} \cdot A_{66} - A_{26}^2)}},$$

$$B = \frac{2A_{26} \cdot N + 2\varepsilon_y \cdot (A_{22} \cdot A_{16} - A_{12} \cdot A_{26})}{(A_{22} \cdot A_{66} - A_{26}^2) \cdot k_0 \cdot \operatorname{ch}(k_0 b)} \quad (40)$$

Решив систему дифференциальных уравнений (37) с граничными условиями (38), найдем:

$$(F_2 - F_1) = -(C_2 - C_1), \quad (f_2 + f_1) = -\frac{A_{26}}{A_{66}}(C_2 - C_1) + Q, \quad (41)$$

где Q - еще одна константа интегрирования.

Из формул (39) и (41) находим, что

$$F_1 = \frac{N - A_{12} \cdot \varepsilon_y}{A_{22}} \cdot x + \frac{A_{26}}{2A_{22}} \cdot B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) + \frac{1}{2}(C_2 - C_1),$$

$$F_2 = \frac{N - A_{12} \cdot \varepsilon_y}{A_{22}} \cdot x + \frac{A_{26}}{2A_{22}} \cdot B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) - \frac{1}{2}(C_2 - C_1),$$

$$f_1 = -\frac{1}{2}B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) - \frac{A_{26}}{2A_{66}} \cdot (C_2 - C_1) + \frac{1}{2}Q,$$

$$f_2 = \frac{1}{2}B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) - \frac{A_{26}}{2A_{66}} \cdot (C_2 - C_1) + \frac{1}{2}Q. \quad (42)$$

Подставляя (42) в (25), будем иметь следующие выражения для перемещений u_j, v_j :

$$u_1 = u_2 = \frac{N - A_{12} \cdot \varepsilon_y}{A_{22}} \cdot x + \frac{A_{26}}{2A_{22}} \cdot B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) + \frac{1}{2}(C_2 + C_1),$$

$$v_1 = \varepsilon_y \cdot y - \frac{1}{2}B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) - \frac{A_{26}}{2A_{66}} \cdot (C_2 - C_1) + \frac{1}{2}Q,$$

$$v_2 = \varepsilon_y \cdot y + \frac{1}{2}B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x) - \frac{A_{26}}{2A_{66}} \cdot (C_2 - C_1) + \frac{1}{2}Q. \quad (43)$$

В формулах (43), а стало быть и (42), постоянные слагаемые $\frac{1}{2}(C_2 + C_1)$ и $-\frac{A_{26}}{2A_{66}} \cdot (C_2 - C_1) + \frac{1}{2}Q$ могут быть отброшены, так как они определяют сме-

шение брекера, как жесткого целого и не влияют на его напряженно-деформированное состояние. Поэтому, окончательно имеем:

$$\left. \begin{aligned} F_1 = F_2 &= \frac{N - A_{12} \cdot \varepsilon_y}{A_{22}} \cdot x + \frac{A_{26}}{2A_{22}} \cdot B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x), \\ f_1 &= -\frac{1}{2} B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x), \quad f_2 = \frac{1}{2} B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x), \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1 = u_2 &= \frac{N - A_{12} \cdot \varepsilon_y}{A_{22}} \cdot x + \frac{A_{26}}{2A_{22}} \cdot B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x), \\ v_1 &= \varepsilon_y \cdot y - \frac{1}{2} B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x), \quad v_2 = \varepsilon_y \cdot y + \frac{1}{2} B \cdot \operatorname{sh}(k_0 x). \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Принимая во внимание (44), из (27) получаем выражения для деформаций.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x^{(1)} = \varepsilon_x^{(2)} = \varepsilon_x &= \frac{N - A_{12} \cdot \varepsilon_y}{A_{22}} + \frac{A_{26}}{2A_{22}} \cdot B \cdot k_0 \cdot \operatorname{ch}(k_0 x), \\ \varepsilon_y^{(1)} = \varepsilon_y^{(2)} = \varepsilon_y, \quad \varepsilon_{xy}^{(1)} &= -\frac{1}{2} B \cdot k_0 \cdot \operatorname{ch}(k_0 x), \\ \varepsilon_{xy}^{(2)} &= \frac{1}{2} B \cdot k_0 \cdot \operatorname{ch}(k_0 x). \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Принимая во внимание (32), (33) и (44), определяем средние усилия, возникающие в брекере:

$$\left. \begin{aligned} \text{ср } N_x &= \frac{1}{2} \cdot (N_x^{(2)} + N_x^{(1)}) = N, \\ \text{ср } N_y &= \frac{1}{2} \cdot (N_y^{(2)} + N_y^{(1)}) = \frac{A_{12}}{A_{22}} \cdot N + \frac{A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \cdot \varepsilon_y - \\ &- \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{22} \cdot A_{16} - A_{12} \cdot A_{26}}{A_{22}} \cdot B \cdot k_0 \cdot \operatorname{ch}(k_0 x). \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Для удобства дальнейших выкладок введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2, & d_2 &= A_{22} \cdot A_{66} - A_{26}^2, \\ d_3 &= A_{22} \cdot A_{16} - A_{12} \cdot A_{26}, & d_4 &= A_{11} \cdot A_{26} - A_{12} \cdot A_{16}. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Подставляя теперь значение B из (40) в выражения (46), (47) и принимая во внимание обозначения (48), получим окончательно следующие формулы для определения деформаций и средних усилий, возникающих в брекере:

$$\varepsilon_x^{(1)} = \varepsilon_x^{(2)} = \varepsilon_x = \left(\frac{1}{A_{22}} + \frac{A_{26}^2}{A_{22} \cdot d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot N - \left(\frac{A_{12}}{A_{22}} - \frac{A_{26} \cdot d_3}{A_{22} \cdot d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y,$$

$$\varepsilon_y^{(1)} = \varepsilon_y^{(2)} = \varepsilon_y, \quad \varepsilon_{xy}^{(1)} = -\frac{A_{26} \cdot N + d_3 \cdot \varepsilon_y}{d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)},$$

$$\varepsilon_{xy}^{(2)} = \frac{A_{26} \cdot N + d_3 \cdot \varepsilon_y}{d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)},$$

$$\text{ср } N_x = N,$$

$$\text{ср } N_y = \left(\frac{A_{12}}{A_{22}} - \frac{A_{26} \cdot d_3}{A_{22} \cdot d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot N - \left(\frac{d_1}{A_{22}} - \frac{d_3^2}{A_{22} \cdot d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y, \quad (49)$$

где с учетом (40) и (48)

$$k_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G_g \cdot A_{22}}{h_g \cdot d_2}}, \quad (50)$$

При определении модуля упругости E_y и коэффициента Пуассона ν_{yx} брекера, должны отсутствовать сила в направлении оси x , то есть также, как это происходит и при испытаниях образцов на разрывной машине с целью измерения указанных упругих констант.

Для того, чтобы сила в направлении оси x отсутствовала, достаточно в формулах (49) положить $N=0$, тогда:

$$\varepsilon_x = -\left(\frac{A_{12}}{A_{22}} - \frac{A_{26} \cdot d_3}{A_{22} \cdot d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y,$$

$$\text{ср } N_y = \left(\frac{d_1}{A_{22}} - \frac{d_3^2}{A_{22} \cdot d_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y. \quad (51)$$

Если теперь учтем (1), (51), (3) и (48), то для определения модуля упругости E_y и коэффициента Пуассона ν_{yx} брекера получим следующие формулы:

$$E_y = \frac{\text{ср } \sigma_y}{\varepsilon_y} = \frac{\text{ср } N_y}{h \cdot \varepsilon_y} = \frac{D_1}{b_{22}} - \frac{D_3^2}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)},$$

$$\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = \frac{b_{12}}{b_{22}} - \frac{b_{26} \cdot D_3}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)}, \quad (52)$$

здесь и в дальнейшем

$$\begin{aligned} D_1 &= b_{11} \cdot b_{22} - b_{12}^2, & D_2 &= b_{22} \cdot b_{66} - b_{26}^2, \\ D_3 &= b_{22} \cdot b_{16} - b_{12} \cdot b_{26}, & D_4 &= b_{11} \cdot b_{26} - b_{12} \cdot b_{16}. \end{aligned} \quad (53)$$

При определении модуля упругости E_x брекера должна отсутствовать сила в направлении оси y

Сила в направлении оси y будет отсутствовать, если

$$\int_{-b}^b \sigma_p N_y \cdot dx = 2 \int_0^b \sigma_p N_y \cdot dx = 0. \quad (54)$$

Подставляя сюда выражение для $\sigma_p N_y$ из (49), после интегрирования и несложных преобразований будем иметь:

$$\varepsilon_y = \frac{A_{12} \cdot d_2 - A_{26} \cdot d_3 \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b}}{d_1 \cdot d_2 - d_3^2 \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b}} \cdot N. \quad (55)$$

Подставляя (55) в первую формулу (49), после несложных преобразований будем иметь следующую формулу для определения деформаций ε_x брекера:

$$\varepsilon_x = \frac{A_{11} \cdot d_2 - A_{16} \cdot d_3 \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b} + A_{26} \cdot d_4 \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)}}{(A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2) \cdot d_2 - d_3^2 \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b}} \cdot N. \quad (56)$$

Тогда, с учетом (1), (56), (48), (3) и (53) для определения модуля упругости E_x получим следующую формулу:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{N}{h \cdot \varepsilon_x} = \frac{D_1 \cdot D_2 - D_3^2 \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b}}{b_{11} \cdot D_2 - b_{16} \cdot D_3 \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b} + b_{26} \cdot D_4 \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)}}. \quad (57)$$

Что касается коэффициента Пуассона ν_{xy} , то

$$\nu_{xy} = \frac{E_x}{E_y} \cdot \nu_{yx}. \quad (58)$$

Для определения параметра k_0 , фигурирующего в формулах (52) и (57), из (50), если примем во внимание (48), (3) и (53), получим следующую окончательную формулу:

$$k_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G_g \cdot b_{22}}{h \cdot h_g \cdot D_2}}, \quad (59)$$

Если ширина брекера $2b$ будет стремиться к бесконечности, то из формул (52) и (57), (58), если примем во внимание (53), получаем уже известные формулы [3], описывающие упругие константы многослойного каркаса диагональной шины:

$$\begin{aligned} E_y &= E_\varphi = \frac{D_1}{b_{22}} = \frac{b_{11} \cdot b_{22} - b_{12}^2}{b_{22}}, \\ E_x &= E_\theta = \frac{D_1}{b_{11}} = \frac{b_{11} \cdot b_{22} - b_{12}^2}{b_{11}}, \\ \nu_{yx} &= \nu_{\varphi\theta} = \frac{b_{12}}{b_{22}}, \quad \nu_{xy} = \nu_{\theta\varphi} = \frac{b_{12}}{b_{11}}, \end{aligned} \quad (60)$$

где φ и θ - окружное и меридиональное направление в шине соответственно.

Из (28) и (29), если примем во внимание (44), (40), (48), (3) и (53), будем окончательно иметь следующие выражения для определения усилий, возникающих (рис. 2) в несущих слоях 1 и 2 брекера:

$$\begin{aligned} N_x^{(1)} &= N_x^{(2)} = N_x = N, \\ N_y^{(1)} &= N_y^{(2)} = N_y = \left(\frac{b_{12}}{b_{22}} - \frac{b_{26} \cdot D_3}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot N + \\ &+ \left(\frac{D_1 \cdot h}{b_{22}} - \frac{D_3^2 \cdot h}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y, \\ N_{xy}^{(1)} &= \left(\frac{b_{26}}{b_{22}} \cdot N + \frac{D_3 \cdot h}{b_{22}} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \left(1 - \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right), \\ N_{xy}^{(2)} &= - \left(\frac{b_{26}}{b_{22}} \cdot N + \frac{D_3 \cdot h}{b_{22}} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \left(1 - \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right). \end{aligned} \quad (61)$$

Усилия (61) порождают в несущих слоях 1 и 2 брекера напряжения, которые с учетом (1) принимают вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(2)} = \sigma_x &= \frac{N}{h}, \\ \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)} = \sigma_y &= \left(\frac{b_{12}}{b_{22}} - \frac{b_{26} \cdot D_3}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \frac{N}{h} + \left(\frac{D_1}{b_{22}} - \frac{D_1^2}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y, \\ \sigma_{xy}^{(1)} &= \left(\frac{b_{26}}{b_{22}} \cdot \frac{N}{h} + \frac{D_3}{b_{22}} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \left(1 - \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right), \\ \sigma_{xy}^{(2)} &= - \left(\frac{b_{26}}{b_{22}} \cdot \frac{N}{h} + \frac{D_3}{b_{22}} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \left(1 - \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right). \end{aligned} \quad (62)$$

Принимая во внимание (45), (40), (3) и (53), из (11) находим касательные напряжения, которые возникают в слое резины, заключенном (рис.2) между несущими слоями 1 и 2:

$$X = 0, Y = 2G_g \cdot \left(\frac{b_{26}}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \frac{N}{h} + \frac{D_3}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \frac{\text{sh}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \quad (63)$$

Эти касательные напряжения вызывают в резиновом слое сдвиговые деформации

$$\varepsilon_{yx}^{(g)} = \frac{Y}{G_g} = 2 \cdot \left(\frac{b_{26}}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \frac{N}{h} + \frac{D_3}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \frac{\text{sh}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)}, \quad (64)$$

которые на краях брекера достигают наибольших абсолютных значений:

$$\varepsilon_{yx}^{(g)} \Big|_{x=\pm b} = \pm 2 \cdot \left(\frac{b_{26}}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \frac{N}{h} + \frac{D_3}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \text{th}(k_0 b). \quad (65)$$

При растяжении резинокордного брекера ширины $2b$, нити корда, расположенные в резине, будут удлиняться или укорачиваться в зависимости от их угловой ориентации α . При этом, между нитью корда и резиной, в силу существенного различия их жесткостей, будут возникать касательные напряжения, направленные вдоль нити корда (рис. 3).

Запишем уравнение равновесия элемента нити корда брекера (рис. 3):

$$\sum L = -N_{cl} + N_{cl} + dN_{cl} + (Y \cdot \cos \alpha) \cdot \pi \cdot d_c \cdot ds = 0$$

или

$$dN_{cl} + (Y \cdot \cos \alpha) \cdot \pi \cdot d_c \cdot ds = 0. \quad (66)$$

Из рисунка 3 следует, что

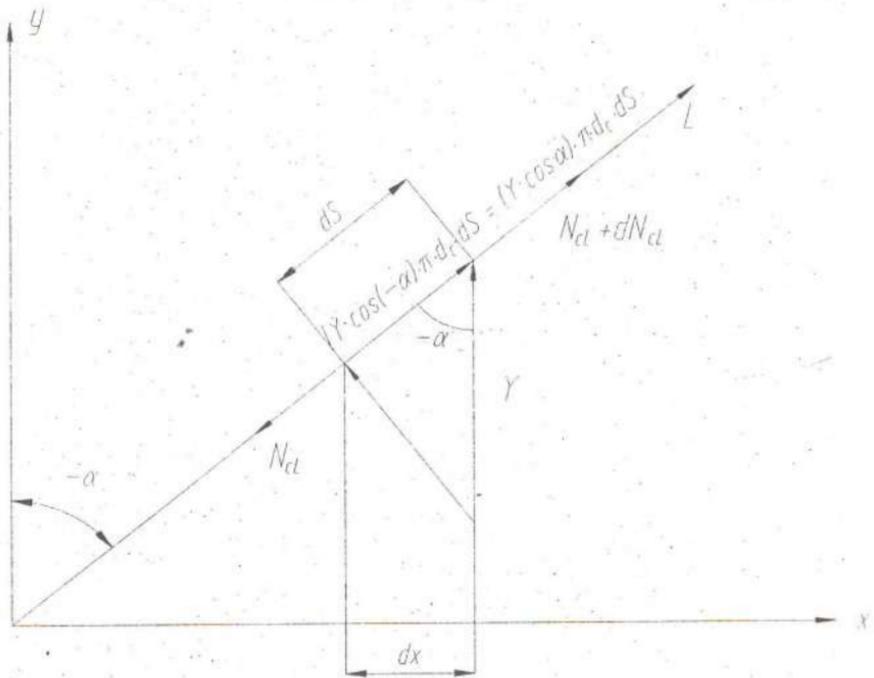


Рис. 3. К определению усилий в нити корда брекера.

$$ds = \frac{dx}{\sin(-\alpha)} = -\frac{dx}{\sin \alpha} \quad (67)$$

Подставляя (63), (67) в уравнение (66) и интегрируя полученное, будем иметь такое выражение для определения усилия в нитях корда брекера:

$$N_{cl} = \left[2\pi \cdot G_g \cdot d_c \cdot h_g \cdot \left(\frac{b_{26}}{h_g^2 \cdot k_0^2 \cdot D_2} \cdot \frac{N}{h} + \frac{D_3}{h_g^2 \cdot k_0^2 \cdot D_2} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \operatorname{ctg} \alpha \right] \cdot \frac{\operatorname{ch}(k_0 x)}{\operatorname{ch}(k_0 b)} + C, \quad (68)$$

где C - произвольная постоянная интегрирования.

Если брекер растягивается в направлении оси y , как это имеет место в реальных условиях его работы, то необходимо положить $N=0$. Тогда выражение (68) примет вид:

$$N_{cl} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot G_g \cdot d_c \cdot D_3 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{h_g \cdot k_0^2 \cdot D_2} \cdot \varepsilon_y \right) \cdot \frac{\operatorname{ch}(k_0 x)}{\operatorname{ch}(k_0 b)} + C \quad (69)$$

Понятно, что на краях брекера усилие в нити корда должно равняться нулю, то есть:

$$(N_{cl})_{x=\pm b} = 0. \quad (70)$$

Подчиняя выражение (69) условию (70), находим значение произвольной постоянной:

$$C = -\frac{2 \cdot \pi \cdot G_g \cdot d_c \cdot D_3 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{h_g \cdot k_0^2 \cdot D_2} \cdot \varepsilon_y \quad (71)$$

Подставляя (71) в (69), получаем, наконец, формулу для определения усилия в нити корда брекера:

$$N_{cl} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot G_g \cdot d_c \cdot D_3 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{h_g \cdot k_0^2 \cdot D_2} \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{ch}(k_0 x)}{\operatorname{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y \quad (72)$$

Из формул (72) видно, что в центре брекера, где $x = 0$, усилие в нити корда N_{cl} достигает наибольшего значения, а на краях брекера, где $x = \pm b$, усилие в нити корда N_{cl} равно нулю.

Полагая $N = 0$, из формулы (62) - (64) находим:

- нормальные и касательные напряжения в несущих резинокордных слоях 1 и 2 брекера

$$\sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(2)} = \sigma_x = 0, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)} = \sigma_y = \left(\frac{D_1}{b_{22}} - \frac{D_3^2}{b_{22} \cdot D_2} \cdot \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y,$$

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \frac{D_3}{b_{22}} \left(1 - \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y, \quad \sigma_{xy}^{(2)} = - \frac{D_3}{b_{22}} \left(1 - \frac{\text{ch}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \right) \cdot \varepsilon_y, \quad (73)$$

- касательные напряжения и сдвиговые деформации в слое резины, заключенном между несущими резинокордными слоями 1 и 2 брекера

$$X = 0, \quad Y = \frac{2 \cdot G_g \cdot D_3}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \frac{\text{sh}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \cdot \varepsilon_y, \quad (74)$$

$$\varepsilon_{xy}^{(g)} = \frac{2 \cdot D_3}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \frac{\text{sh}(k_0 x)}{\text{ch}(k_0 b)} \cdot \varepsilon_y. \quad (75)$$

Из (75) видно, что на краях брекера сдвиговые деформации в резиновом слое достигают наибольших (в абсолютном смысле) значений:

$$\varepsilon_{xy}^{(g)} \Big|_{x=\pm b} = \pm \left(\frac{2D_3}{h_g \cdot k_0 \cdot D_2} \cdot \text{th}(k_0 b) \right) \cdot \varepsilon_y. \quad (76)$$

Определим теперь агрегатные жесткости растягиваемого брекера, который, по существу, состоит из двух резинокордных слоев с перекрещивающимися нитями корда:

$$B_{11} = \frac{E_y \cdot 2h}{1 - \nu_{yx} \cdot \nu_{xy}}, \quad B_{22} = \frac{E_x \cdot 2h}{1 - \nu_{yx} \cdot \nu_{xy}}, \quad B_{12} = B_{22} \cdot \nu_{yx}, \quad (77)$$

где $2h$ - общая толщина брекера (рис. 2).

Из формулы (52), (57), (58) и (77) видно, что агрегатные упругие параметры и жесткости брекера являются переменными (зависящими от x) величинами, которые достигают максимальных значений в центре брекера, где $x = 0$, и минимальных значений - на краях брекера, где $x = \pm b$. Это обусловлено тем, что нити корда на краях брекера имеют обрезанные незакрепленные концы. Из-за этого в краевых зонах брекера усилия в нитях корда (72), возникающие благодаря окружающей резине, постепенно уменьшаются до нуля и на краях брекера в резиновом слое, заключенном между несущими резинокордными слоями, возникают максимальные сдвиговые деформации (76). Такой краевой эффект и накладывает влияние на упругие параметры и жесткости брекера. Коэффициент краевого эффекта β , с учетом (52) и (60) определяется так:

$$\eta_y = \frac{E_{\varphi} E_y}{E_{\varphi}} = \frac{1}{E_{\varphi}} \cdot \frac{1}{b} \cdot \int_0^b E_y \cdot dx = 1 - \frac{D_3^2}{D_1 D_2} \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b} \quad (78)$$

Геометрическим смыслом коэффициента краевого эффекта есть отношение такой ширины полосы $2b_1$ из бесконечно широкой пластины с модулем упругости E_{φ} к ширине $2b$ брекера с модулем упругости E_y , при котором площади эпор E_{φ} и E_y равны. Убедимся в этом. С этой целью определим площадь эпоры E_y брекера ширины $2b$:

$$S_y = 2 \cdot \int_0^b E_y \cdot dx = \frac{2}{b_{22}} \cdot \left(D_1 \cdot b - \frac{D_3^2}{D_2} \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0} \right) \quad (79)$$

Определим площадь эпоры модуля упругости E_{φ} полосы ширины $2b_1$ бесконечно широкой пластины:

$$S_{\varphi} = E_{\varphi} \cdot 2b_1 = \frac{b_{11} b_{22} - b_{12}^2}{b_{22}} \cdot 2b_1 = \frac{2}{b_{22}} \cdot D_1 \cdot b_1 \quad (80)$$

Определим теперь ширину b_1 , при которой площади S_y и S_{φ} эпор E_y и E_{φ} будут равны. С этой целью приравняв правые части выражений (79), (80) и решая полученное относительно b_1 , получим:

$$b_1 = b - \frac{D_3^2}{D_1 \cdot D_2} \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0} \quad (81)$$

или

$$\frac{b_1}{b} = 1 - \frac{D_3^2}{D_1 \cdot D_2} \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b} \quad (82)$$

Сравнивая выражение (82) и (78), убеждаемся, что коэффициент краевого эффекта

$$\eta_y = \frac{b_1}{b} = \frac{E_y}{E_{\varphi}} = 1 - \frac{D_3^2}{D_1 \cdot D_2} \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0 b} \quad (83)$$

Из (81) следует, что ширина краевого эффекта

$$b - b_1 = \frac{D_3^2}{D_1 D_2} \cdot \frac{\text{th}(k_0 b)}{k_0} \quad (84)$$

Как на практике можно использовать формулу (83) для коэффициента η_y , определяющего краевой эффект в брекере?

Предположим, что мы экспериментально определили модуль упругости $E_y^{(2)}$ для резинокордной полосы конечной ширины $2b$. Тогда, модуль упругости E_φ для такой же конструкции бесконечно широкой резинокордной пластины (каковым является каркас диагональной шины) определяется так:

$$E_\varphi = \frac{E_y^{(2)}}{\eta_y} \quad (85)$$

И, наоборот, если есть значение E_φ для бесконечно широкой пластины, которое определили, например, по формулам [3], то для такой же конструкции брекера конечной ширины $2b$ будем иметь такой средний модуль упругости в направлении оси y :

$$E_{y, \text{cp}} = E_\varphi \cdot \eta_y \quad (86)$$

Наконец, если брекер будет состоять из $2n$ слоев (то есть из n двухслойных полос), причем каждая m -я пара слоев будем иметь свои индивидуальные жесткости (77), которым будем приписывать верхний индекс m , то агрегатные жесткости такого многослойного брекера определятся как суммы:

$$B_{11} = \sum_{m=1}^n B_{11}^{(m)}, \quad B_{22} = \sum_{m=1}^n B_{22}^{(m)}, \quad B_{12} = \sum_{m=1}^n B_{12}^{(m)} \quad (87)$$

На основании формул изложенного здесь метода в таблице 1 приведены результаты расчета модуля упругости E_y , ширины $(b-b_1)$ и коэффициента η_y краевого эффекта, среднего модуля упругости $E_{y, \text{cp}}$, модуля сдвига G_{yx} и усилий в нити корда N_{cl} брекера из металлокорда 40л15 грузовой шины 260-508Р модели И-Н99.

На рис. 4 - 6 даны для наглядности эпюры модулей упругости E_y , $E_{y, \text{cp}}$, коэффициента Пуассона ν_{yx} и усилий N_{cl} в нитях металлокорда.

Ширина двухслойного брекера $2b = 17$ см, толщина несущего резинокордного слоя $h = 0,23$ см, диаметр нити металлокорда $d_c = 0,115$, частота нитей металлокорда в несущем слое $i = 5$ 1/см, угол наклона нитей металлокорда в несущих слоях $\alpha = \pm 20^\circ$, толщина резинового слоя, расположенного между нитями корда несущих слоев, $h_g = 0,115$ см.

Упругие константы у резины:

$$E_g = 30 \text{ кгс/см}^2, \quad \nu_g = 0,49.$$

Упругие константы у нитей металлокорда 40л15:

$$E_{cl} = 369700 \text{ кгс/см}^2, \quad \nu_{cl,T} = 0,41$$

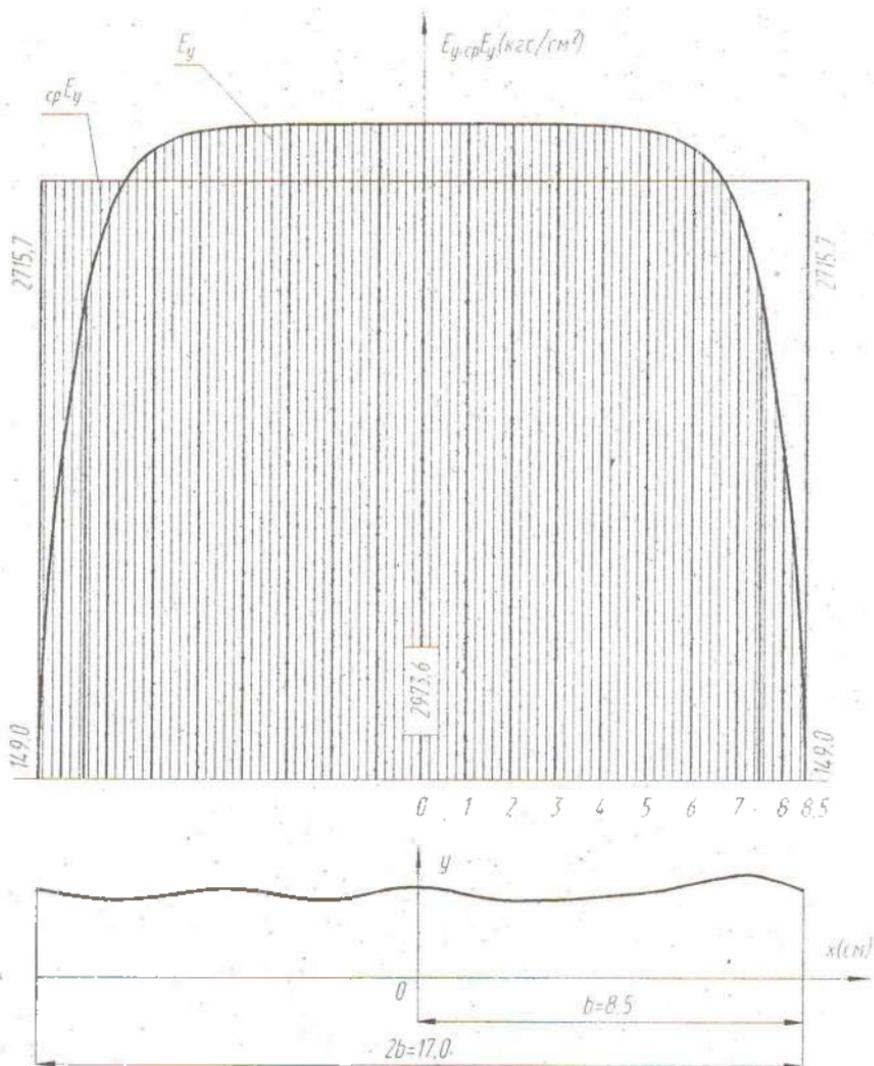


Рис. 4. Эпюры модулей упругости E_y и $\text{ср } E_y$ для двухслойного брекера из металлокорда 40Л15 грузовой шины 260-508Р.

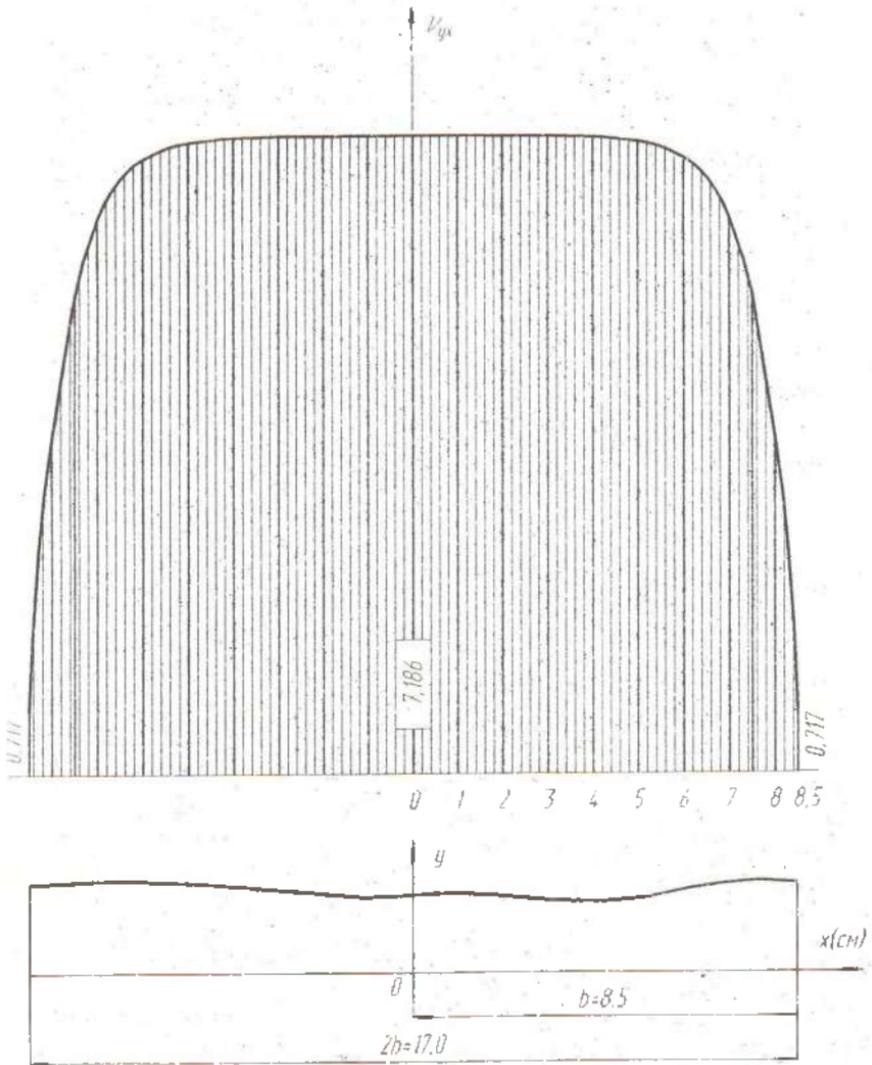


Рис. 5. Эпюра коэффициента Пуассона ν_x для двухслойного брекера из металлокорда 40л15 грузовой шины 260-508Р.

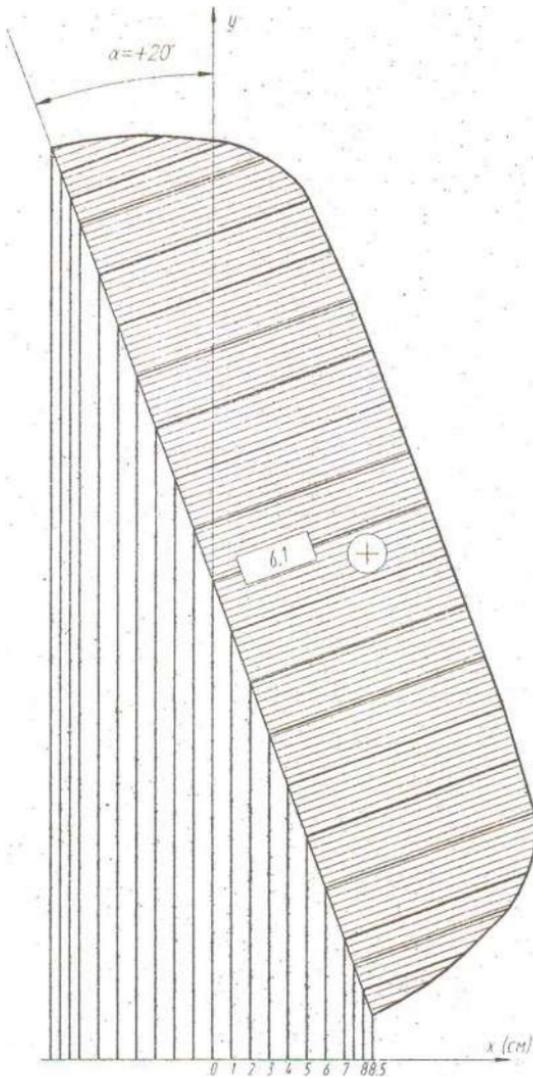


Рис. 6. Эпюра усилий N_{el} в нити металлокорда 40л15 двухслойного брекера грузовой шины 260-508Р при $\epsilon_v = 2,35 \cdot 10^{-2}$.

$$\nu_{сГ} = 1,$$

$$G_{сГ} = 70000 \text{ кгс/см}^2.$$

Таблица 1

Жесткостные коэффициенты резиновой матрицы брекера:

$$a_g = 503,3557 \text{ кгс/см}^2, \quad b_g = f_g = G_g = 10,067114 \text{ кгс/см}^2,$$

$$c_g = 493,28858 \text{ кгс/см}^2, \quad e_g = 513,42281 \text{ кгс/см}^2.$$

Жесткостные коэффициенты нитей металлокорда 40Л15 брекера:

$$a_c = -549821,53 \text{ кгс/см}^2, \quad b_c = 92425 \text{ кгс/см}^2,$$

$$c_c = -450853,67 \text{ кгс/см}^2, \quad e_c = 0,$$

$$f_c = G_{сГ} = 70000 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициент объемного содержания нитей металлокорда в несущем резинокордном слое брекера:

$$\zeta_c = 2,2580196 \cdot 10^{-1}.$$

Жесткостные коэффициенты несущего слоя брекера:

$$\bar{a} = 653,28083 \text{ кгс/см}^2, \quad \bar{c} = 616,24913 \text{ кгс/см}^2,$$

$$\bar{b} = 15,824927 \text{ кгс/см}^2, \quad \bar{e} = 84083,575 \text{ кгс/см}^2,$$

$$\bar{f} = 15,937265 \text{ кгс/см}^2.$$

Модули упругости и сдвига, коэффициенты Пуассона несущего анизотропного резинокордного слоя брекера в главных осях анизотропии:

$$E_L = 83502,258 \text{ кгс/см}^2, \quad E_T = 61,792442 \text{ кгс/см}^2,$$

$$G_{LT} = 15,937256 \text{ кгс/см}^2, \quad \nu_{LT} = 4,7165712 \cdot 10^{-1},$$

$$\nu_{TL} = 3,4903062 \cdot 10^{-1}, \quad \nu_{TZ} = 9,5237681 \cdot 10^{-1}.$$

Жесткости несущего анизотропного резинокордного слоя в главных осях анизотропии:

$$C_{11} = 83516,004 \text{ кгс/см}^2, \quad C_{22} = 61,802614 \text{ кгс/см}^2,$$

$$C_{66} = 15,937265 \text{ кгс/см}^2, \quad C_{12} = 29,149643 \text{ кгс/см}^2,$$

$$C_0 = 61,024173 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициенты матрицы жесткости несущего анизотропного резинокордного слоя брекера при $\alpha = 20^\circ$ ($\beta = 70^\circ$):

$$b_{11} = 65133,246 \text{ кгс/см}^2, \quad b_{22} = 1203,6126 \text{ кгс/см}^2,$$

$$b_{12} = 8649,6271 \text{ кгс/см}^2, \quad G_{xy} = b_{66} = 8636,4148 \text{ кгс/см}^2,$$

$$b_{16} = -23684,318 \text{ кгс/см}^2, \quad b_{26} = -3137,347 \text{ кгс/см}^2.$$

Упругогеометрический параметр брекера: $k_0 = 1,28839 \text{ см}^{-1}$.

E_y (кгс/см ²)	$x=0$	2973,6	V_{yx}	7,186	N_{cl} (кгс)	6,1
	$x=\pm 1$ см	2973,5		7,186		6,1
	$x=\pm 2$ см	2973,0		7,185		6,1
	$x=\pm 3$ см	2971,3		7,181		6,1
	$x=\pm 4$ см	2965,1		7,167		6,1
	$x=\pm 5$ см	2942,6		7,115		6,0
	$x=\pm 6$ см	2860,9		6,928		5,9
	$x=\pm 7$ см	2564,7		6,250		5,2
	$x=\pm 7,5$ см	2194,9		5,403		4,4
	$x=\pm 8$ см	1490,5		3,789		2,9
	$x=\pm 8,5$ см	149,0	0,717	0		
E_ϕ (кгс/см ²)		2973,7				
$(b - b_1)$ (см)		$7,3726719 \cdot 10^{-1}$				
b_1 (см)		7,7627328				
η_v		$9,1326268 \cdot 10^{-1}$				
$ср. E_y = E_\phi \cdot \eta_v$ (кгс/см ²)		2715,7				

БОКОВАЯ ИЗГИБНАЯ ЖЕСТКОСТЬ БРЕКЕРА РАДИАЛЬНОЙ ШИНЫ

Одним из основных факторов повышения долговечности шины в эксплуатации является снижение интенсивности износа рисунка протектора и повышение прочности основных силовых элементов шины (каркаса, брекера и борта).

Экспериментальные исследования [4] показали, что износ рисунка протектора радиальных шин обусловлен в основном действием боковых сил. При этом было установлено, что сопротивление радиальных шин износу рисунка протектора в значительной мере зависит от боковой изгибной жесткости брекера. Чем выше боковая изгибная жесткость брекера, тем меньше износ рисунка протектора.

Ясно, что боковая изгибная жесткость брекера каким-то образом зависит от угла наклона, частоты и диаметра армирующих нитей корда, их материала и конструкции, числа несущих резинокордных слоев и их конструктивного размещения в брекере, резиносодержания в несущих слоях [5].

Таким образом, чтобы повысить долговечность крупногабаритной радиальной шины, необходимо научиться конструировать ее брекер с оптимальной боковой изгибной жесткостью, а для этого надо знать, от каких параметров и в какой количественной мере зависит последняя.

Конструктивно брекер относится к кривым брусьям, так как имеет искривленную ось (рис. 7) в окружном направлении шины. В меридиональном направлении шины брекер практически плоский. Поскольку у брекера (рис. 7)

$$\frac{H}{R_0} < \frac{1}{5}, \quad (88)$$

то он относится к брусьям малой кривизны, когда распределение напряжений по его поперечному сечению практически не отличается от распределения напряжений в прямых брусьях (балках).

Поэтому, брекер радиальной шины можно и, естественно, будем далее рассматривать как балочную конструкцию [5].

Отнесем брекер-балку к прямоугольной системе координат xOy (рис. 8). Будем (для общности рассуждений) полагать, что балка-брекер загружена поперечной (боковой) распределенной нагрузкой интенсивности $q = q(x)$, как это показано на рисунке 8.

Таким образом, мы пришли к схеме плоского поперечного изгиба балки-брекера, когда от действия внешней распределенной нагрузки интенсивности $q = q(x)$, в каждой точке ее поперечных сечений возникают дополнительные элементарные внутренние усилия, результирующими которых являются перерезывающая сила Q (главный вектор внутренних усилий) и изгибающий момент M (главный момент внутренних усилий) (рис. 9).

Резинокордные конструкции слабо сопротивляются поперечным сдвигающим усилиям Q , поэтому расчет балки-брекера необходимо вести с учетом деформаций поперечного сдвига ϵ_{xy} . Тогда, для расчета балки брекера, загруженной поперечной нагрузкой $q = q(x)$, принимаем следующие допущения:

1. Продольные волокна балки-брекера не надавливают друг на друга, то есть

$$v = v(x), \quad (89)$$

где v - прогиб балки (считается положительным (рис. 10), если точка нейтральной оси балки перемещается вниз);

2. Сечения плоские и перпендикулярные к нейтральной оси балки до деформации остаются плоскими, но неперпендикулярными к изогнутой (после деформации) нейтральной оси балки, то есть (рис. 10)

$$u = -y \cdot \psi(x), \quad (90)$$

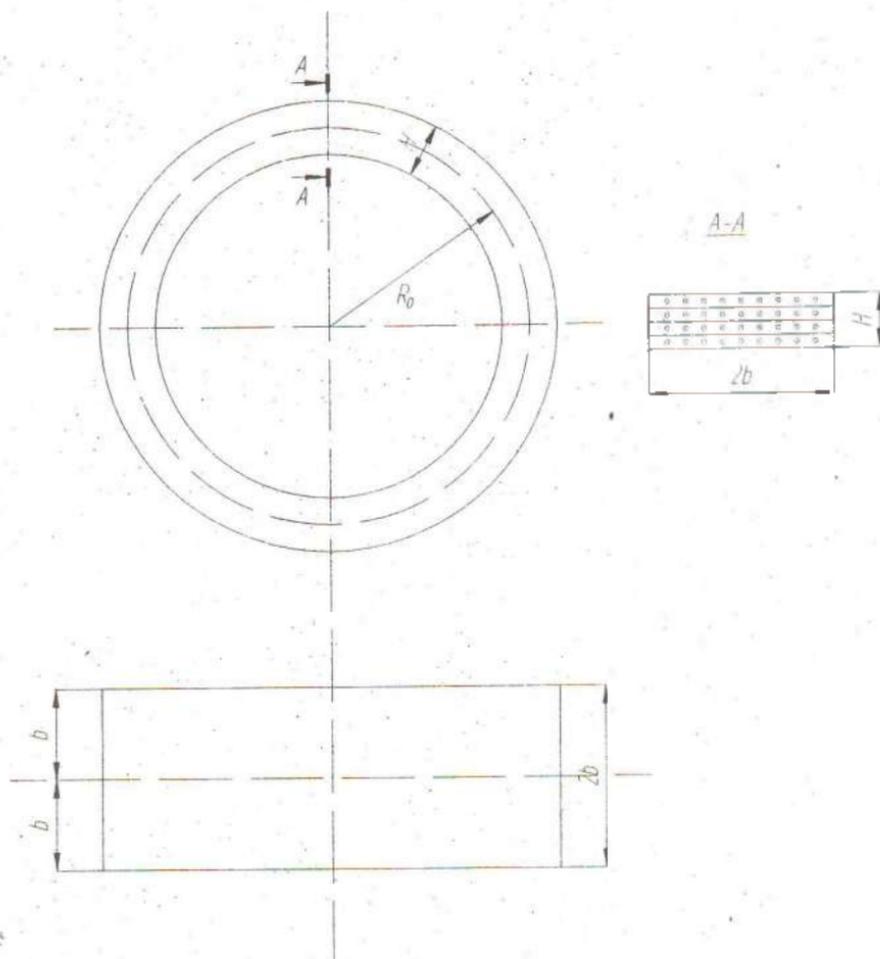


Рис. 7. Брекер радиальной шины:

R_0 - окружной радиус кривизны оси брекера;
 H - общая толщина поперечного сечения брекера;
 $2b$ - общая ширина поперечного сечения брекера.

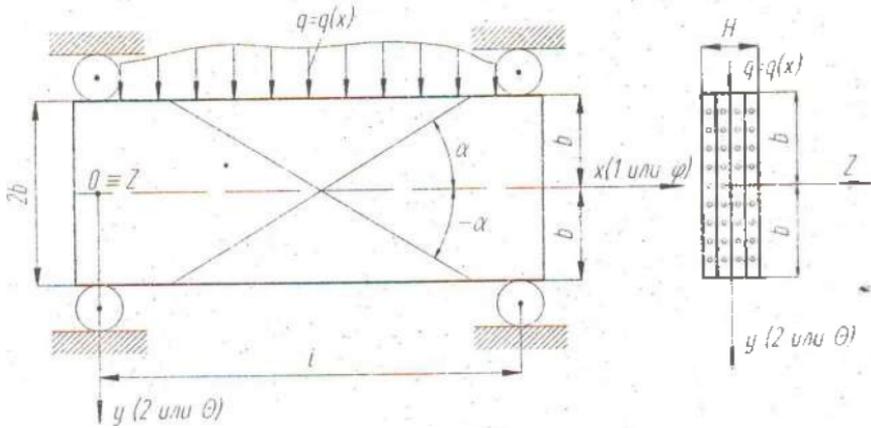


Рис. 8. Бреккер-балка в прямоугольной системе координат.

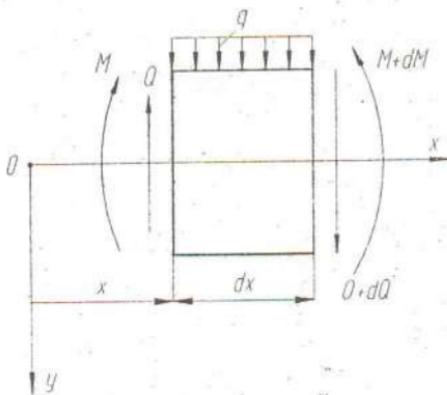


Рис. 9. Поперечные силы и изгибающие моменты в балке-бреккере.

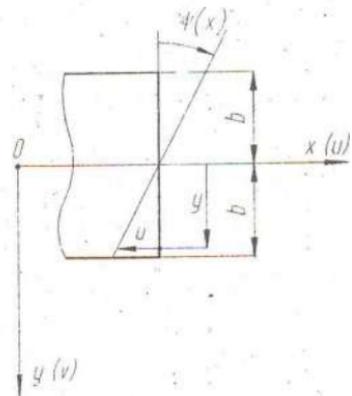


Рис. 10. Перемещения точек поперечного сечения в балке-бреккере.

где u - горизонтальное перемещение точки поперечного сечения, расположенной на расстоянии y от нейтральной оси;

$\psi(x)$ - угол поворота сечения, который считается положительным, если сечение поворачивается по часовой стрелке.

Для плоского поперечного изгиба балок справедливы три дифференциальные зависимости, называемые теоремами Журавского [6]:

$$\frac{dM}{dx} = Q, \quad \frac{dQ}{dx} = -q, \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q. \quad (91)$$

Деформация скошения прямого угла (рис. 11), называемая деформацией сдвига ε_{xy} , определяется так [7]:

$$\varepsilon_{xy} = \alpha + \beta = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dy = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (92)$$

Подставляя (89) и (90) в (92), будем иметь следующее выражение для деформации сдвига:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{dv}{dx} - \psi. \quad (93)$$

Из курса теоретической механики известно, что потенциальная энергия, накопленная в элементарном объеме упругого тела в результате его деформации после статического нагружения, численно равна работе внешних сил, произведенной на соответствующих перемещениях. Стало быть, можно записать:

$$d\Pi^Q = dA_p^Q, \quad (94)$$

где $d\Pi^Q$ - потенциальная энергия в элементарном объеме изгибаемой балки от поперечной силы Q (рис. 12);

dA_p^Q - работа внешней поперечной силы Q на угловом перемещении ε_{xy} (рис. 12).

Из курса сопротивления материалов [6] известно, что:

$$d\Pi^Q = k \cdot \frac{Q^2 \cdot dx}{2G_{xy} \cdot F}, \quad k = \frac{F}{I_z^2} \cdot \int \left(\frac{S_z^{Qyc}}{b_z} \right)^2 \cdot dF, \quad (95)$$

$$dA_p^Q = \frac{Q \cdot \varepsilon_{xy} \cdot dx}{2},$$

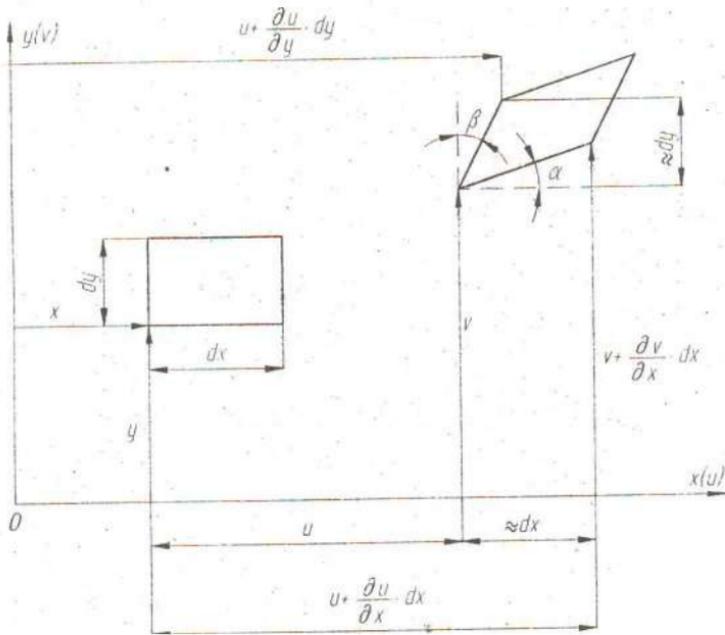


Рис. 11. К определению деформации сдвига ε_{xy} .

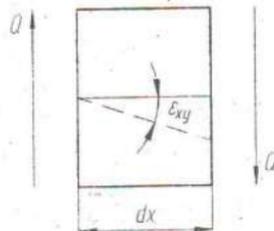


Рис. 12. К определению сдвиговой деформации ε_{xy} .

где $k = 6/5$ в случае прямоугольного поперечного сечения балки

Подставляя (95) в (94) и разрешая полученное относительно сдвиговой деформации, найдем:

$$\varepsilon_{xy} = k \cdot \frac{Q}{G_{xy} \cdot F}, \quad (96)$$

где $F = 2b \cdot H$ - площадь поперечного сечения балки-брекера;
 $k = 6/5$ - коэффициент формы поперечного сечения балки-брекера.

Подставляя (96) в (93), будем иметь следующее дифференциальное уравнение, описывающее связь между прогибом балки-брекера и углом поворота сечения:

$$\frac{dv}{dx} - \psi = k \cdot \frac{Q}{G_{xy} \cdot F}, \quad (97)$$

Известный [7] закон Гука с учетом (90) для изгибаемой балки запишется так:

$$\sigma_x = \varepsilon_x \cdot E_x = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot E_x = -y \cdot \frac{d\psi}{dx} \cdot E_x.$$

Тогда, для определения изгибающего момента в поперечном сечении балки-брекера получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$M = \int_F y \cdot \sigma_x \cdot dF = -E_x \cdot \frac{d\psi}{dx} \cdot \int_F y^2 \cdot dF = -E_x \cdot I_z \cdot \frac{d\psi}{dx}$$

или

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d\psi}{dx} = -M, \quad (98)$$

где I_z - главный момент инерции поперечного сечения балки-брекера.

Поскольку поперечное сечение балки-брекера прямоугольное (рис. 8), то:

$$I_z = \frac{H \cdot (2b)^3}{12}. \quad (99)$$

Дифференциальные уравнения (97) и (98) - основные уравнения изгиба балки-брекера с учетом действия поперечной силы.

Рассмотрим возможные граничные условия задачи.

1. Конец балки шарнирно оперт:

$$v = 0, \quad M = 0$$

или с учетом (98)

$$\boxed{v = 0, \quad \frac{d\psi}{dx} = 0.} \quad (100)$$

2. Конец балки заделан:

$$\boxed{v = 0, \quad \psi = 0.} \quad (101)$$

3. Конец балки полностью свободен от нагрузки:

$$M = 0, \quad Q = 0$$

или с учетом (98) и (97)

$$\boxed{\frac{d\psi}{dx} = 0, \quad \frac{dv}{dx} - \psi = 0.} \quad (102)$$

4. Если на свободный конец балки приложены M и Q , то:

$$\boxed{E_x \cdot I_z \cdot \frac{d\psi}{dx} = -M, \quad \frac{dv}{dx} - \psi = k \cdot \frac{Q}{G_{xy} \cdot F}.} \quad (103)$$

При практическом решении задач пользоваться уравнениями (97) и (98) неудобно. Получим другие (преобразованные) уравнения изгиба балки-брекера.

Продифференцировав уравнение (98) один раз по x , получим:

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{dM}{dx}$$

или с учетом первой теоремы (91) Журавского

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = -Q.$$

Подставив сюда значение Q , найденное из (97), будем иметь:

$$\boxed{\psi - \frac{dv}{dx} = k \cdot \frac{E_x \cdot I_z}{G_{xy} \cdot F} \frac{d^2\psi}{dx^2}.} \quad (104)$$

Продифференцировав уравнение (98) дважды по x и приняв во внимание третью теорему (91) Журавского, получим:

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^3 \psi}{dx^3} = q \quad (105)$$

Итак, решение задачи об изгибе балки-брекера свелось к системе двух дифференциальных уравнений в перемещениях (104) и (105).

Для упрощения решения этой системы уравнений введем новую функцию перемещений $\Phi(x)$:

$$v = \Phi - k \cdot \frac{E_x \cdot I_z}{G_{xy} \cdot F} \cdot \frac{d^2 \Phi}{dx^2}, \quad \psi = \frac{d\Phi}{dx} \quad (106)$$

Тогда, уравнение (104) обращается в тождество, а из (105) получаем разрешающее дифференциальное уравнение изгиба балки-брекера:

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^4 \Phi}{dx^4} = q \quad (107)$$

При решении статически определимых задач может оказаться полезным другое уравнение изгиба:

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^2 \Phi}{dx^2} = -M \quad (108)$$

Запишем теперь краевые условия задачи изгиба балки-брекера через функцию перемещений Φ .

1. Конец балки шарнирно оперт. С помощью (100) и (106) имеем:

$$\Phi = 0, \quad \frac{d^2 \Phi}{dx^2} = 0. \quad (109)$$

2. Конец балки заделан. С помощью (101) и (106) имеем:

$$\Phi - k \cdot \frac{E_x \cdot I_z}{G_{xy} \cdot F} \cdot \frac{d^2 \Phi}{dx^2} = 0, \quad \frac{d\Phi}{dx} = 0. \quad (110)$$

3. Конец балки свободен полностью. С учетом (102) и (106) получаем:

$$\frac{d^2 \Phi}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3 \Phi}{dx^3} = 0. \quad (111)$$

4. Если на свободном конце приложены M и Q , то согласно (103) и (106) получаем:

$$E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^2\Phi}{dx^2} = -M, \quad E_x \cdot I_z \cdot \frac{d^3\Phi}{dx^3} = -Q. \quad (112)$$

В качестве примера рассмотрим изгиб балки-брекера под действием сосредоточенной силы P , представляющую собой боковую силу, действующую на колесо. Балку-брекер будем считать шарнирно опертой (рис.13). Длина ℓ балки-брекера равна длине площади контакта шины с дорогой.

Сосредоточенные нагрузки, такие, как сосредоточенная сила, сосредоточенный момент, по существу, являются предельными образами распределенных величин. Для того, чтобы сохранить эти понятия с математической стороны, целесообразно пользоваться дельта-функцией Дирака $\delta(x-\eta)$.

С другой стороны, целесообразность использования дельта-функции Дирака состоит еще и в том, что при решении поставленной задачи мы при любом количестве участков балки будем иметь дело лишь с четырьмя постоянными интегрирования.

Дельта-функция $\delta(x-\eta)$ является сингулярной функцией относительно точки $x = \eta$, то есть она равна нулю во всех точках, кроме одной $x=\eta$, где ее значение настолько велико, что справедливо равенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-\eta) \cdot dx = 1. \quad (113)$$

Из определения дельта-функции следует также

$$\int_a^b \delta(x-\eta) \cdot dx = \begin{cases} 0, & \text{если } \eta < a \\ 1, & \text{если } a < \eta < b \\ 0, & \text{если } \eta > b \end{cases} \quad (114)$$

Практическая ценность дельта-функции определяется формулой:

$$\int_a^b \chi(x) \cdot \delta(x-\eta) \cdot dx = \chi(\eta), \quad \text{если } a < \eta < b, \quad (115)$$

где $\chi(x)$ - непрерывная в рассматриваемой области функция.

Справедливость формулы (115) следует из равенства (114). Свойство, определенное формулой (115), называется фильтрующим свойством дельта-функции. Это свойство можно определить так: умножая произвольную функ-

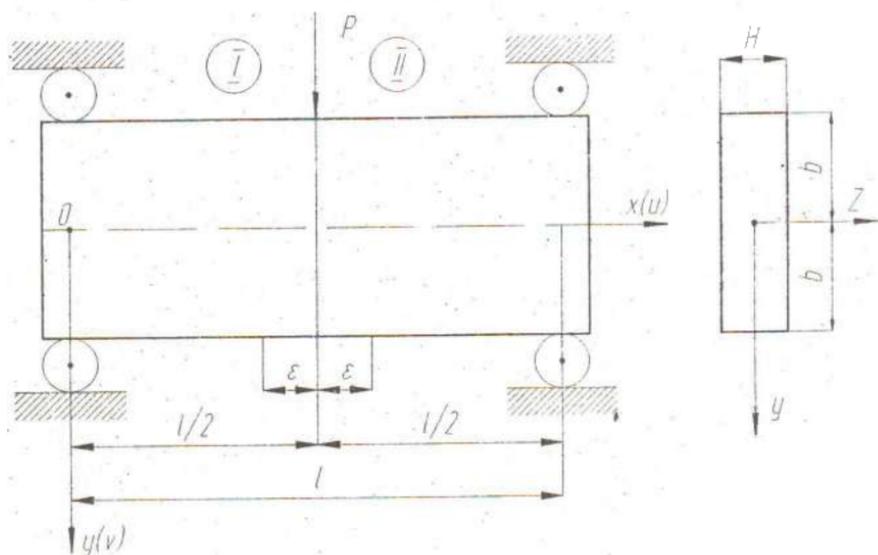


Рис. 13. Изгиб шарнирно опертой балки-брекера сосредоточенной силой P .

цию $\chi(x)$ на дельта-функцию $\delta(x-\eta)$ и затем интегрируя на участке $a < \eta < b$, мы выделяем значение функции $\chi(x)$ при $x = \eta$.

Фильтрующим свойством обладает также n -я производная дельта-функции

$$\int_a^b \chi(x) \cdot \delta^{(n)}(x-\eta) \cdot dx = \begin{cases} 0, & \text{если } \eta < a \\ (-1)^n \cdot \chi^{(n)}(\eta), & \text{если } a < \eta < b \\ 0, & \text{если } \eta > b \end{cases} \quad (116)$$

В справедливости этой формулы легко убедиться, если проинтегрируем (116) по частям.

Для решения задачи, изображенной на рис. 13, имеем дифференциальное уравнение (107) изгиба балки-брекера. Общее решение этого уравнения равно решению соответствующего однородного уравнения Φ_1 плюс какое-либо частное решение неоднородного уравнения Φ_2 .

Интеграл однородного уравнения, соответствующего (107), запишется так:

$$\Phi_1 = C_0 + C_1 \cdot x + C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot x^3. \quad (117)$$

Определив методом вариации постоянных интегрирования частное решение Φ_2 неоднородного уравнения (107), окончательно получим:

$$\Phi = C_0 + C_1 \cdot x + C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot x^3 + \frac{1}{2E_x \cdot I_z} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot \int_0^x x^3 \cdot q(x) \cdot dx + x \cdot \int_0^x x^2 \cdot q(x) \cdot dx - x^2 \cdot \int_0^x x \cdot q(x) \cdot dx + \frac{x^3}{3} \cdot \int_0^x q(x) \cdot dx \right]. \quad (118)$$

В случае изгиба балки-брекера (рис. 13) сосредоточенной силой P надо положить

$$q(x) = P \cdot \delta\left(x - \frac{\ell}{2}\right). \quad (119)$$

Правильность соотношения (119) легко доказывается с помощью (114):

$$\int_0^{\ell} q(x) \cdot dx = \int_0^{\ell} P \cdot \delta\left(x - \frac{\ell}{2}\right) \cdot dx = P.$$

Внося (119) в (118) и принимая во внимание (115), найдем:

а) для первого участка балки ($0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} - \varepsilon$ при $\varepsilon \rightarrow 0$)

$$\Phi_{(I)} = C_0 + C_1 \cdot x + C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot x^3; \quad (120)$$

б) для второго участка балки ($\frac{\ell}{2} + \varepsilon \leq x \leq \ell$ при $\varepsilon \rightarrow 0$)

$$\Phi_{(II)} = C_0 + C_1 \cdot x + C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot x^3 + \frac{1}{2E_x I_z} \cdot \left[-\frac{P}{3} \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right)^3 + x \cdot P \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 - x^2 \cdot P \cdot \frac{\ell}{2} + \frac{x^3}{3} \cdot P \right]; \quad (121)$$

Произвольные постоянные интегрирования в (120) и (121) определим из крайних условий задач.

Для шарнирно опертых концов $x = 0, \ell$ имеем из (109):

$$(\Phi_{(I)})_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{d^2 \Phi_{(I)}}{dx^2} \right)_{x=0} = 0; \quad (122)$$

$$(\Phi_{(II)})_{x=\ell} = 0, \quad \left(\frac{d^2 \Phi_{(II)}}{dx^2} \right)_{x=\ell} = 0. \quad (123)$$

Подставляя (120) в условия (122), а (121) в условия (123), получим:

$$C_0 = C_2 = 0, \quad C_1 = \frac{P \cdot \ell^2}{16E_x \cdot I_z}, \quad C_3 = -\frac{P}{12E_x \cdot I_z}. \quad (124)$$

С учетом (124) из (120) и (121) получаем функцию перемещений $\Phi(x)$:

- для первого участка балки-брекера

$$\Phi_{(I)} = \frac{P}{4 \cdot E_x I_z} \cdot \left(\frac{\ell \cdot x^2}{4} - \frac{x^3}{3} \right); \quad (125)$$

- для второго участка балки-брекера

$$\Phi_{(II)} = \frac{P}{4 \cdot E_x I_z} \cdot \left(\frac{3\ell^2 \cdot x}{4} - \ell \cdot x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{\ell^3}{12} \right). \quad (126)$$

Подставляя (125) и (126) в (106), находим, наконец, прогибы v и углы поворота сечений ψ балки-брекера, вызванные внешней сосредоточенной нагрузкой P :

- для первого участка балки-брекера

$$v_{(I)} = \frac{P}{4 \cdot E_x \cdot I_z} \cdot \left(\frac{\ell^2}{4} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x^3 + 2 \cdot k \cdot \frac{E_x \cdot I_z}{G_{xy} \cdot F} \cdot x \right),$$

$$\psi_{(I)} = \frac{P}{4 \cdot E_x \cdot I_z} \cdot \left(\frac{\ell^2}{4} - x^2 \right); \quad (127)$$

- для второго участка балки-брекера

$$v_{(II)} = \frac{P}{4 \cdot E_x \cdot I_z} \cdot \left(\frac{3 \cdot \ell^2}{4} \cdot x - \ell \cdot x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{\ell^3}{12} + k \cdot \frac{E_x \cdot I_z}{G_{xy} \cdot F} \cdot (2\ell - 2x) \right),$$

$$\psi_{(II)} = \frac{P}{4 \cdot E_x \cdot I_z} \cdot \left(x^2 - 2 \cdot \ell \cdot x + \frac{3\ell^2}{4} \right). \quad (128)$$

Максимальный прогиб $\max v$ балки-брекера имеет по середине пролета ($x = \ell/2$), где приложена сосредоточенная боковая нагрузка P :

$$\max v = \left[v_{(I)} \right]_{x=\frac{\ell}{2}} = \left[v_{(II)} \right]_{x=\frac{\ell}{2}} = \frac{P \cdot \ell^3}{48 \cdot [EI]_6}, \quad (129)$$

где

$$[EI]_6 = \frac{E_x \cdot I_z}{1 + 12 \cdot k \cdot \frac{E_x \cdot I_z}{G_{xy} \cdot F \cdot \ell^2}} \quad (130)$$

есть эквивалентная боковая изгибная жесткость шарнирно опертой балки-брекера.

В случае изотропного материала, например стали Ст.3, следует положить $E_x = E$, $G_{xy} = \infty$, тогда из (130), (129) получим классическое решение

$$\max v = \frac{P \ell^3}{48 \cdot EI_z},$$

известное из курса сопротивления материалов.

В качестве примера снова рассмотрим двухслойный брекер из металлокорда 40л15 грузовой шины 260-508Р мод. И-Н99, изгибаемый боковой сосредоточенной силой $P=160$ кгс. Брекер будем считать (что наиболее правдоподобно) шарнирно опертым (рис. 13).

Длина брекера ℓ равна длине площади контакта шины с плоским дорожным покрытием и $\ell = 34$ см. Остальные параметры брекера даны выше.

На рис. 14 даны графические зависимости среднего модуля упругости $\sigma_1 E_x$ и модуля сдвига G_{xy} брекера от угла наклона нитей металлокорда.

В соответствии с формулой (130) на рис. 15 дана графическая зависимость эквивалентной боковой изгибной жесткости шарнирно опертого брекера от угла наклона нитей металлокорда в его слоях.

Из рис. 15 видно, что оптимальным является угол $\alpha = 11,9^\circ$ ($\beta = 78,1^\circ$), а не $\alpha = 20^\circ$ ($\beta = 70^\circ$), принятый в серийной шине 260-508Р мод. И-Н99. При угле $\alpha = 11,9^\circ$ и боковой силе $P = 160$ кгс имеем:

$$[EI]_0 = 1,327 \cdot 10^6 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2, \quad \max V = 9,87 \cdot 10^{-2} \text{ см}.$$

Эти результаты хорошо согласуются с результатами планированного эксперимента [8].

Отметим, что аналогично можно получить числовые и графические зависимости эквивалентной боковой изгибной жесткости брекера $[EI]_0$ от частоты нитей металлокорда i , или от ширины брекера $2b$, или от упругих параметров брекерной резины E_g , ν_g , или от упругих свойств нитей металлокорда и т.д.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана и описана формулами теория деформирования слоистого резинокордного брекера радиальной шины, которая впервые позволила учесть влияние анизотропии упругих свойств нитей металлокорда, наличия свободных краев у брекера и обрезанных концов у нитей металлокорда на упругие характеристики и жесткости брекера, усилия в нитях корда и напряжения в связующей резине, законы деформирования.

Выведена формула для расчета боковой изгибной жесткости брекера, от которой зависит износ протектора.

Формулы, определяющие упругие характеристики и жесткости слоистого брекера, а также связи между их напряжениями и деформациями, являются четко выраженными функциями от: упругих констант резины и нитей корда; ориентации, геометрических размеров и частоты нитей корда в слоях; резиносодер-

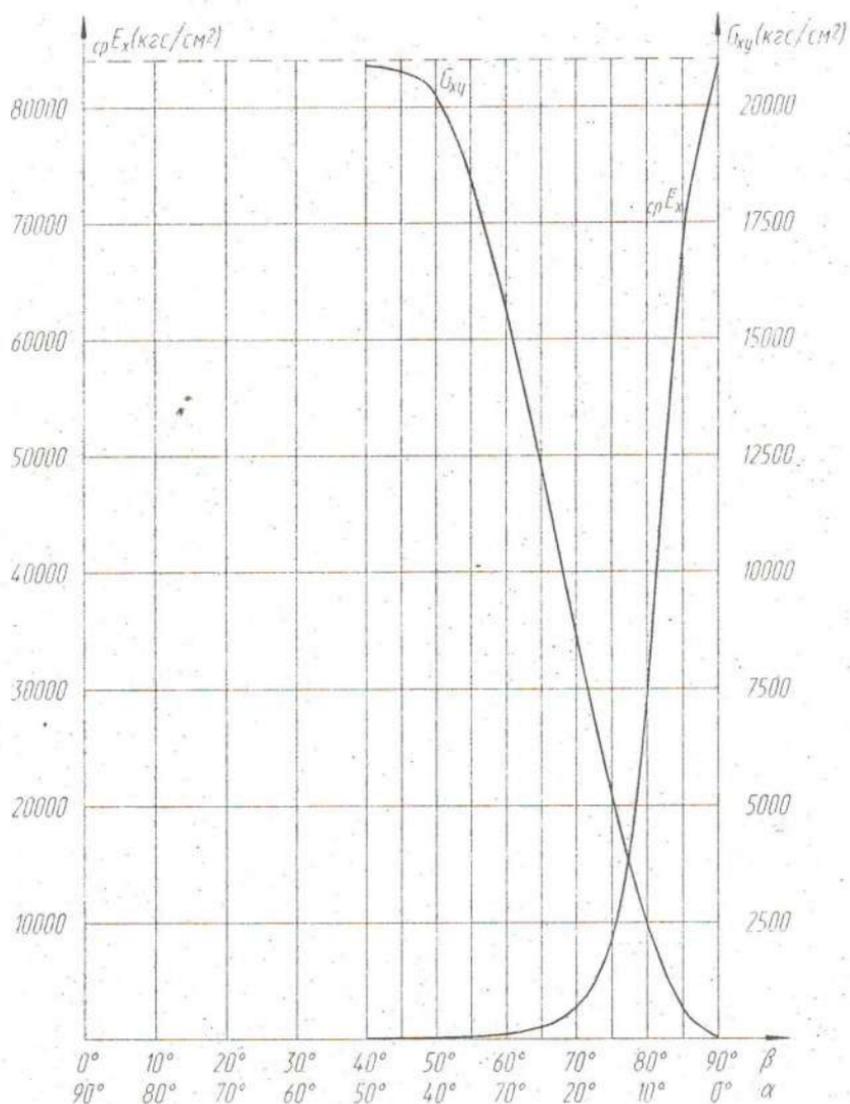


Рис. 14. Зависимости среднего модуля упругости E_x и модуля сдвига G_{xy} двухслойного брекера из металлокорда 40л15 от угла наклона нитей металлокорда.

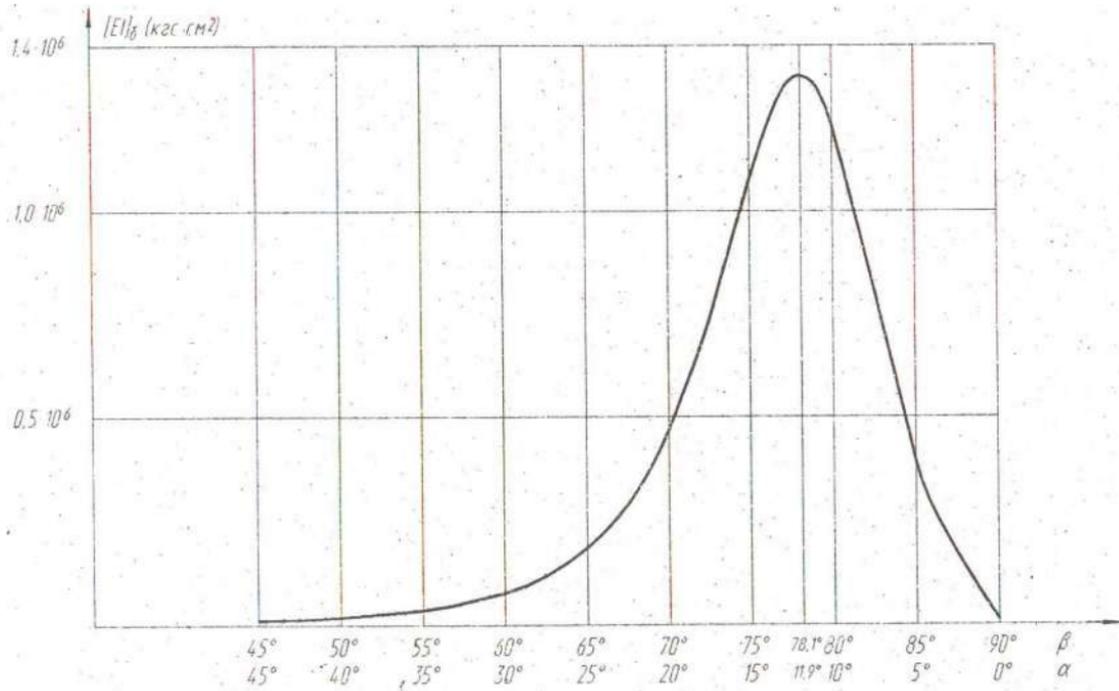


Рис. 15. Зависимость эквивалентной боковой изгибной жесткости шарнирно опертого брекера из металлокорда 40л15 от угла наклона нитей металлокорда в его слоях.

жания в слоях; наличия в слоях разных резин и различных кордов; а также других макроскопических параметров. Это дает широкую возможность конструктору для оптимизации параметров брекера на стадии проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фотинич О.В. Об определении приведенного модуля резинокордных образцов// Механика твердого тела, № 3, 1969, с. 162-166.
2. Растеряев Ю.К., Каспаров А.А. Упругие параметры и жесткостные свойства брекера радиальной пневматической шины// Простор: Научно-информационный сборник. Вып. № 2. -М.: НИИШП, 1997. -С. 69-82.
3. Растеряев Ю.К., Каспаров А.А. Упругие характеристики и механика деформирования составных анизотропных резинокордных систем пневматических шин// Труды I Международного симпозиума по механике эластомеров. Т. II. Севастополь, 1994, июль. -Днепропетровск, 1996. -С. 47-66.
4. Иванова В.П., Працикин В.Н., Слюдилов Л.Д., Упорина Л.А. Влияние конструкции брекера из металлокорда на эксплуатационные свойства грузовых шин P// Каучук и резина. -М.: 1971, № 2, с. 32-35.
5. Каспаров А.А., Растеряев Ю.К. Боковая изгибная жесткость брекера радиальной шины// Простор: Научно-информационный сборник. Вып. № 3. -М.: НИИШП, 1997. -С. 69-82.
6. Смирнов А.Ф. Сопротивление материалов. М.: Трансжелдориздат. 1961, с. 197-200, 231-233.
7. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. М.: ОГИЗ-Гостехиздат. 1947, с. 13-15.
8. Мухин О.Н. Простейшая теория бокового увода, боковой и угловой жесткостей шин P// Каучук и резина. -М.: 1971 г., № 9, с.37-39.