

УДК 678:539.3

СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О КРИТЕРИЯХ РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Чижик Е.Ф. НИП «Полимет», генеральный директор
Дырда В.И. Институт геотехнической механики НАН
Украины, г. Днепропетровск

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы на разработку критериев разрушения твердых тел направлены усилия многих научных школ, о чем свидетельствует приведенная ниже обширная публикация. Многочисленные монографии и обзоры дают наглядное представление о важности проблемы и о некоторых путях ее решения. Большинство работ посвящено механике разрушения металлов и некоторых жестких армированных пластиков. Несколько в стороне стоят проблемы, связанные с разрушением вязкоупругих систем типа эластомеров (резин, полиуретанов), обладающих специфическими свойствами, среди которых, пожалуй, самыми важными и отличительными являются большие обратимые деформации, старение и существенная диссипация. Перечисленные свойства в большинстве случаев и определяют подход к формированию критериев разрушения эластомеров. В связи с особенностями их внутренней структуры многие законы классической механики оказались неприемлемыми для описания механического поведения эластомерных образцов и конструкций. Существующие критерии разрушения также далеко не в полной мере отражают процессы и механизмы их разрушения. Поэтому для адекватного описания эластомеров понадобилось привлечение идей и методов термодинамики, в частности, термодинамики необратимых процессов; понадобилось создание новых критериев разрушения, более полно учитывающих специфику процесса

разрушения. Именно этим вопросам и посвящены дальнейшие исследования, изложенные ниже.

2. ОБЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МОДЕЛЯХ. КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ

С самого начала возникновения науки о прочности важнейшим стал вопрос о нахождении критериальных величин, т.е. величин собственно и характеризующих прочность твердого тела. Совершенствование методов расчета протекало соответственно развитию представления о структуре твердого тела.

На первом этапе это была идеализированная среда, т.е. идеально упругое тело без каких-либо несовершенств. Несмотря на то, что такая концепция продержалась недолго и уже Кулон знал о несовершенствах структуры реальных материалов, физическая модель идеально упругого тела не потеряла своей актуальности и до настоящего времени и, прежде всего, вследствие удобства хорошо разработанного математического аппарата и соответствии в ряде случаев требованиям практики. Такой "механический" подход породил и соответствующие критерии разрушения, в качестве которых использовались некоторые критические, предельные значения упругих постоянных, при которых соответственно и происходит разрушение (отказ, разлом, разделение на части) твердого тела. Галилей для оценки прочности тел под нагрузкой предложил в качестве критерия разрушения использовать предельное значение главного нормального напряжения; для этой же цели Мариотт предложил использовать предельную величину удлинения; Кулон - предельную величину главного касательного напряжения, а Бельтрами - предельное значение энергии упругой деформации.

Открытие таких эффектов, как масштабный фактор, зависимость прочности от времени действия силы, явления последействия, диссипация энергии, пластичность и текучесть металлов и т.д. заставило ученых видоизменить теории, вво-

дить поправочные коэффициенты, но подход к прочности твердых тел оставался в сущности прежним.

Изменение пришло со стороны новых экспериментальных данных, и прежде всего данных о поведении твердых тел при высоких и низких температурах, больших скоростях нагружения, длительных циклических нагрузках, действию агрессивной внешней среды и т.д.

Уже во времена Кельвина было установлено, что такие понятия, как "предел прочности", "предел упругости" и "предел текучести" не отражают истинного положения вещей, а сами "пределы" нестабильны и существенно зависят от условий нагружения. Такая неоднозначность в оценке "пределов" привела к пересмотру физической модели твердого тела, к изучению теплового движения атомов и в конечном итоге - к кинетической концепции природы прочности. В этой теории важная роль отводится энергетическим флуктуациям, являющимся следствием хаотичности теплового движения. Эта концепция получила признание и довольно широко используется в физике твердого тела для объяснения природы прочности тел под нагрузкой с учетом действия внешней среды. Однако ее использование в инженерной практике до последнего времени носило ограниченный характер, и прежде всего вследствие трудностей в определении постоянных в основном уравнении прочности (см. таблицу 1).

Более плодотворными в смысле инженерного приложения оказались критерии распространения трещин, основанные на энергетическом подходе. Разработанная Гриффитсом теория впоследствии была развита Ирвином, Орованом и рядом других исследователей и распространена не только на хрупкие материалы, но и на вязкоупругие, пластичные и др. Это научное направление оказалось весьма ценным для материаловедения при сравнительных оценках физико-механических характеристик и прочности различных материалов. Особенно большое распространение подход получил при расчетах тонкостенных конструкций (надводные и подводные суда, тур-

бины, самолеты, оболочки под давлением и т.д.), в которых разрушение происходит преимущественно от развития одной магистральной трещины. Располагая физико-механическими характеристиками материала, можно вычислить время распространения магистральной трещины и с точностью, достаточной для практики, определить долговечность конструкции. Можно также назначить режим нагружения или подобрать соответствующий материал, при которых трещина не будет развиваться в течение заданного времени. Вместе с тем, и это является одним из важных недостатков, на время появления такой трещины подход ответа не дает. В реальном теле дефекты (поры, трещины и др.) существуют с момента изготовления и долговечность определяется как время развития совокупности таких дефектов, их слияния, зарождения магистральной трещины и ее развития до критического состояния. Современные методы исследований (рентгеноструктурный анализ, акустическая эмиссия, инфракрасная спектроскопия и т.д.) позволяют в какой-то мере определить степень поврежденности твердых тел на различных стадиях их разрушения в процессе эксплуатации. Однако учесть эту информацию в общем уравнении состояния на сегодняшний день не всегда представляется возможным.

Ценным для инженерной практики является также статистический подход, поскольку сам процесс разрушения носит вероятностный характер. Однако использование этого подхода требует наличия большой экспериментальной информации, что не всегда возможно, особенно на стадии проектирования сложных технических сооружений.

Наиболее плодотворным на сегодняшний день, особенно при исследовании долговечности вязкоупругих материалов, является термодинамический подход. Причина здесь в следующем.

Для построения критериев долговечности по самому ее смыслу необходим подход, наиболее полно учитывающий внутреннее строение материала разрушаемого тела и позво-

ляющий описывать изменение его внутренней структуры под действием внешних условий нагружения. Таким подходом является, как известно, подход статистической физики, который, однако, ввиду сложности и неопределенности структуры большинства реальных материалов, мало пригоден для практических расчетов. Вследствие этого для описания долговечности наибольшее распространение получил термодинамический подход, основанный не феноменологическом описании поведения тел под влиянием внешних условий. Поскольку разрушение по самой своей сути - процесс неравновесный, то и использовать для его описания наиболее целесообразно термодинамику необратимых процессов. Для получения критерияльных условий, определяющих локальное разрушение, используют, как правило, условие экстремума термодинамических функций, например, энергии, энтропии и т.д. При этом возможно и использование величин, специально вводимых для описания разрушения, и рассмотрение их с позиций термодинамики необратимых процессов. Широко используемой величиной такого типа является поврежденность материала, понимаемая как конкретное изменение его физических свойств, происходящее под влиянием внешних условий деформирования на всех уровнях структуры материала, начиная с атомно-молекулярного.

Существующие критерии разрушения удобно представить в виде таблицы (табл. 1) и разделить на четыре типа: критерии распространения трещин, основанные на энергетическом подходе, статистические, на основе кинетической концепции прочности и термодинамические критерии. Необходимо подчеркнуть, что такое разделение весьма условно, так как, например, в критериях, отнесенных к первому типу, могут использоваться термодинамические величины, и наоборот. Невозможность строгого разделения критериев на такие группы еще раз подчеркивает единство и многогранность процесса разрушения, который даже в самых идеализированных условиях определяется многими свойствами структуры

разрушаемого тела. В приведенной таблице также произведено условное разделение критериев на две группы, которые описывают две различные, вообще говоря, стадии процесса разрушения: стадию рассеянного или диффузного разрушения, при которой происходит накопление повреждений во всем объеме тела вплоть до лабильного состояния и образования микротрещин, и стадию глобального разрушения, характеризующуюся наличием магистральных трещин.

Рассмотрим вопрос об описании механики разрушения вязкоупругих систем, работающих при стационарном циклическом нагружении. Типичным примером таких систем, пожалуй, наиболее важным в практических приложениях, являются эластомерные конструкции различных машин и сооружений. Важнейший вопрос об определении долговечности данных конструкций, работающих в заданных условиях, имеет существенные особенности, вытекающие из характера структуры материала и его вязко-упругого поведения. Отметим здесь две наиболее важные из них. Во-первых, усталостное разрушение эластомеров в отличие от большинства других материалов не является хрупким. Рост магистральной трещины в элементе происходит весьма медленно и сопровождается значительным изменением силовых и деформационных характеристик последнего и поэтому не приводит к внезапным авариям, являющимся самым опасным следствием хрупких разрушений. Во-вторых, время, протекающее от зарождения магистральной трещины до полного разрушения конструкции, весьма мало по сравнению с временем работы до зарождения видимой макротрещины. Вследствие вышесказанного вопрос об определении долговечности эластомерных конструкций сводится с практической точки зрения к вопросу об определении времени до появления первой видимой трещины, т.е. к вопросу о рассеянном или локальном разрушении. Точнее говоря, необходимо определить время до того момента, при котором рассеянное разрушение, происходящее непрерывно и постоянно, переходит в глобальное, т.е. время,

необходимое для достижения "максимального" рассеянного разрушения, при котором появление в некотором месте образца макротрещины неизбежно. Это время можно назвать "локальной долговечностью" или "временем локального разрушения" (заметим, что употребляемое иногда выражение "локализованное разрушение" имеет другой смысл: разрушение тела, локализованное в трещине).

Из существующих критериев, приведенных в табл. 1, наиболее подходящими, с высказанной выше точки зрения, для определения долговечности вязкоупругих материалов являются критерии по максимуму энергии разрушения, энтропии и поврежденности. Эти критерии исследовались многими авторами в применении к различным материалам и условиям нагружения. Каждый из них позволял в рассматриваемых конкретных случаях удовлетворительно описывать экспериментальные зависимости, однако имеющиеся данные не позволяют утверждать о преимуществе какого-то одного из них над другим в смысле всеобщности и практической пригодности. Это подтверждает точку зрения, согласно которой процесс разрушения является столь характерным свойством материала и внешних условий нагружения, что универсальных критериев, по-видимому, не существует.

Рассмотрим более подробно указанные выше критерии, начав с энтропийного. Важным достоинством последнего является возможность учета при описании процесса разрушения различных сопутствующих или сопровождающих его процессов типа диффузии, химических реакций и т.д. Существенным недостатком является не вполне ясный физический смысл критериального условия и тот факт, что энтропия является трудно измеримой и не сохраняющейся физической величиной.

Энергетический Ψ -критерий диссипативного типа, постулирующий, что система разрушится, если энергия разрушения достигнет некоторого критического значения, в этом смысле обладает ощутимым преимуществом по сравнению с

энтропийным ввиду его физической ясности, а также измеримости и сохраняемости энергии. Возможность учета сопутствующих процессов при описании разрушения с помощью энергетического Ψ -критерия разрушения исследовалась недостаточно, но, в принципе, она осуществима. Недостатком энергетического Ψ -критерия разрушения является невозможность строго разделить поглощаемую в материала образца механическую энергию на три части: первую, идущую собственно на разрушение; вторую, идущую на изменение структуры материала, не связанной с разрушением; и третью, переходящую в тепло.

Недостатком критерия по физической поврежденности, постулирующим, что система разрушится при достижении поврежденностью материала критического значения, является его "узкая специализация", поскольку фактически для каждого материала поврежденность должна определяться по своему и исследоваться с помощью специальных приборов. Например, для усталостной поврежденности резин можно использовать метод инфракрасной спектроскопии, для усталостной поврежденности металлов - метод акустической эмиссии. Достоинством их является достоверность и надежность полученных данных.

Сказанное выше позволяет сформулировать некоторые предположения, касающиеся математической модели, используемой при описании общего процесса разрушения твердого тела. Здесь наиболее важными являются, на наш взгляд, две проблемы: решение связанной задачи термовязкоупругости и формирование критериальных уравнений для описания локальной долговечности. По первой проблеме имеются серьезные разработки, позволяющие с достаточной степенью точности определять распределение напряжений и тепловых полей в деформируемых образцах. Что же касается второго вопроса, то здесь, возможно, наиболее перспективными являются критерии, сочетающие теоретические возможности термодинамики необратимых процессов и механики сплош-

ной среды с использованием величин и понятий, поддающихся прямой и достоверной экспериментальной измеримости. Этим условиям из перечисленных выше критериев наиболее полно, пожалуй, удовлетворяют энергетический Ψ -критерий по накапливающейся в материале энергии разрушения и критерий по физической поврежденности. Возможно также, что "соединение" последних критериев позволит разработать критерий разрушения, сочетающий их достоинства и не имеющий присущих им недостатков.

3. ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ ПОСЛЕДНИХ ЛЕТ ПО ПРОБЛЕМЕ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

Многогранность процесса разрушения существующих материалов обуславливает широкий спектр направлений исследований этого явления. Наиболее широко, как и в прошлые годы, проводятся работы по изучению разрушения конструкционных материалов, что определяется практической важностью результатов этих исследований. Весьма обстоятельные обзоры по механике разрушения представлены в юбилейном выпуске журнала "Физико-химическая механика материалов", 1993, №3, посвященном 100-летию со дня рождения и 30-летию со дня смерти А.А. Гриффитса [1-6].

Рассмотрение взаимосвязи критериев разрушения, наиболее употребляемых в современной механике разрушения, проводится в работе [7]. Авторы рассматривают пять критерийных характеристик механики разрушения: критический коэффициент интенсивности напряжений K_{Ic} , предел трещиностойкости I_c , критические раскрытия в вершине трещины δ_c , коэффициент интенсивности деформации в упругопластической области M_{ec} и энергетический интеграл J_c . Рассматривая линейную механику разрушения, авторы приходят к выводу, что "для формулировки критерия разрушения из расчетных параметров необходимо знать только коэффициент K . Для его расчета используются аналитические и численные

методы теории упругости". В области же нелинейной механики разрушения рассмотренные критериальные характеристики оказываются хотя и самостоятельными, но взаимозависимыми. Поэтому нет принципиальной разницы, каким критерием пользоваться для описания начала разрушения и для получения критериев разрушения искомым критическим параметром задачи. Выбор критерия диктуется удобством расчета вычисляемых величин и доступностью экспериментального определения разрушающего значения критериальной величины. В заключение авторы рассматривают возможность построения двух параметрических критериев разрушения, основываясь на работах [8-10].

Возможность использования в механике разрушения двухпараметрических критериев разрушения рассматривается также в работах [11,12]. О сущности этого нового метода в описании разрушения материалов авторы [11] пишут: "В настоящее время довольно интенсивно разрабатываются двухпараметрические критерии разрушения, причем как в теоретическом, так и в прикладном аспектах. Связано это с тем, что однопараметрические критерии (моноподходы) исчерпали свои возможности и не способны описать всю многогранность процесса разрушения в широком диапазоне нагружений".

Действительно, при хрупком состоянии разрушение можно оценить "монокритерием" типа $K = K_{Ic}$, при вязком же состоянии предельную нагрузку определяют из обычного условия прочности, как и в отсутствие трещины. В частности, разрушение может быть описано "монокритерием" типа $\sigma_{max} = \sigma_b$ (или через силы $P = P_{пр}$). Однако, как правило, первый случай реализуется при длинных трещинах, а второй - при достаточно коротких. В принципе же реализуется смешанное разрушение, при котором каждый вид разрушения, и.е. хрупкое и вязкое, вносит свою долю в суммарное разрушение. И хотя порознь $K < K_{Ic}$ и $P < P_{пр}$, но в итоге, вместе, обе левые части описывают разрушение. Значит, при смешанном раз-

рушении отдельно $K/K_{lc} < 1$ и $P/P_{пр} < 1$, но поскольку разрушение совершается, то, очевидно, $K/K_{lc} + P/P_{пр} = 1$. В знаменателях этих слагаемых стоят чистые характеристики данного вида разрушения, а в числителях - разрушающее брутто - напряжение, т.е. σ_c и разрушающий коэффициент интенсивности напряжений, т.е. вроде бы K_c , который во избежание совпадений обозначим как J_c (соответственно в знаменателе вместо K_{lc} запишем J_{cmax}). Количественный вклад каждого вида разрушения в смешанное разрушение отметим эмпирическими показателями степени q и m . Таким образом, мы пришли к общей записи двухпараметрического критерия разрушения

$$\left(\frac{P}{P_{пр}}\right)^q + \left(\frac{J_c}{J_{cmax}}\right)^m = 1,$$

что на плоскости K - P отображается линией, ограничивающей область допустимых (неразрушающих) состояний.

Разумеется, однопараметрические критерии (стоящие слева) могут быть и иными, например, деформационной или энергетической природы, и тогда конкретная запись каждого слагаемого левой части соответственно изменится. Это дает широкое поле для конструирования разных модификаций двухпараметрических критериев разрушения.

Рассмотрение общих проблем механики усталостного разрушения конструкционных материалов проводится в работе [12]. В работе [13] предложен критерий усталостного разрушения металлов, основанный на учете рассеянной за цикл нагружения удельной энергии.

В работе [14] предпринята попытка построить комплексный энергетический критерий разрушения, приемлемый для анализа и оценки надежности силовой системы. При этом, как утверждают авторы, "разработан метод выделения из полной механической и тепловой энергий их эффективных частей, расходуемых на образование и накопление повреждений; взаимодействия различных составляющих эффективной энер-

гии и дан метод их оценки". В конце статьи авторы приходят к выводу о необходимости развития нового научного направления, получившего название "трибофатика", изучающего процесс разрушения в условиях сочетания и взаимовлияния различных повреждающих явлений [15,16].

Рассмотрению вопросов малоциклового усталости посвящена работа [17].

Задача прогнозирования длительной прочности материалов при стационарном статическом нагружении рассмотрена в работе [18]; авторы анализируют применимость концепции Генки-Хоффа о неограниченном вязком течении материала к металлам.

В последние годы некоторые авторы стали использовать идеи и методы термодинамики неравновесных процессов, развиваемые школой И.Р. Пригожина, для анализа проблемы разрушения материалов. К этому направлению относятся работы [19-23]. Имеются попытки применения идей геометрии фрактальных структур к проблеме разрушения [4,24].

В работах [25,26], носящих несколько полемический характер, предпринята попытка найти точки соприкосновения между двумя ранее несовмещавшимися подходами - классической механикой разрушения и термофлуктуационной теорией разрушения. В рамках последней выполнена работа [27], в которой на основании общих термодинамических положений формула Журкова, распространяется и на нелинейные случаи.

В последние годы количество работ по механике разрушения материалов, в том числе и резин, существенно сократилось. По механике разрушения резин можно обметить лишь работы [29,30], в которых используются традиционные критерии разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панасюк В.В. Развитие механики разрушения материалов в Восточной Европе // ФХММ. - 1993. - № 3. - С. 65-86.
2. Нотт Дж.-Ф. Теоретические и практические аспекты науки о разрушении // ФХММ. - 1993. - № 3. - С. 42-65.
3. Гузь А.Н. О некоассических проблемах механики разрушения // ФХММ. - 1993. - № 3. - С. 86-98.
4. Иванова В.С. От теории Гриффитса к фрактальной механике разрушения // ФХММ. - 1993. - № 3. - С. 101-106.
5. Махутов Н.А., Матвиенко Ю.Г. Теория Гриффитса и развитие критериев механики разрушения // ФХММ. - 1993. - № 3. - С. 140-145.
6. Морозов Е.М. О соответствии этапов деформирования материала критериальным соотношениям // ФХММ. - 1993. - № 3. - С. 145-147.
7. Матвиенко Ю.Г., Морозов Е.М. Взаимосвязь критериев нелинейной механики разрушения // ФХММ. - 1989. - № 2. - С. 3-11.
8. Морозов Е.М. Двухкритериальные подходы в механике разрушения // Проблемы прочности. - 1985. - № 10. - С. 103-108.
9. Матвиенко Ю.Г. Двухпараметрический критерий разрушения в связи с упрочнением материала // Заводская лаборатория. - 1986. - № 9. - С. 60-62.
10. Матвиенко Ю.Г. Двухпараметрический критерий разрушения и малые трещины // ФХММ. - 1987. - № 5. - С. 105-107.
11. Георгиев М.М., Морозов Е.М. Двухпараметрические критерии разрушения // ФХММ. - 1991. - № 6. - С. 12-15.
12. Красовский А.Я., Махутов Н.А., Орыняк И.В., Торон В.М. О двухкритериальном подходе к оценке предельной несущей способности тела с трещиной // Проблемы машиностроения и автоматизации. - 1993. № 4. - С. 92-100, 116.

13. Ярема С.Я. Об основах и некоторых проблемах механики усталостного разрушения // ФХММ. - 1987. - № 5. - С. 17-19.

14. Трощенко В.Т., Фомичев П.А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Проблемы прочности. - 1993. - № 1. - С.3-11.

15. Сосновский Л.А., Махутов Н.А. Предельные состояния силовых систем и процессы их повреждения. Сообщение 1. Энергетические критерии разрушения // Проблемы прочности. - 1993. - № 1. - С.11-24.

16. Сосновский Л.А. Трибофатика: проблемы и перспективы. Докл. на тематич. выставке АН СССР "Математика и механика народному хозяйству". - Гомель: Бел ИИЖТ, 1989. - 64 с.

17. Сосновский Л.А., Махутов Н.А., Дроздов Ю.Н. Трибофатика: Новые идеи в перспективном направлении. - Гомель: Бел ИИЖТ, 1990. - 7 с.

18. Махутов Н.А., Матвиенко Ю.Г., Черенков С.В. Методологически единый подход к расчетному анализу стадии зарождения и роста трещин малоциклового усталости // ФХММ. - 1993. - № 2. - С. 7-12.

19. Голуб В.П., Тетерук Р.Г. К расчету длительной прочности на основе модели вязкого разрушения Хоффа // Проблемы прочности. - 1993. - № 2. - С. 26-35.

20. Баланкин А.С., Иванова В.С. Микро-, мезо- и макрокинетика самоподобного роста трещин // Письма в ЖЭТФ. - 1973. - № 1. - С. 32-36.

21. Иванова В.С. Механика и синергетика усталостного разрушения // ФХММ. - 1986. - № 1. - С. 62-68.

22. Иванова В.С. Синергетика. Прочность и разрушение металлических материалов. - М.: Наука, 1992. - 135 с.

23. Баланкин А.С. Синергетика деформируемых твердых тел. - М.: Изд-во МО СССР, 1991. - Ч. 1. Основы кинетической теории динамической прочности. - 350 с.

24. Баланкин А.С. Фрактальная динамика твердых тел // Изв. АН СССР. Металлы. - 1992. - № 2. - С. 44-51.
25. Поляков А.А. О процессах самоорганизации в металле // ФХММ. - 1993. - № 2. - С. 19-27.
26. Черепанов Г.П. Механика разрушения и кинетическая теория прочности // Проблемы прочности. - 1989. - № 11. - С. 3-9.
27. Баргенов Г.М. Термофлуктуационная теория прочности и критерий Гриффитса // Проблемы прочности. - 1989. - № 11. - С. 79-84.
28. Валишин А.А., Карташов Э.М. Нелинейные эффекты в кинетике разрушения полимеров и композитов // Проблемы прочности. - 1993. - № 6. - С. 13-18.
29. Прокопчук Н.Р., Кудинова Г.Д., Асловская О.А., Гугович С.А. Разработка метода оценки реальной долговечности резин при воздействии внешних факторов // Каучук и резина. - 1996. - № 4. - С. 25-27.
30. Зуев Ю.С., Капоровский В.М., Юрчев Н.Н. Влияние конструктивных факторов на сопротивление разрушению резин в изделиях // Каучук и резина. - 1995. - № 5. - С. 5-9.
31. Griffith A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. A. - 1920. - 221. - P. 163-169.
32. Irvin G.R. Analysis of stresses and strain the end a crack traversing a plate // J.Appl. Mech. - 1957. - 23, N 3. - P. 168-177.
33. Orowan E. Proceedings on the Symposium on Fatigue and Fracture of Metals (Mitt). - New York: Wiley, 1950. - P. 139-167.
34. Eshalby I.D. The continuum theory of lattice defects // Solid State Phys. - 1956. - 3, N 4. - P. 79-87.
35. Черепанов Г.П. О распространении трещин в сплошной среде // Прикладная математика и механика. - 1967. - Т. 31, № 3. - С. 476-486.
36. Райс Дж. Не зависящий от пути интеграл и приближенный анализ концентрации деформаций у вырезов и трещин // Прикл. механика. Сер. Е. - 1968. - 35, № 4. - С. 340-350.

37. Леонов М.Я. Элементы теории хрупкого разрушения // Прикл. механика. Техн. физика. - 1961. - № 3. - С. 245.

38. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Розвиток найдрібніших тріщин в твердому тілі // Прикл. механіка. - 1959. - 5, № 4. - С. 52-54.

39. Dugdale O.S. Yielding of steel sheets containing slits // J.Mech. and Phys. Solids. - 1960. - 8, N 2. - P. 85-90.

40. Andrews E.H. Fracture in Polymers. - Edinburg; London: Oliver and Boyd, 1968. - 204 p.

41. Потураев В.Н., Дырда В.И., Надутый В.П. Резина в горном деле. - М.: Недра, 1974. - 152 с.

42. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. - М.: Наука, 1974. - 267 с.

43. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. - М.: Наука, 1966. - 712 с.

44. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. - М.: Наука, 1972. - 217 с.

45. Новожилов В.В., Рыбакина О.Г. Перспективы построения критерия прочности при сложном нагружении // Механика твердого тела. - 1966. - № 5. - С. 103-111.

46. Coffin L.F. A study of the effects cyclic thermal stresses on a ductile metal // Trans ASME. Ser. E.J. Appl. Mech. - 1954. - 76, N 6. - P. 931-950.

47. Manson S.S. Thermal stresses in design // Machine Design. - 1960. - 32, N 4. - P. 325-327.

48. Трощенко В.Т. Прочность металлов при переменных нагрузках. - Киев: Наук. думка, 1978. - 176 с.

49. Конторова Т.А., Френкель Я.И. Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов // Журн. техн. физики. - 1941. - 11, № 3. - С. 173-183.

50. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов. - М.: Машиностроение, 1964. - 276 с.

51. Kase S. A theoretical analysis of the distribution of tensile strength of vulcanized rubber // Ibid. - 1953. - N 11. - P. 426-432.

52. Афанасьев Н.Н. Статистическая теория усталостной прочности материалов. - Киев: Изд-во АН УССР, 1953. - 105 с.

53. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. - М.: Госстройиздат, 1965. - 280 с.

54. Журков С.Н. Проблема прочности твердых тел // Вестн. АН СССР. - 1957. - № 11. - С. 78-82.

55. Журков С.Н. Кинетические концепции прочности твердых тел // Изв. АН СССР. Сер. Неорганические материалы. - 1967. - Т. 3, № 10. - С. 1767-1771.

56. Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. Физические основы прогнозирования механического разрушения // Докл. АН СССР. - 1981. - 259, № 6. - С. 1350-1353.

57. Зуев В.С., Бартенев Г.М., Киршенштейн Н.И. О долговечности и прочности каучукоподобных полимеров // Высокмолекуляр. соединения. - 1964. - № 9. - С. 1629-1633.

58. Бартенев Г.М., Буров С.В. Временная зависимость прочности резин и безопасная нагрузка // Журн. техн. физики. - 1956. - 26, № 11. - С. 2558-2562.

59. Бартенев Г.М., Зуев Ю.С. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов. - М.-Л.: Химия, 1964. - 387 с.

60. Гуль В.Е. К теории прочности // Докл. АН СССР. - 1954. - 96, № 2. - С. 253-058.

61. Holland A.J., Turner E.S. The effect of sustained loading on the breaking strength of sheet glass // J. Soc. Glass Technoll. - 1940. - 24. - Н. 46-57.

62. Hencky H. Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material herforderungen Nachspannungen // Z. Angew. Math. Mech. - 1924. - 4, N 4. - S. 323-334.

63. Huber T. Czapismo tchniczne. - Lemberg, 1904. - 311 S.

64. Рейнер М. Термодинамическая теория прочности // Разрушение твердых полимеров. - М., 1971. - С. 405-413.

65. Федоров В.В. Термодинамические представления о прочности и разрушении твердого тела // Проблемы прочности. - 1971. - № 11. - С. 32-34.

66. Федоров В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. - Ташкент: Фан, 1985. - 168 с.

67. Дырда В.И., Резиновые элементы вибрационных машин. - Киев: Наук. думка, 1980. - 100 с.

68. Фалтнер, Марроу. Энергия гистерезиса микропластической деформации как критерия усталостного разрушения // Техн. механика. - 1961. - № 1. - С. 29.

69. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов. - М.: Металлургия, 1975. - 455 с.

70. Киялбаев Д.А., Чудновский А.И. О разрушении деформируемых тел // Журн. прикладной механики и техн. физики. - 1970. - № 3. - С. 105-110.

71. Киялбаев Д.А., Чебанов В.М., Чудновский А.И. О разрушении твердых тел // Проблемы механики твердого деформируемого тела. - Л., 1970. - С. 217-224.

72. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Энтروпийный принцип в теории прочности полимерных материалов // Механика полимеров. - 1971. - № 1. - С. 113-121.

73. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Длительная прочность в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1977. - 248 с.

74. Масленников В.Г., Лавендел Э.Э. Энтропийный характер долговечности силовых резинотехнических деталей // Механика полимеров. - 1975. - № 2. - С. 241-247.

75. Потураев В.Н., Дырда В.И., Капалин В.Т. Прогнозирование долговечности резины при циклическом нагружении и воздействии агрессивной среды // Междунар. конф. по каучуку и резине "Механика резины, конструирование и испытание резиновых изделий", Киев, 10-14 окт. 1978. - Препр. - Киев, 1978. - Секция В. - В29.

76. Ультан В.Е., Чебанов В.М., Чудновский А.И. К вопросу о разрушении пространственно-структурированных полимеров // Механика полимеров. - 1972. - № 4. - С. 612-620.

77. Потураев В.Н., Дырда В.И. Резиновые детали машин. - М.: Машиностроение, 1977. - 216 с.

78. Poturaev V.N., Dyrda V.I. Fracture mechanics of viskoelastic systems // Proceedings of the fourth international conference on fracture, 19-20 June 1977. - Waterloo: University of Waterloo Press. - 1977.- N 3. - P. 463-466.

79. Дырда В.И. Критерии разрушения вязкоупругих систем при циклическом нагружении / АН УССР. - Ин-т геотехн. механики. - Днепропетровск, 1976. - 49 с. - Библиогр. 10 назв. - Деп. в ВИНТИ 10.10.83, № 5542-83.

80. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. - Киев: Наук. думка, 1988. - 232 с.

81. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. - М.: Наука, 1970. - 280 с.

82. Baili J. Scratch-resisting power of glass and measurement // Ser. Abstr. - 1940. - 19, N 8. - P. 291.

83. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях: Анализ, предсказание, предотвращение. - М.: Мир, 1984. - 624 с.

Таблица 1 - Критерии разрушения твердых тел

Математическая формулировка	Обозначения	Физический смысл. Условие разрушения	Авторы. Примечание
1	2	3	4
Критерии распространения трещин, основанные на энергетическом подходе			
1. $-\frac{\partial W}{\partial F} \geq \gamma$	W - упругая энергия; F - площадь трещины; γ - удельная поверхностная энергия разрушения	Энергетическая устойчивость трещины при хрупком разрушении	Грифитс А. [31]
2. $K \geq K_{кр}$	K - интенсивность напряжений	Силовая устойчивость трещины	Ирвин Г. [32]
3. $-\frac{\partial W}{\partial F} \geq \gamma^*$	γ^* - удельная поверхностная энергия разрушения с учетом пластических деформаций	Энергетическая устойчивость трещины при квазихрупком разрушении	Орован Е. [33]
4. $J \geq \gamma$	J - контурный интеграл	Энергетическая устойчивость трещины для упругопластических тел	Эшелби И. [34] Черспанов Г.П. [35] Райс Дж. [36]
5: $V(I) = \frac{\delta_x}{2}$	$V(I)$ - смещение точек поверхности трещин в устье трещины; δ_x - постоянная	Уравнение предельного состояния равновесия трещины	Леонов И.Я. [37] Панасюк В.В. [38] Дагдейл Д. [39]

1	2	3	4
6. $\Delta l = d \left(\frac{\partial W}{\partial F} \right)$	Δl - увеличение длины трещины за один цикл; a - эмпирическая постоянная	Уравнение роста трещины при циклическом нагружении	Эндриус Е. [40] Потураев В.Н., Дырда В.И. [41]. Исследован в применении к резинам Качанов Л.М. [42]
7. $\frac{d\varphi}{dt} = -a \left(\frac{\sigma_{\max}}{\varphi} \right)^b$	φ - кинетический параметр "сплошности"; t - время; σ_{\max} - максимальное напряжение в образце; b - эмпирическая постоянная	Феноменологическое уравнение распространения трещин	
8. $\frac{d\omega}{dt} = c\sigma^n (1-\omega)^m$ $\omega = 1 - \varphi$	σ - напряжения; c, n, m - эмпирические постоянные	Феноменологическое уравнение распространения трещин	Работнов Ю.Н. [43]
9. $\int_0^{t^*} (t^* - \tau) t_0^{m-1} [\sigma(\tau)]^m d\tau = \frac{1}{m+1}$	t^* - время до разрушения; $\sigma(\tau)$ - заданная функция; $t_0(\sigma_0)$ - эмпирическая функция	Феноменологическое уравнение распространения трещин с учетом истории нагружения	Москвитин В.В. [44]
10. $\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = c\varepsilon_p; \sigma \geq \frac{\sigma_0}{1+\varphi}$	ε_p - пластическая деформация; λ - инвариант Олквиста; σ_0 - эмпирическая постоянная	Феноменологическое уравнение распространения трещин с критерием начала разрушения	Новожилов В.В. Рыбакина О.Г. [45]
	ε_p - истинное удлинение при разрушении; $\Delta \varepsilon_p$ - пластическая	Разрушение происходит при достижении суммарной пластической	Коффин Л. [46]

1	2	3	4
11. $N^{0.5} \Delta \varepsilon_p = \frac{\varepsilon_p}{2}$	деформация за 1 цикл; N - число циклов до разрушения	деформацией критического значения	
12. $N^m \Delta \varepsilon_p = c$		Разрушение происходит при достижении суммарной пластической деформации критического значения	Мэнсон С. [47]
13. $N^r (\sigma - \sigma_y) \frac{E - E_T}{EE_T} = c$	r - параметр, определяемый по зависимости $I_g \Delta \varepsilon - I_g N$; $\Delta \varepsilon$ - неупругая деформация за цикл; σ_y - предел упругости; E - модуль упругости; E_T - модуль упрочнения	Достижение критического значения $\Delta \varepsilon$	Трощенко В.Т. [48]
Статистические критерии разрушения			
14. $\sigma^* = \sigma - a \lg V + b$	V - объем тела	Статистическое вычисление наиболее вероятного значения прочности в зависимости от объема тела	Конгорова Т.А., Френкель Я.И. [49]

1	2	3	4
15. $P(\sigma) = 1 - \exp\left[-\int n(\sigma)dV\right]$	$P(\sigma)$ - вероятность хрупкого разрушения образца при напряжениях, меньших σ ; $n(\sigma)$ - функция, введенная Вейбуллом	Вычисление $P(\sigma)$	Вейбулл В. [50]
16. $\sigma_H = \sigma_T [1 - a \ln \rho V]$	σ_H - наиболее вероятная прочность; σ_T - теоретическая прочность бездефектного образца; ρ - плотность дефектов	Статистическое описание быстрого разрушения, как образования и роста трещин	Кейс С. [51]
17. $V\sigma_m^m = c$	$\sigma_{.1}$ - предел выносливости при растяжении-сжатии; n - число рядом находящихся зерен, в которых напряжения превышают критическое значение	Статистическое описание разрушения от усталостных трещин, возникающих в результате объединения разрушений перенапряженных зерен	Афанасьев Н.Н. [52]
18. $\tau_n = \left[\int_0^n \frac{d\sum(\sigma_m)}{d\sigma_m} \frac{d\sigma_m}{N(\sigma_m)} \right]^{-1}$	τ_n - ожидаемый срок службы; σ_m - максимальное напряжение цикла; $N(\sigma_m)$ - число циклов,	Статистическое описание срока службы при усталостном разрушении	Болотин В.В. [53]

1	2	3	4
	соответствующее разрушению при $\sigma_m = const$, $\sum(\sigma_m)$ - среднее число превышений напряжением уровня в единицу времени		
Критерии разрушения на основе кинетической концепции прочности			
19. $\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \sigma}{kT}\right)$	τ - долговечность тела; τ_0 , U_0 , γ - эмпирические константы; T - температура; k - постоянная Больцмана	Описание зависимости тел от напряжения и температуры	Журков С.Н. [54,55]
20. $c_{sp} \cong \frac{1}{(3R)^3}$	c_{sp} - предельная концентрация начальных трещин; R - размер начальных трещин	Описание зависимости тел от напряжения и температуры концен-трации начальных трещин	Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. [56]
21. $\tau = f\left(\frac{\sigma}{T}\right) \exp\left(\frac{U_0}{kT}\right)$		Описание зависимости тел от напряжения и температуры	Бартенев Г.М. [57-59]

1	2	3	4
22. $\tau = \frac{b}{(\sigma - \sigma_0)^a} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \sigma}{kT}\right) \beta$	α, β, σ_0 - эмпирические константы	Описание зависимости тел от напряжения и температуры для полимеров с учетом разрывов межмолекулярных связей	Гуль В.Е. [60]
23. $\tau = b\sigma^{-\alpha}$		Описание зависимости от напряжения	Голланд А., Тернер Е. [61]
Термодинамические критерии разрушения и критерии по поврежденности			
24. $\int_0^{t^*} A_\phi dt \leq A_{кр}$	A_ϕ - работа формоизменения образца	Разрушение наступает при достижении энергической формоизменения критического значения	Губер Г., Генки Г. [62,63]
25. $\int_0^{t^*} (A_\phi - U_g) dt \leq A_{кр}$	U_g - рассеянная энергия	Разрушение наступает при достижении энергической формоизменения критического значения с учетом диссипации	Рейнер М., Вейссенберг К. [64]
26. $U_p \leq U_{p,кр}$	U - плотность внутренней энергии	Разрушение наступает при достижении	Федоров В.В. [65-66]

1	2	3	4
		плотностью внутренней энергии критического значения	
27. $U \leq U_{rp}$	U_p - плотность энергии разрушения	Разрушение наступает при достижении плотностью энергии разрушения критического значения	Дырда В.И. [67] Энергетический Ψ -критерий исследован для усталостного разрушения резин
28. $U_g \leq A_p$	A_p - работа разрыва образца	Разрушение происходит при достижении рассеянной энергией критического значения, равного площади под кривой истинное напряжение - истинная деформация	Фалтнер И., Марроу И. [68]
29. $A_\sigma(N-N_{тр})L_{пл}$	A_σ - работа разрушения за один цикл при напряжении $N_{тр}$ - число циклов до появления субмикроскопических трещин; $L_{пл}$ - скрытая теплота плавления	Разрушение происходит при достижении плотностью работы пластической деформации скрытой теплоты плавления	Иванова В.С. [69]

1	2	3	4
30. $\int_0^t \dot{S} dt = S_{\text{кр}} - S_0$	S - скорость приращения плотности энтропии; S_0 - начальное значение плотности энтропии	Разрушение наступлет при достижении плотности энтропии критического значения	Киялбаев Д.А., Чудновский А.И. [70,71]; Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Колпов В.А. [72,73]; Лавендел Э.Э., Масленников В.Г. [74]; Потураев В.Н., Дырда В.И., Капалин В.Т. [75]
31. $\int_0^t \dot{r}(t) dt = P_{\text{кр}} - P_0$	r - скорость приращения поврежденности материала; P_0 - начальная поврежденность	Разрушение наступлет при достижении поврежденности критического значения с учетом потенциальной энергии деформации	Ультан В.Е., Чебанов В.М., Чудновский А.И. [76]; Потураев В.Н., Дырда В.И. [77-80]
32. $t^* = \tau_0 \ln \frac{\Delta \varphi_0}{\Delta \varphi_0 - \Delta \varphi_{\text{кр}}} \exp \left(\frac{U_0 - \gamma \sigma}{kT} \right)$ $\Delta \varphi_{\text{кр}} = P_{\text{кр}} - P_0$	Δr_{∞} - количество перенесенных связей, способных порваться под действием тепловых флуктуаций	Разрушение наступлет при достижении поврежденности критического значения с учетом потенциальной энергии деформации и с	Дырда В.И. [67]

1	2	3	4
		учетом поврежденности при циклической усталости	
33. $M_n = f(p_{ij}, T) < C_n$	M_n - меры повреждений; P_{ij} - тензор повреждений; C_n - эмпирические постоянные	Разрушение происходит при достижении абстрактной мерой поврежденности определенного значения	Ильюшин А.А. [81]
34. $\int_0^t \frac{dt}{t^* [\sigma(t), T(t)]} = 1$		Разрушение происходит при достижении критического значения поврежденности, которая суммируется линейно	Бейли Дж. [82]
35. $\sum_{i=1}^q \frac{N_i}{N_i'} = 1$	N_i - число циклов нагружения; N_i' - разрушающее число циклов; i - номер режима; q - число режимов	Разрушение происходит при достижении критического значения поврежденности, которая суммируется линейно при различных режимах нагружения	Пальмгрен, Майнер, Модификации этого критерия (см. [83])