

Математическая модель сигнала при контроле плавности движения подъемного сосуда в проводниках жесткой армировки.

Лопатин В.В.

Математическая модель может содержать либо детерминированные, либо случайные величины (либо и те и другие), но не может содержать неопределенных. Следовательно, выбор математической модели состоит в том, чтобы те неопределенные величины, с которыми всегда приходится иметь дело, приближенно представить либо как детерминированные, либо как случайные. При этом требуется еще, чтобы значения детерминированных величин или распределение случайных величин можно было определить из того экспериментального материала, которым мы располагаем (или в принципе можем располагать).

В случае редких ударов подъемного сосуда о жесткую армировку полагаем, что ансамбль наблюдений по всей глубине ствола составлен из случайных величин, в противном случае подъем был бы остановлен на ремонт. Вводя термин «случайная величина», как указывалось выше, следует указать статистический ансамбль, в котором эта величина реализуется. Здесь возможны два пути: либо считать, что нарушения плавности на каждом отдельном стволе являются реализациями случайной величины, либо представить себе результаты измерений на многих ШПУ идентичными, как и условия их эксплуатации.

В первом случае величины ускорений по всей глубине ствола обязаны быть одинаково распределенными; во втором случае — не обязательно.

Как известно, редкие события подчиняются распределению Пуассона, тогда для первого случая получаем:

$$M_{a_1} = M_{a_2} = \dots = M_{a_n} = V, \quad (1)$$

где: a_i - i -е наблюдение линейного ускорения;

$$M_{a_i} = \sum_{i=1}^k a_i p_i - \text{математическое ожидание линейного ускорения на } i\text{-м ярусе расстрела с учетом частоты его наблюдения } p_i;$$

V - среднее значение линейного ускорения конкретного шахтного ствола, распределенного по пуассоновскому закону.

Во втором случае можно положить:

$$M_{a_1} = V_1, \quad M_{a_2} = V_2, \dots, M_{a_n} = V_n \quad (2)$$

где числа $V_1; V_2; \dots; V_n$ могут быть различны.

Теоретически второй случай является более общим и потому на первый взгляд кажется более привлекательным. Необходимо знать, каков был бы пуассоновский параметр $V=M_a$. Если между значениями ускорений V_1, V_2, \dots, V_n нет никаких связей, то V никак не связано с наблюдениями a_1, \dots, a_n , и узнать V невозможно. Далее в качестве оценок параметров V_1, \dots, V_n необходимо взять оценки по единственной реализации согласно методике работы [1], т.е. предлагается полагать:

$$\bar{V}_1 = a_1, \dots, \bar{V}_n = a_n, \quad (3)$$

Такие оценки очень грубы, поскольку они не учитывают характер распределения участков с нарушенной плавностью и их количества по глубине конкретного ствола.

Становится ясно, что отдав предпочтение общей модели, мы не в состоянии определить ее параметры.

С другой стороны, частная модель, в которой (1) позволяет дать лучшую оценку \bar{V} для V :

$$\bar{V} = \frac{1}{n} (a_1 + \dots + a_n) \quad (4)$$

В этом случае естественно считать, что при нарушении плавности движения $M_a = V$ и приближенно принять, что

$$\dot{V} = M_a \approx \bar{V} = \frac{1}{n} (a_1 + \dots + a_n) \quad (5)$$

Таким образом, частная модель позволяет решать задачу диагностики.

Допустим, что мы приняли эту частную модель, т.е. посчитали a_1, \dots, a_n одинаково распределенными случайными величинами. Тогда нам необходимо знать, как может быть велика ошибка приближенного равенства (5).

Иначе говоря, нужно вычислить дисперсию величины (3). Дисперсия суммы есть сумма дисперсий плюс сумма попарных ковариаций:

$$D\bar{V} = \frac{1}{n^2} \left[\sum_{i=1}^n D a_i + \sum_{i \neq j} \text{cov}(a_i, a_j) \right] \quad (6)$$

Для нашего случая (пуассоновского закона распределения)

$$D_{a_i} = M_{a_i} = V \quad \bar{V}_1, \dots, \bar{V}_n \quad (7)$$

и для грубой оценки можно принять, что:

$$D a_i \approx \bar{V} = \frac{1}{n} (a_1 + \dots + a_n) \quad (8)$$

О ковариациях $\text{cov}(a_i, a_j)$ ничего сказать нельзя, имеющихся данных недостаточно чтобы их оценить. Поэтому будем полагать a_1, \dots, a_n независимыми, т.е. считать $\text{cov}(a_i, a_j) = 0$. В этом случае мы приходим к модели независимых одинаково распределенных случайных величин, т.е. выборке. Она будет справедлива пока не будет по различным причинам нарушаться распределение величин a_1, \dots, a_n , например, из-за ремонта направляющих сосуда или проводников жесткой армировки.

Надо иметь в виду, что если модель правильная, то выводы полученные на ее основе чисто математическими средствами достоверны.

Измерения при контроле плавности движения подъемного сосуда в проводниках жесткой армировки [2] можно представить моделью, в которой ряд наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n задается формулой:

$$x_i = a(t_i) + \delta_i, \quad (9)$$

где

t_i – значение детерминированной переменной времени на i -м ярусе расстрела;

$a(t_i)$ – максимальное линейное ускорение на i -м ярусе;

δ_i – случайная величина, ошибка i -го измерения.

Конечно, δ_i может носить детерминированный, случайный и вообще неопределенный характер, но если измерения организованы достаточно тщательно, то можно надеяться, что ошибки δ_i будут носить чисто случайный характер в том смысле, что соблюдается статистическая однородность и отсутствует систематическое смещение, т.е. $M\delta_i = 0$. Точнее говоря, систематическая ошибка будет достаточно малой, чтобы ею можно было пренебречь.

Мы описали предположения, накладываемые на случайные составляющие измерений ускорений. Детерминированная компонента $a(t)$, называемая *трендом*, неизвестна, поэтому можно воспользоваться зависимостью

$$a(t) = F(t, c_1, \dots, c_k), \quad (10)$$

где функция F выбрана в виде многочлена

$$F(t, c_1, \dots, c_k) = c_1 + c_2 t + \dots + c_k t^{k-1}. \quad (11)$$

Данная модель предназначена для реализации на высокоскоростной многоканальной измерительно-обрабатывающей цифровой технике, используемой при диагностике состояния оборудования шахтных подъемных комплексов. Например, в портативной микропроцессорной аппаратуре контроля разработки ИГТМ НАН Украины 1994 г. [3], которая в настоящее время применяется при анализе состояния жесткой армировки основных рудоподъемных стволов Кривбасса.

Библиографический список.

1. Гавруцкий А.Е., Осадчая Л.С. Методика анализа результатов контроля плавности движения подъемных сосудов // Горнорудное производство. - Кривой Рог, 1977. С. 11-14.

2. Лопатин В.В. Динамика измерительного устройства МП-95 при контроле плавности движения подъемных сосудов шахтных подъемных установок// Вибрации в технике и технологиях.- Днепропетровск, 1998.- №3(7).- С84-85.
3. Ильин С.Р., Лопатин В.В., Послед Б.С. Компьютерная система диагностики подземного оборудования шахтных подъемных установок//Тезисы докладов научно-технической конференции «Механика и новые технологии». – Севастополь 5-10 сентября 1995 г. – Севастополь: СевГУ, 1995.- С.63-66.