

Развитие исследований в данном направлении представляется актуальным. Кроме того, дальнейшее совершенствование конструктивных параметров бортов карьеров может быть основано на следующем:

- детализация исходных горно-геологических данных для расчетов устойчивости и принятия проектных решений с учетом конкретных инженерно - геологических условий;
- использование более строгих и трудоемких методик оценки состояния горного массива наряду с традиционно использованными инженерными методами;
- внедрение на рудниках специального программного обеспечения, позволяющего принимать оперативные и обоснованные решения по параметрам откосов на карьерах в различных технологических ситуациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полищук С. З., Бабий А. П., Голуб В. В. Методы расчета устойчивых бортов карьеров, обеспечивающие минимальное изъятие земельных ресурсов / Проблемы гидромеханики в горном деле и строительстве // Материалы конфер. 8-10 окт. 1996., г. Киев, ч. 2. - С. 95 - 96.
2. Методические указания по определению углов наклона бортов, откосов уступов и отвалов строящихся и эксплуатируемых карьеров. - Ленинград, 1972. - 165 с.
3. Шапарь А. Г., Полищук С. З., Надточенко Н. М., Кириченко Г. А. Геомеханическая оптимизация геометрических параметров открытых горных выработок. - Горный журнал, № 7, 1993. - С. 12 - 13.

УДК 621.695:622.276

В.И. Рузин, Е.А. Вишняк, Е.А. Кириченко

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО ТРУБОПРОВОДА В СОСТАВЕ ПОДВОДНОГО ДОБЫЧНОГО КОМПЛЕКСА

У статті запропоновано спрощену математичну модель руху транспортного трубопроводу, яка може бути використана для оціночних розрахунків під час проектування трубної системи підйому. Розроблено розрахункову схему трубного ставу, яка базується на відомій моделі гнучкої нитки.

Проектирование глубоководных трубопроводов, предназначенных для транспортирования твердых полезных ископаемых, поставило целый ряд проблем динамики и прочности протяженных трубопроводов при сложном нагружении, связанных с механикой гибких непрерывно-дискретных упругих систем, взаимодействующих с движущейся жидкостью.

Транспортный трубопровод представляет собой сложную протяженную упругую конструкцию, во внутренней полости которой протескает рабочая жидкость, а сама конструкция совершает движение в толще морской воды.

Целью настоящего исследования является разработка упрощенной математической модели движения транспортного трубопровода, которая может быть использована для оценочных расчетов на стадии проектирования трубной системы подъема.

Согласно предъявляемым к конструкции трубного става требованиям функционального и прочностного характера, последний выполняется ступенчатым. В рамках разрабатываемой модели примем, что трубопровод представляет собой гибкую нерастяжимую нить с кусочно-постоянными геометрическими и жесткостными параметрами, нагруженную сосредоточенными массами и гидродинамическими нагрузками, вызванными набегающим потоком жидкости. Сосредоточенные массы моделируют малопротяженные конструктивные элементы трубного става имеющие массу, значительно превышающую среднюю величину погонной массы трубопровода.

Перемещения трубного става будем рассматривать относительно неподвижной системы координат (x, y, z) – правой декартовой системы координат, начало которой расположено на поверхности океана, плоскость (x, y) совпадает с плоскостью зеркала поверхности океана, а ось z направлена вертикально вниз. Тогда, уравнение перемещений осевой линии трубопровода в параметрической форме имеет вид: $x = x(z, t)$; $y = y(z, t)$, где t – время.

При определении гидродинамических нагрузок будем учитывать только составляющие скорости набегающего потока, лежащие в плоскостях, параллельных координатной плоскости (x, y) . Вследствие несимметричности поперечного сечения трубопровода, возникают лобовая и боковая составляющие гидродинамической нагрузки, а также гидродинамический крутящий момент, стремящийся повернуть соответствующий элемент трубного става относительно оси z .

Для определения гидродинамических нагрузок используем известные формулы [1]:

$$q_n = \frac{1}{2} C_n \rho D V_f^2; \quad q_\delta = \frac{1}{2} C_\delta \rho D V_f^2; \quad m = \frac{1}{2} C_m \rho D^2 V_f^2, \quad (1)$$

где: q_n , q_δ , m – лобовая и боковая составляющие интенсивности гидродинамической нагрузки и интенсивность крутящего гидродинамического момента; ρ – плотность потока; V_f – скорость потока; D – внешний диаметр трубопровода; C_n , C_δ и C_m – безразмерные гидродинамические коэффициенты. Для k -й сосредоточенной массы:

$$Q_n^{(k)} = \frac{1}{2} C_n^{(k)} \rho (D_c^{(k)})^2 V_f^2; \quad Q_\delta^{(k)} = \frac{1}{2} C_\delta^{(k)} \rho (D_c^{(k)})^2 V_f^2; \\ M^{(k)} = \frac{1}{2} C_m^{(k)} \rho (D_c^{(k)})^3 V_f^2, \quad (2)$$

где: $Q_n^{(k)}$, $Q_\delta^{(k)}$, $M^{(k)}$ – лобовая и боковая составляющие гидродинамического усилия и крутящий гидродинамический момент; $D_c^{(k)}$, $C_n^{(k)}$, $C_m^{(k)}$ – характерный размер и гидродинамические коэффициенты k -й массы.

В общем, поперечное сечение трубного става и сосредоточенные массы имеют конструктивные особенности, нарушающие симметричность обтекания их потоком жидкости, поэтому величины гидродинамических нагрузок существенно зависят от ориентации обтекаемых элементов относительно потока. Для формализации данной зависимости, введем в поперечном сечении трубопровода направление, характеризующееся вектором \vec{v} , проходящим через ось трубы и жестко связанным с ней. Угол между выбранным направлением и вектором скорости потока \vec{V}_f обозначим через α . Для учета зависимости величины гидродинамических нагрузок от угловой ориентации трубопровода относительно набегающего потока примем, что гидродинамические коэффициенты являются функциями, зависящими от угла α . На рис.1 показано расположение векторов \vec{v} и \vec{V}_f , угла α и положительные направления гидродинамических нагрузок.

Аналогично рассуждая и обозначая направляющий вектор через $\vec{v}^{(k)}$, получим гидродинамические нагрузки для k -й массы как функции от угла α . Зависимости гидродинамических коэффициентов, присутствующих в формулах (1) и (2), от угла α приведены в [2].

Для определения гидродинамических нагрузок, введем следующие обозначения (рис.2). Пусть профиль течения по глубине задан значением скорости течения $-V_T$ и углом между направлением скорости и осью $x - \varphi_T$:

$$V_T = V_T(z), \varphi_T = \varphi_T(z). \quad (3)$$

Через $V_x(z, t)$, $V_y(z, t)$ обозначим проекции скорости осевой линии трубопровода на координатные оси. По заданным величинам вычисляем проекции скорости течения на координатные оси:

$$V_x^T = V_T \cdot \cos \varphi_T; \quad V_y^T = V_T \cdot \sin \varphi_T. \quad (4)$$

Тогда, проекции скорости обтекания секции трубопровода и модуль скорости обтекания равны:

$$V_x^f = V_x^T - V_x; \quad V_y^f = V_y^T - V_y; \quad V_f = \sqrt{(V_x^f)^2 + (V_y^f)^2}, \quad (5)$$

а угол между направлением скорости обтекания и осью x определяется из соотношений:

$$\cos \varphi_f = V_x^f / V_f; \quad \sin \varphi_f = V_y^f / V_f. \quad (6)$$

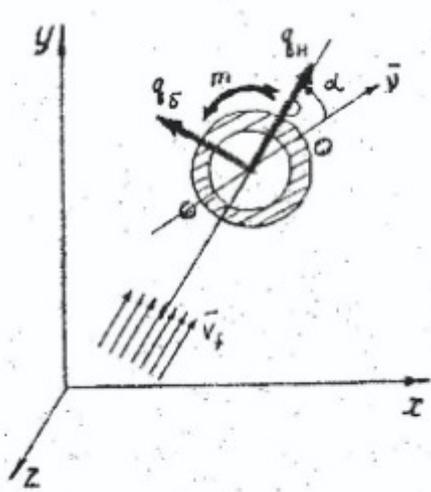


Рис.1

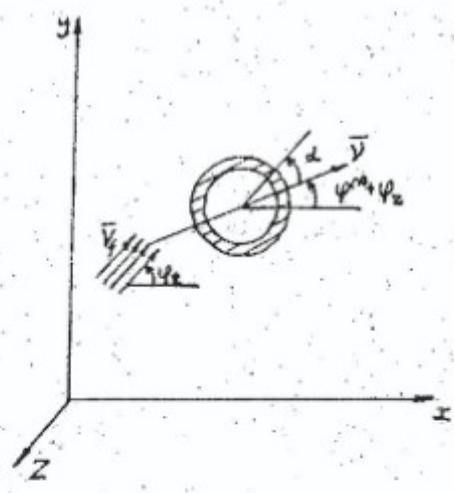


Рис.2

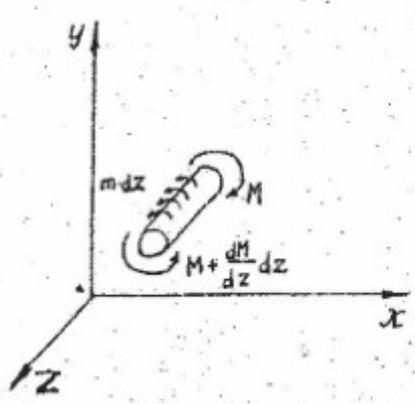


Рис.3

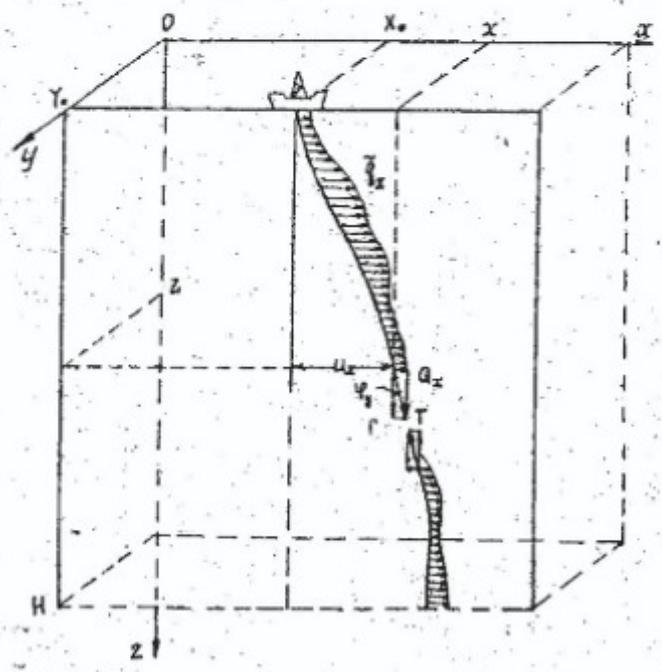


Рис.4

Обозначим угол между вектором \vec{v} и осью x через $\varphi^{(v)}$ для случая, когда течение отсутствует ($V_T \equiv 0$), трубный став неподвижен ($V_x \equiv 0, V_y \equiv 0$) и на него не действуют никакие нагрузки, кроме собственного веса. В действительности, под действием гидродинамических и других нагрузок трубный став поворачивается относительно оси z на угол $\varphi_z(z, t)$. Таким образом, угол α , присутствующий в зависимостях гидродинамических коэффициентов из [2], определяется выражением:

$$\alpha = \varphi_f - (\varphi^{(v)} + \varphi_z). \quad (7)$$

Зная α и V_f , по формулам (1) можно определить гидродинамические нагрузки по направлениям, связанным с набегающим потоком.

Переходя к направлениям, связанным с координатными осями и учитывая соотношения (6), получим:

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{1}{2} \rho D V_f (C_u V_x^f - C_\delta V_y^f); & q_y &= \frac{1}{2} \rho D V_f (C_u V_x^f + C_\delta V_y^f); \\ m &= \frac{1}{2} \rho D^2 V_f^2 C_m. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично получим гидродинамические нагрузки на сосредоточенные массы:

$$\begin{aligned} Q_x^{(\kappa)} &= \frac{1}{2} \rho (D_c^{(\kappa)})^2 \cdot V_f \cdot (C_u^{(\kappa)} V_x^f - C_\delta^{(\kappa)} V_y^f); \\ Q_y^{(\kappa)} &= \frac{1}{2} \rho (D_c^{(\kappa)})^2 \cdot V_f (C_u^{(\kappa)} V_x^f + C_\delta^{(\kappa)} V_y^f); & M_x &= \frac{1}{2} \rho (D_c^{(\kappa)})^3 \cdot V_f \cdot C_m^{(\kappa)}. \end{aligned} \quad (9)$$

При вычислении гидродинамических нагрузок в формулах (9), вместо выражения (7) для угла α нужно использовать выражение

$$\alpha = \varphi_f - (\varphi_x^{(v)} + \varphi_z), \quad (10)$$

где $\varphi_x^{(v)}$ — начальный угол между выделенным направлением $\vec{v}^{(\kappa)}$ и осью x .

Перейдем к выводу уравнений, описывающих закручивание трубного става. Отметим, что для реальных параметров трубного става скорость распространения волн кручения по трубопроводу на несколько порядков выше характерных скоростей движения точек осевой линии. Поэтому, можно ограничиться квазистатической постановкой, т.е. пренебречь инерцией вращения относительно продольной оси.

Уравнение равновесия бесконечно малого элемента трубного става под действием приложенных к нему крутящих моментов (рис.3), имеет вид:

$$\frac{dM}{dz} + m + \sum_{k=1}^K M^{(k)} \delta(z - z_k) + \sum_{i=1}^I R^{(i)} \delta(z - z_i) = 0. \quad (11)$$

Здесь M – внутренний крутящий момент; m – распределенный крутящий момент; $M^{(k)}$ – сосредоточенные крутящие моменты гидродинамического происхождения; $R^{(i)}$ – внешние заданные крутящие моменты; k – число сосредоточенных масс; i – число сосредоточенных воздействий; $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака.

Связь между крутящим моментом M и углом закручивания φ_z выражается соотношением:

$$M = GI_{кр} \frac{d\varphi_z}{dz}, \quad (12)$$

где $GI_{кр}$ – жесткость трубопровода на кручение.

Запишем граничные условия:

$$\varphi_z|_{z=0} = \varphi_z^0; M|_{z=H} = 0. \quad (13)$$

Сосредоточенный момент, действующий на нижний конец трубного става ($z = H$), определяющийся реакцией донного оборудования, в соответствии с принятым подходом, включен во вторую сумму в уравнении (11). Интегрируя уравнения (11) и (12) по z с учетом граничных условий (13), получим:

$$M = - \int_z^H m dz - \sum_{k=1}^K M^{(k)} H(z_k - z) - \sum_{i=1}^I R^{(i)} H(z_i - z); \varphi_z = \varphi_z^0 + \int_0^z \frac{M}{GI_{кр}} dz. \quad (14)$$

Присоединяя к системе уравнений (14) последние из соотношений (8) и (9) и выражения (7), (10), (4) – (6), получаем при известных скоростях трубного става замкнутую систему уравнений для нахождения угла закручивания φ_z и гидродинамических нагрузок, определенных соотношениями (8) и (9). Таким образом, для установившегося движения трубного става определение гидродинамических нагрузок может быть выполнено предварительно решение задачи о собственно установившемся движении трубного става.

Рассмотрим вывод уравнений, описывающих отклонение трубного става от вертикали в координатных плоскостях. В силу допустимости геометрически линейного подхода, отклонения в координатных плоскостях можно рассматривать независимо. Рассмотрим отклонение оси трубопровода в плоскости, параллельной координатной плоскости (x, z) , (рис.4). В сечениях трубопровода действует внутреннее усилие T ; направленное по касательной к осевой линии.

Обозначим проекции этого усилия на ось x через Q_x , на ось z — через Γ , а проекцию поперечной распределенной нагрузки на ось x через q_x . Тогда:

$$\tilde{q}_x = q_x + \sum_{\kappa=1}^K Q_x^{(\kappa)} \delta(z-z_\kappa) + \sum_{i=1}^I Q_x^{(i)} \delta(z-z_i) - m_p W_x - \sum_{\kappa=1}^K M_\kappa W_\kappa \delta(z-z_\kappa), \quad (15)$$

где: q_x — гидродинамическая погонная нагрузка; $Q_x^{(\kappa)}$ — гидродинамические сосредоточенные нагрузки; $Q_x^{(i)}$ — проекции сосредоточенных воздействий на ось x ; m_p — погонная масса трубопровода; W_x — проекция ускорения осевой линии трубопровода на ось x ; M_κ — величины сосредоточенных масс. (При расчете установившегося движения, последние два слагаемых в выражении (15) нужно опустить). Обозначим проекцию распределенной нагрузки на ось z через γ , тогда:

$$\tilde{\gamma} = \gamma + \sum_{\kappa=1}^K \Gamma_\kappa \delta(z-z_\kappa), \quad (16)$$

где: γ — погонная плавучесть трубопровода; Γ_κ — плавучесть сосредоточенных масс.

Запишем уравнения равновесия нижней части, отсеченной от трубопровода (рис.4):

$$\begin{aligned} \Gamma &= T \cos \varphi_y = \int_z^H \tilde{\gamma} \frac{d\zeta}{\cos \varphi_y} \approx \int_z^H \tilde{\gamma} d\zeta; \quad Q_x = T \sin \varphi_y = \int_z^H \tilde{q}_x \frac{d\zeta}{\cos \varphi_y} \approx \int_z^H \tilde{q}_x d\zeta; \\ M_y &= 0 = \int_z^H [u_x(\zeta) - u_x(z)] \tilde{\gamma} \frac{d\zeta}{\cos \varphi_y} - \int_z^H [\zeta - z] \tilde{q}_x \frac{d\zeta}{\cos \varphi_y} \approx \\ &\approx \int_z^H [u_x(\zeta) - u_x(z)] \tilde{\gamma} d\zeta - \int_z^H [z - \zeta] \tilde{q}_x d\zeta. \end{aligned} \quad (17)$$

В последнем соотношении через u_x обозначено отклонение от вертикали, проходящей через верхний конец трубопровода, а само соотношение равно нулю, поскольку в качестве исходной модели взята гибкая нить. Запишем кинематическое соотношение $\frac{du_x}{dz} = \sin \varphi_y$, дифференцируя которое по z , получим:

$$-\frac{du_x}{dz} \int_z^H \tilde{\gamma} d\zeta + \int_z^H \tilde{q}_x d\zeta = 0,$$

или, с учетом первых двух соотношений (17):

$$\frac{du_x}{dz} = \frac{Q_x}{\Gamma} \quad (18)$$

Добавим к уравнению (18) граничное условие $u_x|_{z=0} = 0$, с учетом которого это выражение примет вид:

$$u_x = \int_0^z \frac{Q_x(\zeta, t)}{\Gamma_x(\zeta)} d\zeta. \quad (19)$$

Полученное соотношение с учетом (17), (15) и (16) в случае установившегося движения определяет отклонение u_x явно, а в случае неустановившегося движения образует систему уравнений для определения u_x совместно с кинематическими уравнениями

$$V_x(z, t) = V_x(z, 0) + \int_0^t W_x dt; \quad u_x(z, t) = u_x(z, 0) + [X_0(0) - X_0(t)] + \int_0^t V_x dt. \quad (20)$$

(В соотношении (20) через $X_0(t)$ обозначена координата верхнего конца трубного става в момент времени t).

Уравнения, описывающие движение трубного става в плоскости, параллельной координатной плоскости (y, z) , получаются аналогично. Формально их можно получить из соотношений, записанных для плоскости, параллельной координатной плоскости (x, z) , заменой индексов x на y и y на x , углов φ_y на $(-\varphi_x)$, момента M_y на $(-M_x)$, координаты верхнего конца трубного става $X_0(t)$ на $Y_0(t)$.

Используя полученные уравнения, можно исследовать задачи установившегося и неустановившегося движения трубного става.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гоман О.Г., Графский И.Ю., Кириченко Е.А. Аэродинамические характеристики погруженных конструкций системы для подводной добычи полезных ископаемых. // Сб. научных трудов «Проблемы комплексного освоения недр»/ НГА Украины. – Днепропетровск. – 1998. – №2. – С. 418 – 430.

2. Гоман О.Г., Графский И.Ю., Кириченко Е.А. Экспериментальные исследования аэрогидроупругой неустойчивости элементов трубного става. // Сб. научных трудов «Проблемы комплексного освоения недр»/ НГА Украины. – Днепропетровск. – 1998. – №2. – С. 418 – 430.