рии винтовой поверхности. Таким образом, аутогенные свойства разделительной среды на винтовом желобе являются результатом не только анизотропной турбулентности винтового потока, но и его реологических характеристик, обусловленных определенным содержанием твердой фазы в исходном продукте (300...700 кг/м^3), так как в этих условиях формируется постель минеральных зерен, имеет место их разделение по плотности (относительно разбавленная пульпа, 200...400 кг/м^3) или крупности (относительно плотных пульп, 400...750кг/м^3), при этом по действием гидродинамического давления минеральные зерна разделяются по высоте.

Содержание твердого изменяется по ширине винтового желоба. У внутреннего борта этот показатель составляет 200...350 кг/м^3, у наружного борта достигает 750...850 кг/м^3, а в центральной части потока содержание твердого составляет 330...500 кг/м^3. Следовательно, порода на винтовом сепараторе разделяется преимущественно по плотности, концентратные фракции - по крупности, а промежуточные фракции выполняют роль демпфера, который обеспечивает устойчивость разжижения пульпы в рабочей зоне аппарата независимо от колебаний плотности исходного продукта, что выгодно отличает МВС - процесс от концентрации на столах или конусных сепараторах. Непременным условием эффективной работы последних является поддержание постоянства технологического режима. При снижении плотности питания менее 400 кг/м^3 разделение на конусных сепараторах прекращается. Этот пример неразвитых аутогенных свойств разделительной среды при незначительном содержании твердой фазы и невысокой турбулентности невинтового потока. Винтовой сепаратор - это саморегулируемый аппарат в котором имеет место разделение по нескольким признакам одновременно, при этом колебания содержания твердой фазы в исходном продукте компенсируются соответствующим изменением плотности пульпы в центральной части потока.

УДК 621.695:622.276

Е.А. Вишняк

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДОБЫЧНОГО МОРСКОГО ПУЛЬПОПРОВОДА

У роботі запропоновано методику визначення параметрів напруженно-деформованого стану транспортного пульпопроводу у складі гірничо-морських видобувальних комплексів. Розрахункова схема трубного ставу базується на відомій стержневій моделі. Приведено результат зрівняння розрахункових даних, отриманих з використанням стержневої моделі та моделі гнучкої нитки.

Проектирование глубоководных пульпопроводов, предназначенных для транспортирования твердых полезных ископаемых, поставило целый ряд проблем динамики и прочности протяженных пульпопроводов при сложном нагружении, связанных с механикой гибких непрерывно-дискретных упругих систем, взаимодействующих с движущейся жидкостью. Транспортный пульпопровод представляет собой сложную протяженную упругую конструкцию, которая совершает движение в толще морской воды. Сосредоточенные массы моделируют малопротяженные конструктивные элементы трубного става имеющие массу, значительно превышающую среднюю величину погонной массы трубопровода.

Согласно предъявляемым к конструкции трубного става требованиям функционального и прочностного характера, последний выполняется ступенчатым. При разработке математической модели используется стержневая модель, т.е. трубный став моделируется упругим стержнем, обладающим изгибной жесткостью и жесткостью на кручение. Гидродинамические нагрузки определяются на основе экспериментальных данных [1] по методике, предложенной в [2].

Целью настоящей работы является исследование параметров напряженно-деформированного состояния упругой конструкции става, результаты которого могут быть использованы для оценочных расчетов на стадии проектирования трубной системы подъема.

Математическая модель, предложенная в работе, базируется на основных положениях метода конечных элементов (МКЭ) и методе Ланцоша решения обобщенной собственной проблемы. Конечноэлементная формулировка задачи позволяет учитывать как кинематические, так и силовые граничные условия, что позволяет достаточно легко включать модель трубного става в более сложные модели («судно + трубный став + агрегат сбора»).

Движение трубы вызывается линейным и угловым перемещениями верхнего конца, а также управляющими силами, которые могут быть приложены в произвольном сечении трубы. Влияние донного оборудования задается его гидродинамическими, массовыми и весовыми характеристиками.

Конечноэлементные аппроксимации для одномерных систем заключаются в представлении поля перемещений в виде суммы базовых функций $N_i(x)$, умноженных на обобщенные перемещения и повороты в узловых точках U_i, т.е.

$$U(z) = \sum_i N_i(z) U_i , \qquad (1)$$

Совокупность обобщенных перемещений образует вектор U.

В данном алгоритме в качестве функций формы выступают полиномы 3-го порядка. Система разрешающих уравнений вытекает из вариационного принципа Лагранжа:

$$\frac{d\Pi}{dU} + \frac{d}{dt}\left(\frac{d\Pi}{d\dot{U}}\right) = 0 , \qquad (2)$$

где Π – полная энергия системы, которая имеет вид:

$$\Pi = \Pi_e + \Pi_d + \Pi_k - \Pi_p , \qquad (3)$$

$$\Pi_e = \frac{1}{2}\int_0^l U''(z)\cdot EI(z)\cdot U''(z)dz \qquad (4)$$

Π_e – потенциальная энергия упругих деформаций;

$$\Pi_\partial = \frac{1}{2}\int_0^l\left(r(1)+\sum_K R_K\delta(l_K-1)\right)\int_0^l U'(z)^2\,dzdl \qquad (5)$$

Π_∂ – потенциальная энергия сил тяжести, где $r(1)$ – погонный вес пульпопровода в воде; R_K – вес навесного оборудования, расположенного на глубине l_K; δ – дельта-функция Дирака;

$$\Pi_K = \frac{1}{2}\int_0^l \dot U(z)\left(m(z)+\sum_K M_K(z_K-z)\right)\cdot\dot U(z)dz \qquad (6)$$

Π_K – кинетическая энергия трубного става, где $m(z)$ – погонная масса трубного става; M_K – масса навесного оборудования;

$$\Pi_p = \frac{1}{2}\int_0^l U(z)\left(P(z)+\sum_K P_K(z_K-z)\right)dz \qquad (7)$$

Π_p – работа внешних сил, где $P(z)$ – распределенные нагрузки; P_K – сосредоточенные воздействия.

Подставив (1) в (4), (5), (6) и (7), получим выражения для слагаемых в соотношении (3) через обобщенные (узловые) перемещения U_i:

$$\Pi_K = \frac{1}{2}\int_0^l\sum_i\sum_j U_iU_jN_i''(z)N_j''(z)EI(z)dz\,; \qquad (8)$$

$$\Pi_\partial = \frac{1}{2}\int_0^l\left(r(1)+\sum_K R_K\delta(l_K-1)\right)\int_0^l\sum_i\sum_j U_iU_jN_i'(z)N_j'(z)dz\,; \qquad (9)$$

$$\Pi_K = \frac{1}{2}\int_0^l\left(m(z)+\sum_K M_K(z_K-z)\right)\sum_i\sum_j \dot U_j\dot U_jN_i(z)N_j(z)dz\,; \qquad (10)$$

$$\Pi_p = \frac{1}{2}\int_0^l\left(P(z)+\sum_K P_K(z_K-z)\right)\sum_i N_i(z)U_i(z)dz\,. \qquad (11)$$

Объединив выражения (8) и (9), можем записать (3) в матричном виде:

$$П = U^T KU + U^T \ddot{M} U - U^T P, \tag{12}$$

где: K – матрица жесткостных свойств системы; M – матрица масс; P – вектор узловых усилий.

При статическом нагружении (2) с учетом (12) имеет вид: $KU = P$, а при нестационарном нагружении – $KU - M\ddot{U} = P\left(t, \dot{U}\right)$, (13)

где $P\left(t, \dot{U}\right)$ – вектор внешних усилий, включающий в себя технологические и гидродинамические нагрузки.

Для повышения быстродействия целесообразно вектор перемещений $U(t)$ представить в виде линейной комбинации собственных векторов:

$$U(t) = \sum_n A_n(t) V_n, \tag{14}$$

где V_n – собственные векторы, получаемые при решении обобщенной собственной проблемы: $(K - aM)V = 0$. (15)

Выражение (3) с учетом (14) принимает вид: $П = A^T \tilde{K} A + A^T \tilde{M} \ddot{A} - A^T \tilde{P}$, где $\tilde{K}$ – модифицированная матрица жесткости, $\tilde{K}_{ij} = V_i K V_j$; $\tilde{M}$ – модифицированная матрица масс, $\tilde{M}_{ij} = V_i M V_j$; $\tilde{P}$ – модифицированный вектор нагрузки, $\tilde{P}_i = V_i P\left(t, \dot{U}\right)$.

Система разрешающих уравнений, аналогичная (13), выглядит следующим образом:

$$\tilde{K} A + \tilde{M} \ddot{A} = \tilde{P}, \tag{16}$$

ее порядок равен числу определенных собственных векторов, однако, поскольку матрицы $\tilde{K}$ и $\tilde{M}$ диагональны, система (16) представляет собой совокупность дифференциальных уравнений, связанных между собой только посредством вектора обобщенных нагрузок $\tilde{P}$.

Задача Коши для системы (16) может быть решена методами типа Рунге-Кутта, однако, для данной задачи представляет интерес метод, основанный на аппроксимации функций $A_n(t)$ с помощью полиномов типа конечноэлементных функций формы. Такой подход позволяет учитывать изменение нагрузок и восстанавливающих сил не только на концах временных интервалов, но и внутри них, в результате чего появляется возможность увеличить шаг по времени, что особенно важно, поскольку основной объем вычислений приходится на определение гидродинамических нагрузок.

Представим $A_n(t)$ в виде: $A_n(t)=\sum_{i=1}^{4} A_{ni} N_i(t)$. (17)

Коэффициенты A_{ni} имеют следующий смысл: A_{n1}, A_{n2} – значения A_n и $\frac{dA_n}{dt}$ в начале шага по времени; A_{n3}, A_{n4} – значения A_n и $\frac{dA_n}{dt}$ в конце шага по времени.

Подставляя (16) в (17), получаем: $\tilde{K}_{mi} \sum_{i=1}^{4} A_{ni} N_i(t) + \tilde{M}_{mn} \sum_{i=1}^{4} A_{ni} N_i''(t) = \tilde{P}_n$. (18)

Для определения коэффициентов A_{ni} удобно использовать условие ортогональности невязки в соотношении (18) функциям $N_i(t)$. В этом случае, вместо n уравнений системы (17) получается n систем линейных алгебраических уравнений второго порядка (поскольку значения A_{n1} и A_{n2} известны):

$$\sum_{i=1}^{4} A_{ni} S_{nij} = F_{nj}, \quad j = 3,4, \tag{19}$$

где

$$S_{nj} = \int_0^T \left(\tilde{K}_{nn} N_i(t) N_j(t) + \tilde{M}_{nn} N_i''(t) N_j(t) \right) dt\,; \tag{20}$$

$$F_{nj} = \int_0^T \tilde{P}_n N_j(t) dt. \tag{21}$$

Используя вышеизложенный алгоритм и матричные зависимости определены векторы перемещений оси трубного става и тем самым получена пространственная форма упругой конструкции протяженного пульпопровода.

Выполнив предельный переход $EI \to 0$ в уравнениях стержневой модели (EI – изгибная жесткость стержня), получим модель гибкой нити для рассматриваемой задачи [2]. В результате сравнения расчетных данных, полученных с использованием этих двух моделей установлено, что даже для 30-й собственной частоты изменение исследуемых параметров после предельного перехода не превышает 0,5%, поэтому, изгибная жесткость трубного става в данной постановке практически не влияет на его деформирование. Следовательно, при рассмотрении такого рода задач при транспортировке материала с глубин 3000 – 6000 м пульпопровод можно рассматривать как гибкую нить, используя при этом более простые расчетные зависимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гоман О.Г., Графский И.Ю., Кириченко Е.А. Аэродинамические характеристики погружных конструкций системы для подводной добычи полезных ископаемых // Сб. научных трудов «Проблемы комплексного освоения недр»/ НГА Украины. – Днепропетровск. – 1998. – №2. – С. 418 – 430.

2. Рузин В.И., Вишняк Е.А., Кириченко Е.А. Разработка математической модели движения транспортного трубопровода в составе подводного добычного комплекса // Геотехническая механика. Межвед. сб. научн. трудов. ИГТМ НАН Украины. – Дн-ск, 1999. – Вып. 12. – С. 69 – 77.