УДК 622.7

Е.Е. Гарковенко

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЛЕНТОЧНОГО ВАКУУМ-ФИЛЬТРА ПРИ ФИЛЬТРОВАНИИ В СЛУЧАЕ ПОЛНОГО ОТСУТСТВИЯ РАССЛОЕНИЯ СУСПЕНЗИИ

Розв'язано нестаціонарну гідродинамічну задачу фільтрування рідини з рухомою межою під час руху у поздовжньому напрямку. Визначено основний параметр фільтрування - положення межі поділу фаз газ-рідина, що дозволяє вирішувати питання вибору технологічних параметрів та режимів фільтрування.

При фильтровании сильно сгущенной суспензии с большим количеством крупных частиц нетрудно добиться такой концентрации суспензии, при которой расслоение будет полностью отсутствовать. В этом случае процесс обезвоживания можно рассматривать как обычную фильтрацию воды в пористом теле, обусловленную перепадом давления, или, другими словами, вытеснение из пористого тела гравитационной воды воздухом "поршневым" способом.

Координата x при движении суспензии представляет собой произведение постоянной скорости движения ленты фильтра w на время t. Так как скорость движения ленты постоянна, то можно рассматривать задачу одномерной по координате y. Определим изменение во времени границы раздела воздух-вода $h_{01}(t)$.

Перенос вещества в пористой среде описывается в общем случае уравнением:

$$\operatorname{div}\left[\frac{\rho C}{\mu}(\nabla P + \rho \nabla H)\right] = \frac{\partial m\rho}{\partial t}, \tag{1}$$

где ρ - плотность вещества; μ - вязкость; C - проницаемость пористой среды; m - пористость; P - давление; H - энтальпия; t - время.

Процесс будем считать изотермическим (ΔH=0), пористую среду - несжимаемой (m - const), проницаемость - постоянной, жидкость - несжимаемой.

Рассмотрим вначале область движения газа. При указанных условиях уравнение фильтрации газа (1) в пористой среде принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \frac{\partial P}{\partial y}\right) = \frac{m\mu}{C}\frac{\partial P}{\partial t}. \tag{2}$$

Для изэнтропического процесса имеет место соотношение

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\chi},$$

где χ - отношение удельных теплоемкостей (для изотермических процессов χ=1). Поэтому, учитывая, что $\rho = \rho_0 P/P_0$, перепишем (2) так:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = a_1 \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \frac{\partial P}{\partial y}\right), \quad \left(a_1 = \frac{C}{\mu m}\right). \tag{3}$$

Это нелинейное дифференциальное уравнение можно аналитически решить только путем линеаризации.

С этой целью заменим множитель P в скобках уравнения (3) некоторым постоянным средним значением $P_{ср}$. В результате получаем линейное дифференциальное уравнение

$$a_2 \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{\partial P}{\partial t}, \quad \left(a_2 = \frac{CP_{ср}}{\mu m}\right), \tag{4}$$

которое запишем вместе с граничными и начальными условиями:

$$a_2 \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{\partial P}{\partial t}, \quad 0 \le y \le h_{01}, t > 0, \tag{5}$$

$$t = 0: \quad P = P_0, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0; \tag{6}$$

$$y = 0: \quad P = P_0; \quad y = h: \quad P = P_1. \tag{7}$$

На границе раздела газ - жидкость имеем:

$$y = h_{01}, \quad P_{01}^{+} = P_{01}^{-}, \tag{8}$$

$$\frac{C}{\mu_{Г}} \frac{\partial P^{+}}{\partial y}\bigg|_{y=h_{01}} = -m \frac{dh_{01}}{dt}; \quad \frac{C}{\mu_{ж}} \frac{\partial P^{-}}{\partial y}\bigg|_{y=h_{01}} = -m \frac{dh_{01}}{dt}. \tag{9}$$

В результате интегрального осреднения [1] правой части уравнения (5) по координате y получаем:

$$a_2 \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{1}{h_{01}} \int_0^{h_{01}} \frac{\partial P}{\partial t} dy = a_2 F(t), \quad 0 \le y \le h_{01}, \quad t > 0, \tag{10}$$

Таким образом, имеем: $$\frac{d^2 P}{dy^2} = F(t), \tag{11}$$

$$\frac{1}{h_{01}}\int_0^{h_{01}}\frac{\partial P}{\partial t}dy = a_2 F_2\,, \tag{12}$$

Интегрируя дважды (11) в пределах от y до h_{01} и используя соответствующие граничные условия, получим зависимость

$$P(y,t) = P_{01} + \alpha\frac{dh_{01}}{dt}(h_{01}-y) + \frac{1}{2}F(t)(h_{01}-y)^2, \tag{13}$$

где $\alpha = \dfrac{m\mu_\Gamma}{C}$.

Неизвестная функция $F(t)$ находится из условия $y = 0$, $P = P_{01}$:

$$F(t) = \frac{2}{h_{01}^2}\left(P_0 - P_{01} - \alpha\frac{dh_{01}}{dt}h_{01}\right). \tag{14}$$

После подстановки последнего выражения в (13) получим окончательно выражение для давления

$$P(y,t) = P_{01} + \alpha\frac{dh_{01}}{dt}\left(1-\frac{y}{h_{01}}\right)y + (P_0 - P_{01})\left(1-\frac{y}{h_{01}}\right)^2. \tag{15}$$

Преобразуем равенство (12), используя (14) и (15). В результате получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{\alpha h_{01}^2}{6}\frac{d^2h_{01}}{dt^2} + \left[(P_0 - P_{01})\frac{1}{3} + 2a_2\alpha\right]\frac{dh_{01}}{dt} + \frac{\alpha h_{01}}{3}\left(\frac{dh_{01}}{dt}\right)^2 + \\ + \frac{2}{3}h_{01}\frac{dP_{01}}{dt} = \frac{2a_2}{h_{01}}(P_0 - P_{01}). \tag{16}$$

Рассмотрим теперь область движения несжимаемой жидкости. Уравнение фильтрации жидкости и граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0,$$

$$y = h \quad P = P_1; \quad y = h_{01} \quad P_{01}^{+} = P_{01}^{-}, \quad \left.\frac{\partial P^{-}}{\partial y}\right|_{y=h_{01}} = -\beta\frac{dh_{01}}{dt}, \tag{17}$$

где $\beta = \dfrac{m\mu_ж}{C}$.

Решением этой задачи будет функция

$$P = P_1 + \beta \frac{dh_{01}}{dt}(h - y). \tag{18}$$

При $y = h_{01}$ имеем зависимость $$P_{01} = P_1 + \beta \frac{dh_{01}}{dt}(h - h_{01}). \tag{19}$$

Совместное решение уравнений (16) и (19) дает возможность найти положение границы раздела газ-жидкость и давления на ней.

Уравнение (16) можно упростить практически без потери точности, если пренебречь первым и третьим членами. Первый член представляет собой пренебрежимо малые инерционные силы, а третий член - это квадрат скорости движения границы (также малая величина). Исключая теперь из уравнения (16) P_{01} и $\partial P_{01}/\partial t$ при помощи (19) получим следующее дифференциальное уравнение второго порядка относительно h_{01}:

$$\frac{2}{3}\beta h_{01}^2 (h - h_{01})\frac{d^2 h_{01}}{dt^2} - \left\{\left[\frac{1}{3}(P_0 - P_1) + 2a_2\alpha\right]h_{01} + 2a_2\beta(h - h_{01})\right\}\frac{dh_{01}}{dt} -$$

$$-\left[\frac{1}{3}\beta h_{01}(h - h_{01}) + \frac{2}{3}\beta h_{01}^2\right]\left(\frac{dh_{01}}{dt}\right)^2 = 2a_2(P_0 - P_1). \tag{20}$$

Первый и третий члены в уравнении (20), как и в уравнении (16), более, чем на два порядка меньше остальных. В результате упрощения имеем уравнение первого порядка

$$\frac{dh_{01}}{dt} = \frac{6a\Delta P}{[\Delta P + 6a(\alpha - \beta)]h_{01} + 6a\beta h}. \tag{21}$$

Введем обозначения:

$$A = \Delta P + 6a(\alpha - \beta), B = 6a\beta h, \tag{22}$$

и проинтегрируем (21):

$$\frac{1}{2}Ah_{01}^2 + Bh_{01} = 6a\Delta Pt + C.$$

Условие $t = 0$ $h_{01} = 0$, то есть в начале координат, дает $C = 0$. Решая квадратное уравнение с учетом того, что $\beta \gg \alpha$, получаем формулу для расчета положения границы раздела газ-жидкость:

$$h_{01} = -12\frac{a\beta h}{\Delta P - 6a\beta}\left[\left(\frac{12a\beta h}{\Delta P - 6a\beta}\right)^2 + 12a\Delta Pt\right]^{1/2}. \tag{24}$$

Вычислив параметр h_{01}, можно найти время t_{max} обезвоживания слоя материала, которое наступает, когда h_{01} достигает значения h. Теперь, задаваясь скоростью движения ленты w, находим длину ленты:

$$L = wt_{max}. \tag{25}$$

Ширина ленты выбирается из конструктивно-технологических соображений, а также заданной производительности.

Исходными параметрами для расчетов по полученному уравнению являются только пористость и проницаемость осадка, значения которых определяются гранулометрическим составом сырья и могут быть легко вычислены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыжик И.М., Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 1951.

УДК 622.831.3

В.А. Страшко, Д.Л. Васильев,
В.А. Аристов, Н.В. Горбенко

МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНОГО МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ ЗАБОЯ ВЫРАБОТКИ, ПРОВОДИМОЙ КОМБАЙНОМ

Обгрунтовано метод розрахунку напружень в поверхневому шарі забою довільної форми.

Рассмотрим однородный изотропный упругий массив, вмещающий горную выработку, ограниченную поверхностью S. С выработкой свяжем систему координат x, y, z, начало которой расположено на поверхности забоя, а ось z направлена по оси выработки внутрь выработанного пространства. В соответствии с корректной постановкой задачи будем считать, что массив равномерно нагружен на бесконечности сжимающими напряжениями

$$\sigma_z = \gamma H; \quad \sigma_x = \sigma_y = \lambda\sigma_z, \tag{1}$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – соответственно вертикальное и горизонтальное напряжения, обусловленные горным давлением; γ – объемный вес пород; H – глубина залегания выработки; $\lambda = \nu(1-\nu)$ – коэффициент бокового давления (здесь ν – коэффициент Пуассона); область, занимаемая горной выработкой, является частью сплошного упругого массива, внутри которого по поверхности S действуют неизвестные распределенные нагрузки q^*.

Требуется найти такие значения q^*, при которых будут выполнены заданные условия на поверхности S.

Сформулированная задача является пространственной задачей теории упругости. Она описывается сложными дифференциальными уравнениями, аналитическое решение которых получить очень трудно. Поэтому для ее решения воспользуемся приближенными методами вычислений. При решении такого рода задач широкое