Вычислив параметр h_{01}, можно найти время t_{max} обезвоживания слоя материала, которое наступает, когда h_{01} достигает значения h. Теперь, задаваясь скоростью движения ленты w, находим длину ленты:

$$L = wt_{max}. \tag{25}$$

Ширина ленты выбирается из конструктивно-технологических соображений, а также заданной производительности.

Исходными параметрами для расчетов по полученному уравнению являются только пористость и проницаемость осадка, значения которых определяются гранулометрическим составом сырья и могут быть легко вычислены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыжик И.М., Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 1951.

УДК 622.831.3

В.А. Страшко, Д.Л. Васильев,
В.А. Аристов, Н.В. Горбенко

МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНОГО МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ ЗАБОЯ ВЫРАБОТКИ, ПРОВОДИМОЙ КОМБАЙНОМ

Обгрунтовано метод розрахунку напружень в поверхневому шарі забою довільної форми.

Рассмотрим однородный изотропный упругий массив, вмещающий горную выработку, ограниченную поверхностью S. С выработкой свяжем систему координат x, y, z, начало которой расположено на поверхности забоя, а ось z направлена по оси выработки внутрь выработанного пространства. В соответствии с корректной постановкой задачи будем считать, что массив равномерно нагружен на бесконечности сжимающими напряжениями

$$\sigma_z = \gamma H; \quad \sigma_x = \sigma_y = \lambda \sigma_z, \tag{1}$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – соответственно вертикальное и горизонтальное напряжения, обусловленные горным давлением; γ – объемный вес пород; H – глубина залегания выработки; $\lambda = \nu(1-\nu)$ – коэффициент бокового давления (здесь ν – коэффициент Пуассона); область, занимаемая горной выработкой, является частью сплошного упругого массива, внутри которого по поверхности S действуют неизвестные распределенные нагрузки q^*.

Требуется найти такие значения q^*, при которых будут выполнены заданные условия на поверхности S.

Сформулированная задача является пространственной задачей теории упругости. Она описывается сложными дифференциальными уравнениями, аналитическое решение которых получить очень трудно. Поэтому для ее решения воспользуемся приближенными методами вычислений. При решении такого рода задач широкое применение в настоящее время получили метод конечных разностей и метод конечных элементов. Оба эти метода, несмотря на очевидное различие между ними, позволяют свести уравнения для сплошной среды с бесконечным числом степеней свободы к уравнениям для системы с конечным числом степеней свободы, после чего задача может быть решена численно с применением ЭВМ.

В методе конечных разностей задается набор узловых точек, в которых связь между функциями и их производными определяется исходными дифференциальными уравнениями.

В методе конечных элементов (МКЭ) дифференциальные уравнения удовлетворяются в среднем по области каждого элемента. Однако, как в методе конечных разностей, так и в методе конечных элементов используется дискретное представление как самой области, так и ее границы. А это влечет за собой большие сложности при решении пространственных задач. В первую очередь – чрезвычайно большой объем памяти при численной реализации метода на ЭВМ. Поэтому в данном случае лучше воспользоваться методом, снижающим геометрическую размерность задачи [1].

Итак, разобьем поверхность призабойной зоны выработки на граничные элементы и будем полагать, что в пределах каждого элемента $q^* = const$. Взамен этих нагрузок в центре каждого элемента положим эквивалентные им сосредоточенные силы: нормальную N_S и касательные Q_S и T_S к поверхности участка. Значения этих сил должны удовлетворять заданным условиям на поверхности каждого элемента.

Такая постановка задачи дает возможность использовать фундаментальные решения для сосредоточенной силы в упругом пространстве и, таким образом, найти напряжения в любой точке горного массива от совокупности всех нагрузок q^*. Составляющие напряжений при этом получаются путем суммирования соответствующих составляющих напряжений от действия каждой нагрузки по заданному направлению. Выражения для их вычисления представляются в виде:

$$\sigma_{ij}(k_s) = \sum_{l=1}^{3} \bar{\sigma}_{ij}^{(l)}(k_s, k_s) q_s^{(l)} + \sum_{l=1}^{3} \bar{\sigma}_{ij}^{(l)}(k_s, k_r) q_r^{(l)}, \qquad (2)$$

где $\bar{\sigma}_{ij}^{(l)}(k_s, k_s)$, $\bar{\sigma}_{ij}^{(l)}(k_s, k_r)$ – напряжения в точке k_s от действия соответственно на s-м и r-м элементах единичных нагрузок по направлению l; $q_s^{(l)}, q_r^{(l)}$ – неизвестные нагрузки, действующие на s-м и r-м элементах по направлению l; $r = 1,2,3,\ldots,s-1,s+1,\ldots,m$.

Первое слагаемое в правой части (2) представляет главную часть напряжений в точке k_s, лежащей на элементе, от нагрузки, приложенной на этом же элементе, а второе слагаемое – дополнительные напряжения в этой же точке от действия нагрузки, приложенной на r-м участке. Нагрузки, входящие в выражение (2), определяются методом итераций, напряжения главной части равны по величине напряжениям в сплошном нагруженном массиве.

Чтобы найти неизвестные значения q^* или значения эквивалентных им сил N, Q и T, при которых будут выполнены заданные условия на поверхности S, необходимо знать составляющие тензора напряжений в центре тяжести каждого элемента. Для их определения введем локальную систему координат n, q, t, начало которой расположено в центре тяжести рассматриваемого элемента, а ось n направлена по нормали к его поверхности внутрь горного массива. Тогда по (2) будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \sum_{r=1}^{m}\left(\sigma_{sr}^{n} + \sigma_{sr}^{q} + \sigma_{sr}^{t}\right) + \frac{N_s}{2S_s}, \\ \tau_s &= \sum_{r=1}^{m}\left(\tau_{sr}^{n} + \tau_{sr}^{q} + \tau_{sr}^{t}\right) + \frac{Q_s}{2S_s}, \\ \theta_s &= \sum_{r=1}^{m}\left(\theta_{sr}^{n} + \theta_{sr}^{q} + \theta_{sr}^{t}\right) + \frac{T_s}{2S_s}, \end{aligned} \tag{3}$$

где s – номер узла, в котором определяются напряжения; r – номер узла, в котором действуют сосредоточенные силы; $\sigma_s, \tau_s, \theta_s$ – нормальные и касательные напряжения, действующие в s-м узле соответственно по n, q, t; $\sigma_{sr}^{n}, \tau_{sr}^{n}, \theta_{sr}^{n}$ – напряжения в s-м узле от действия силы N_S; $\sigma_{sr}^{q}, \tau_{sr}^{q}, \theta_{sr}^{q}$ – напряжения в s-м узле от силы Q_S; $\sigma_{sr}^{t}, \tau_{sr}^{t}, \theta_{sr}^{t}$ –то же от силы T_S; S_s – площадь s -ого элемента.

Из (3) видно, что главная часть напряжений (последние слагаемые) в s-м узле определяются путем равномерного распределения сил, приложенных в этом же узле, по площади элемента, содержащего данный узел. Что же касается дополнительных напряжений, то для их вычислений обратимся к решению уравнений теории упругости для сосредоточенной силы, т.е. к выражению

$$\sigma_{nl} = \frac{m-2}{8\pi(m-1)}\frac{1}{R^2}\left[-\left(\bar{r}\cdot\bar{p}\right)\delta_{nl} + \left(\bar{n}\cdot\bar{p}\right)\left(\bar{l}\cdot\bar{r}\right) + \left(\bar{p}\cdot\bar{l}\right)\left(\bar{n}\cdot\bar{r}\right) + \frac{3m}{m-2}\left(\bar{r}\cdot\bar{p}\right)\left(\bar{n}\cdot\bar{r}\right)\left(\bar{l}\cdot\bar{r}\right)\right], \tag{4}$$

где m – число Пуассона; $r = \frac{1}{R}\bar{R}$ – единичный вектор направления вектор-радиуса $\bar{R}$, проведенного из точки приложения сосредоточенной силы $\bar{P}$ до любой точки упругой среды или поверхности (точки наблюдения); $\bar{n}$ – единичный вектор направления нормали, проведенной к рассматриваемой площадке или элементу поверхности; $\bar{l}$ – единичный вектор, который может быть или перпендикулярен к $\bar{n}$, или сонаправлен с ним; δ_{nl} – дельта-символ, равен нулю при $\bar{l} \perp \bar{n}$ и единице при $\bar{l} \parallel \bar{n}$.

жение (2), определяются методом итераций, напряжения главной части равны по величине напряжениям в сплошном нагруженном массиве.

Чтобы найти неизвестные значения q^* или значения эквивалентных им сил N, Q и T, при которых будут выполнены заданные условия на поверхности S, необходимо знать составляющие тензора напряжений в центре тяжести каждого элемента. Для их определения введем локальную систему координат n,q,t, начало которой расположено в центре тяжести рассматриваемого элемента, а ось n направлена по нормали к его поверхности внутрь горного массива. Тогда по (2) будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \sum_{r=1}^{m}\left(\sigma_{sr}^{n} + \sigma_{sr}^{q} + \sigma_{sr}^{t}\right) + \frac{N_s}{2S_s}, \\ \tau_s &= \sum_{r=1}^{m}\left(\tau_{sr}^{n} + \tau_{sr}^{q} + \tau_{sr}^{t}\right) + \frac{Q_s}{2S_s}, \\ \theta_s &= \sum_{r=1}^{m}\left(\theta_{sr}^{n} + \theta_{sr}^{q} + \theta_{sr}^{t}\right) + \frac{T_s}{2S_s}, \end{aligned} \qquad (3)$$

где s – номер узла, в котором определяются напряжения; r – номер узла, в котором действуют сосредоточенные силы; $\sigma_s, \tau_s, \theta_s$ – нормальные и касательные напряжения, действующие в s-м узле соответственно по n,q,t; $\sigma_{sr}^{n}, \tau_{sr}^{n}, \theta_{sr}^{n}$ – напряжения в s-м узле от действия силы N_S; $\sigma_{sr}^{q}, \tau_{sr}^{q}, \theta_{sr}^{q}$ – напряжения в s-м узле от силы Q_S; $\sigma_{sr}^{t}, \tau_{sr}^{t}, \theta_{sr}^{t}$ –то же от силы T_S; S_s – площадь s -ого элемента.

Из (3) видно, что главная часть напряжений (последние слагаемые) в s-м узле определяются путем равномерного распределения сил, приложенных в этом же узле, по площади элемента, содержащего данный узел. Что же касается дополнительных напряжений, то для их вычислений обратимся к решению уравнений теории упругости для сосредоточенной силы, т.е. к выражению

$$\sigma_{nl} = \frac{m-2}{8\pi(m-1)}\frac{1}{R^2}\left[-\left(\bar{r}\cdot\bar{p}\right)\delta_{nl} + \left(\bar{n}\cdot\bar{p}\right)\left(\bar{l}\cdot\bar{r}\right) + \left(\bar{p}\cdot\bar{l}\right)\left(\bar{n}\cdot\bar{r}\right) + \frac{3m}{m-2}\left(\bar{r}\cdot\bar{p}\right)\left(\bar{n}\cdot\bar{r}\right)\left(\bar{l}\cdot\bar{r}\right)\right], \qquad (4)$$

где m – число Пуассона; $r = \frac{1}{R}\bar{R}$ – единичный вектор направления вектор-радиуса $\bar{R}$, проведенного из точки приложения сосредоточенной силы $\bar{P}$ до любой точки упругой среды или поверхности (точки наблюдения); $\bar{n}$ – единичный вектор направления нормали, проведенной к рассматриваемой площадке или элементу поверхности; $\bar{l}$ – единичный вектор, который может быть или перпендикулярен к $\bar{n}$, или сонаправлен с ним; δ_{nl} – дельта-символ, равен нулю при $\bar{l}\perp\bar{n}$ и единице при $\bar{l}\parallel\bar{n}$.

Направляя силу $\overline{P}$ и векторы $\overline{n}$ и $\overline{l}$ по координатным осям x, y, z можно получить по (4) составляющие тензора напряжений. В частности, направляя $\overline{P}$ по оси z, получим

$$\sigma_x = \frac{P_z}{8\pi(m-1)R^3}\left(m-2-\frac{3mx^2}{R^2}\right),$$
$$\sigma_y = \frac{P_z}{8\pi(m-1)R^3}\left(m-2-\frac{3my^2}{R^2}\right),$$
$$\sigma_z = \frac{P_z}{8\pi(m-1)R^3}\left(m-2-\frac{3mz^2}{R^2}\right),$$
$$\tau_{xy} = -\frac{3P_z mxyz}{8\pi(m-1)R^5}, \tag{5}$$
$$\tau_{xz} = \frac{P_z}{8\pi(m-1)R^3}\left(m-2-\frac{3mz^2}{R^2}\right),$$
$$\tau_{yz} = \frac{P_z}{8\pi(m-1)R^3}\left(m-2-\frac{3mz^2}{R^2}\right).$$

Зная (5), легко найти напряжения на любой наклонной площадке в любой точке горного массива.

Так, составляющая по нормали к любой площадке (нормальное напряжение) определяется по формуле

$$\sigma_n = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{xz} nl, \tag{6}$$

где $l = \cos(x,\overline{n}), m = \cos(y,\overline{n}), n = \cos(z,\overline{n})$–направляющие косинусы нормали $\overline{n}$.

Составляющая касательного напряжения в плоскости этой же площадки по заданному направлению $\overline{t}$ или $\overline{q}$ вычисляется по формуле

$$\tau_{tq} = \sigma_x ll_1 + \sigma_y mm_1 + \sigma_z nn_1 + \tau_{xy}(lm_1 + l_1 m) + \tau_{yz}(mn_1 + m_1 n) + \tau_{zx}(nl_1 + n_1 l), \tag{7}$$

где $l_1 = \cos(x,t)\cos(x,q)$, $m_1 = \cos(y,t)\cos(y,q)$, $n_1 = \cos(z,t)\cos(z,q)$ – направляющие косинусы направления $\overline{t}$ или $\overline{q}$.

Возвращаясь к (3), отметим, что в этом выражении неизвестными являются силы N_S, Q_S и T_S, величины которых, как уже отмечалось, должны удовлетворять граничным условиям на каждой площадке. Чтобы найти значения этих сил, будем исходить из того, что выработка не закреплена. Тогда поверхность ее будет свободна от нормальных и касательных напряжений, а граничными и, в силу независимости от координатных осей, могут служить в качестве основных характеристик напряженного состояния массива в любой его точке.

Расчет напряжений в окрестности забоя рекомендуется производить в следующем порядке:

1) с выработкой, имеющей забой произвольной формы, связывается декартовая система координат x, y, z, начало которой располагается на поверхности забоя, а одна из ее осей направляется внутрь выработанного пространства;

2) в качестве граничных условий, относящихся к поверхности забоя и выработки, принимаются напряжения в сплошном нагруженном массиве, взятые с обратным знаком;

3) вся поверхность забоя и выработки разбивается на m' достаточно малых элементов и с каждым из них связывается локальная система координат q, n, t, начало которой располагается в центре тяжести элемента, а ось n направляется по нормали к его поверхности внутрь горного массива;

4) методом простых итераций с использованием выражений (1), (3), (4), (6), (8), (9) уточняются значения сил N, Q, T, обеспечивающих равновесное состояние поверхности забоя и выработки;

5) от всех уточненных сил, приложенных в центре тяжести каждого элемента, находятся по (2) и (10) значения главных напряжений в окрестности забоя произвольной формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. Л. Решение основных трехмерных задач теории упругости для тел произвольной формы путем численной реализации метода интегральных уравнений // Докл. АН СССР. – 1979. – т. 208. – № 2.-С. 201 – 204.

УДК 621.928.235:539.3

В.П. Надутый, В.В. Калиниченко

ВЛИЯНИЕ ВЛАЖНОСТИ ГОРНОЙ МАССЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕЛКОГО ГРОХОЧЕНИЯ

Подані результати експериментальних досліджень в промислових умовах дрібного грохочення гранітного відсіву по крупності 3 і 5 мм з різноманітною вологістю сипкої маси від 3 до 20 %. Встановлено суттєвий вплив вологості на технологічні показники грохочення та їх залежність від режимних та конструктивних параметрів грохота.

Грохочение является одной из самых распространенных операций при переработке горно-металлургического, горно-химического сырья и строительных материалов. Современные технологии переработки требуют высокой точности и эффективности классификации по крупности, которая производится в основном на вибрационных грохотах. Одним из важных факторов, влияющих на эти показатели (особенно на последней стадии мелкого грохочения), является влажность перерабатываемой массы. Очень существенно это влияние при грохочении материалов, склонных к налипанию. Как известно, в этом случае наблюдается залипание рабочей поверхности грохота (сетки), слипание мелких фракций между собой, значительное сокращение процесса сегрегации по толщине слоя грохотимого материала и, как результат, резкое снижение технологических и качественных показателей.