

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ АНИЗОТРОПНОГО МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПЛАСТА ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ МОЩНОСТЬЮ

В рамках плоскої деформації досліджено напружено-деформований стан анізотропного масиву гірничих порід у випадку виробки пласта корисної копалини, товщина якого змінюється в міру просування виробки.

В данной статье в рамках плоской деформации исследовано напряженно-деформированное состояние анизотропного массива горных пород при разработке пласта полезного ископаемого с изменяющейся мощностью. Вначале рассмотрим вспомогательную задачу теории упругости для анизотропной полуплоскости.

Пусть анизотропная среда с одной плоскостью упругой симметрии занимает верхнее полупространство и находится в условиях плоской деформации. Выберем прямоугольную систему координат xOy , направив ось x вдоль границы L полуплоскости G^* , а ось y - вертикально вверх. Пусть комплексная переменная $z = x + iy$ принадлежит верхней полуплоскости. На действительной оси расположены непересекающиеся конечные отрезки (a_k, b_k) , $k = 1, \dots, m$, совокупность которых обозначим через L_1 . Совокупность (b_k, a_{k+1}) обозначим через L_2 , причем полагаем $a_{m+1} = a_1$. При этом выполняется условие $a_1 < b_1 < \dots < a_m < b_m$. На границе заданы следующие условия:

$$\sigma_y = p(t), \quad t \in L_1; \quad v = w(t), \quad t \in L_2; \quad \tau_{xy} = 0, \quad t \in L. \quad (1)$$

Здесь $w(t)$ - функция, дифференцируемая на L_2 ; $p(t)$ и $w'(t)$ - функции, удовлетворяющие условию Гельдера [1] на L_1 и L_2 соответственно, включая бесконечно удаленную точку, где $w'(\infty) = 0$; t - аффикс контура. Более общая постановка задачи (1) рассматривалась в [2,3].

Компоненты тензора напряжений и производной вектора перемещения выражаются через две аналитические функции $\Phi(z_1)$ и $\Psi(z_2)$ усложненных комплексных переменных [4]

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2 \operatorname{Re}[\mu_1^2 \Phi(z_1) + \mu_2^2 \Psi(z_2)], & \sigma_y &= 2 \operatorname{Re}[\Phi(z_1) + \Psi(z_2)], \\ \tau_{xy} &= -2 \operatorname{Re}[\mu_1 \Phi(z_1) + \mu_2 \Psi(z_2)], & & \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= 2 \operatorname{Re}[p_1 \Phi(z_1) + p_2 \Psi(z_2)], & \frac{\partial v}{\partial x} &= 2 \operatorname{Re}[q_1 \Phi(z_1) + q_2 \Psi(z_2)], \\ z &= x + \mu_j y, \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ - компоненты тензора напряжений; u и v - перемещения в направлении осей x и y соответственно; z_j ($j=1,2$) - усложненные комплексные переменные; $\mu_j = \alpha_j + i\beta_j$ - корни характеристического уравнения, порождаемого дифференциальным оператором четвертого порядка; p_j, q_j - известные постоянные [4].

Предположим, что главный вектор внешних усилий, действующих на границе полуплоскости, конечен, комплексные потенциалы исчезают на бесконечности $\Phi(\infty) = \Psi(\infty) = 0$. Общее решение граничной задачи (1), сингулярное во всех точках раздела граничных условий и исчезающее на бесконечности, найдем с помощью работы [2]. Для рассматриваемого частного случая имеем

$$F(z) = \frac{1}{\pi i X(z)} \int \frac{X^+(t) h_0(t)}{t-z} dt + \Phi_0(z), \quad \Phi_0(z) = \frac{c_1 z^{n-1} + c_2 z^{n-2} + \dots + c_n}{X(z)},$$

$$X(z) = \prod_{k=1}^m \sqrt{(z-a_k)(z-b_k)}, \quad h_0(t) = \begin{cases} p(t)/2, & t \in L_1 \\ -i w'(t)/\beta, & t \in L_2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{\beta_{22}}{2i} \left[\frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\bar{\mu}_1} + \frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\bar{\mu}_2} \right], \quad \Phi(z_1) = \frac{\mu_2}{\mu_2 - \mu_1} F(z_1), \quad \Psi(z_2) = -\frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} F(z_2),$$

где c_1, \dots, c_n - произвольные вещественные постоянные; β_{22} - приведенная упругая постоянная [4].

Вещественные постоянные c_i определяются из следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$w(b_k) - w(a_k) = -2 \int_{a_k}^{b_k} \beta \operatorname{Im} F(t) dt, \quad k = 1, \dots, m. \quad (4)$$

После нахождения решения системы (4) комплексные потенциалы (3) становятся полностью определенными и являются единственным решением граничной задачи (1).

С помощью предложенного подхода изучим напряженно-деформированное состояние анизотропного массива горных пород при отработке горизонтального пласта полезного ископаемого с изменяющейся мощностью, расположенного на глубине H от дневной поверхности. Схема разработки пласта полезного ископаемого представлена на рис. 1, из которого следует, что пласт полезного ископаемого в области $(-\infty, -x_2^0)$ имеет мощность h_1 , а в области $(x_2, +\infty)$ имеет мощность h_2 . В области $(-x_1, x_1)$ породы кровли и почвы находятся в свободном состоянии. Считаем, что в краевых частях $(-x_2^0, -x_1)$ и (x_1, x_2) пласт деформируется в соответствии со своими пластическими свойствами.

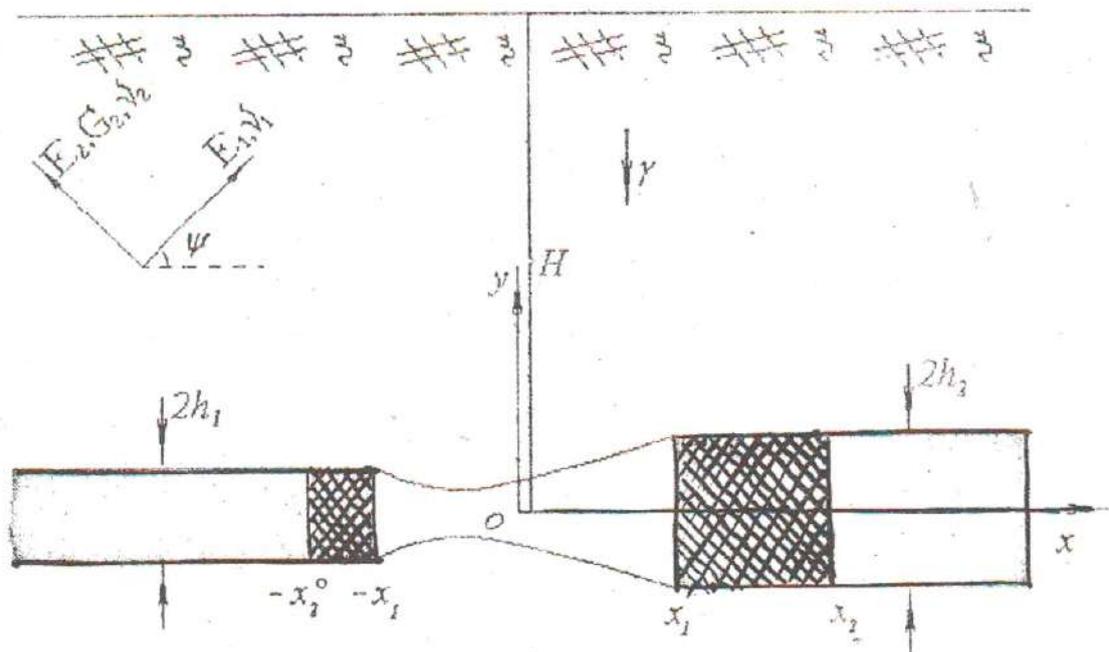


Рис.1 - Схема разработки горизонтального пласта полезного ископаемого

Компоненты тензора в массиве ищем в виде естественных и дополнительных напряжений в следующем виде:

$$\sigma_x^e = \sigma_x^0 + \sigma_x, \quad \sigma_y^e = \sigma_y^0 + \sigma_y, \quad \tau_{xy}^e = \tau_{xy}^0 + \tau_{xy} \quad (5)$$

Для достаточно больших глубин ведения горных работ можно пренебречь влиянием дневной поверхности при определении дополнительных напряжений. Естественное состояние массива вызвано его собственным весом и в системе координат xOy для данного случая описывается формулами

$$\sigma_y^0 = -\gamma(H - y), \quad \sigma_x^0 = -\lambda\gamma(H - y), \quad \tau_{xy}^0 = 0, \quad (6)$$

где λ - коэффициент бокового распора.

Физическая постановка задачи позволяет сформулировать граничные условия для верхней полуплоскости с границей вдоль действительной оси в виде

$$v = h_1, \quad -\infty < x < -x_2^0.$$

$$\begin{aligned}
v &= h_2, & x_2 < x < +\infty, \\
\sigma_y &= \gamma H - (a_1 x + c_1), & -x_2^0 < x < -x_1, \\
\sigma_y &= \gamma H, & -x_1 < x < x_1, \\
\sigma_y &= \gamma H - (a_2 x + c_2), & x_1 < x < x_2, \\
\tau_{xy} &= 0, & |x| < \infty.
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $a_1 = -T_n / h_1$, $a_2 = T_n / h_2$ (T_n - предел текучести при сдвиге в плоскости xOy для материала пласта); c_1, c_2, c_p , - параметры пластической анизотропии пласта, величины которого изменяются в интервале $(-\infty, 1)$ [5]. Параметры определяются по формулам

$$c_1 = T_n \left(\sqrt{1 - c_p} \frac{\pi}{2} - \frac{x_1}{h_1} \right), \quad c_2 = T_n \left(\sqrt{1 - c_p} \frac{\pi}{2} - \frac{x_1}{h_2} \right).$$

Решение смешанной задачи (7) восстанавливаем с помощью (1)-(4) в виде

$$\Phi(z_1) = \frac{\mu_2}{\mu_2 - \mu_1} F(z_1), \quad \Psi(z_2) = -\frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} F(z_2). \tag{8}$$

При этом

$$\begin{aligned}
F(z) &= \frac{\gamma H}{2} + \frac{a_1}{\pi} \sqrt{(z + x_2^0)(z - x_2)} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2^0 - x_1}{x_2 + x_1}} + \frac{a_1 z + c_1}{2\pi i} \times \\
&\times \ln \frac{2i \sqrt{(z + x_2^0)(z - x_2)} \sqrt{(x_2^0 - x_1)(x_2 + x_1)} - (x_2 - x_2^0)(z - x_1) - 2(zx_1 + x_2 x_2^0)}{- (x_2 + x_2^0)(x_1 + z)} + \\
&+ \frac{a_2}{\pi} \sqrt{(z + x_2^0)(z - x_2)} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2 - x_1}{x_2^0 + x_1}} - \frac{a_2 z + c_2}{2\pi i} \times \\
&\times \ln \frac{-2i \sqrt{(z + x_2^0)(z - x_2)} \sqrt{(x_2^0 + x_1)(x_2 - x_1)} + (x_2 - x_2^0)(z + x_1) - 2(zx_1 - x_2 x_2^0)}{(x_2 + x_2^0)(x_1 - z)}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Решение (9) ограничено в точках $-x_2^0$ и x_2 .

Условие локального влияния выработки на напряженное состояние массива для функции (8) примет вид

$$\begin{aligned}
& \frac{\gamma H}{2} + \frac{a_1}{2\pi} \sqrt{(x_2^0 - x_1)(x_2 + x_1)} - \frac{a_1}{2\pi} (x_2 - x_2^0) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2^0 - x_1}{x_2 + x_1}} \\
& - \frac{c_1}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2^0 - x_1}{x_2 + x_1}} - \frac{a_2}{2\pi} \sqrt{(x_2^0 + x_1)(x_2 - x_1)} - \frac{a_2}{2\pi} (x_2 - x_2^0) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2 - x_1}{x_2^0 + x_1}} \\
& - \frac{c_2}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2 - x_1}{x_2^0 + x_1}} = 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Подставив комплексные потенциалы (8) в формулу (4) и осуществив интегрирование от $-x_2^0$ до x_2 с учетом граничных условий (7) для перемещений, получим еще одно трансцендентное соотношение

$$\begin{aligned}
& -2\beta \left\{ \left[a_1 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2^0 - x_1}{x_2 + x_1}} + a_2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_2 - x_1}{x_2^0 + x_1}} \right] \frac{(x_2 + x_2^0)^2}{8} + \right. \\
& + \left. \left(\frac{a_1}{4} (2x_1 - x_2 + x_2^0) - c_1 \right) \frac{\sqrt{(x_2 + x_1)(x_2^0 - x_1)}}{2} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{a_2}{4} (2x_1 + x_2 - x_2^0) + c_2 \right) \frac{\sqrt{(x_2 + x_1)(x_2^0 - x_1)}}{2} \right\} = h_2 - h_1.
\end{aligned} \tag{11}$$

Трансцендентные уравнения (10) и (11) образуют систему двух уравнений для определения неизвестных длин призабойных пластических областей $(x_2^0 - x_1)$ и $(x_2 - x_1)$ в зависимости от упругих свойств массива, координат краевых положений пласта, исходного горного давления, глубины, мощности, пластических свойств разрабатываемого пласта полезного ископаемого.

Результаты численных расчетов системы трансцендентных уравнений (10) и (11), приведенные в табл. 1-3., позволяют дать оценку влияния основных параметров на протяженность призабойных пластических областей $(x_2^0 - x_1)$ и $(x_2 - x_1)$. При численных расчетах полагалось, что $\lambda = 0,9$. Как видно из таблиц большое влияние на протяженность зон пластических деформаций оказывает мощность пласта. В случае, когда $h_1 = h_2$ длины зон пластических деформаций $(x_2^0 - x_1)$ и $(x_2 - x_1)$ равны. При увеличении мощности пласта h_2 протяженность призабойной пластической области $(x_2 - x_1)$ увеличивается, а протяженность призабойной пластической области $(x_2^0 - x_1)$ уменьшается. При уменьшении мощности пласта h_2 мы видим обратную картину. Увеличение предела текучести T_n приводит к уменьшению пластических зон (табл. 1).

Таблица 1 - Длины зон пластических деформаций при $H=1000$ м, $x_1=30$ м

h_1, h_2 м	T_n , кГ/см ²	$(x_2^0 - x_1)$, м					$(x_2 - x_1)$, м				
		c_r									
		-10	-5	-1	0	0.9	-10	-5	-1	0	0.9
0.5, 0.5	12	22.09	22.86	23.79	24.17	24.80	22.09	22.86	23.79	24.17	24.80
	25	11.60	12.30	13.16	13.52	14.11	11.60	12.30	13.16	13.52	14.11
	50	6.11	6.73	7.53	7.86	8.42	6.11	6.73	7.53	7.86	8.42
0.5, 1.0	12	17.36	18.26	19.35	19.79	20.53	44.11	45.58	47.36	48.08	49.27
	25	7.99	8.76	9.73	10.13	10.81	23.57	24.92	26.58	27.26	28.40
	50	3.60	4.23	5.07	5.43	6.05	12.61	13.83	15.38	16.03	17.12
0.5, 0.2	12	24.93	25.65	26.52	26.87	27.45	9.83	10.15	10.55	10.71	10.97
	25	13.64	14.31	15.13	15.46	16.03	5.15	5.44	5.80	5.95	6.20
	50	7.48	8.10	8.88	9.20	9.74	2.72	2.98	3.31	3.45	3.68

Таблица 2 - Длины зон пластических деформаций при $c_r=0$, $T_n=25$ кГ/см²

h_1, h_2 м	$H/2h$	$(x_2^0 - x_1)$, м				$(x_2 - x_1)$, м			
		x_1 , м							
		25	30	35	40	25	30	35	40
0.5, 0.5	500	32.42	37.86	43.26	48.62	32.42	37.86	43.26	48.62
	1000	37.85	43.52	49.12	54.67	37.85	43.52	49.12	54.67
0.5, 1.0	500	25.21	32.09	38.27	44.16	44.09	49.15	54.27	59.42
	1000	34.05	40.13	46.05	51.86	51.73	57.26	62.79	68.31
0.5, 0.2	500	35.35	40.51	45.69	50.87	26.99	32.51	37.92	43.26
	1000	40.02	45.46	50.90	56.31	30.42	35.95	41.40	46.80

Таблица 3 - Длины зон пластических деформаций при $x_1=40$ м, $c_r=0$, $T_n=25$ кГ/см²

h_1, h_2 м	$H/2h$	$(x_2^0 - x_1)$, м				$(x_2 - x_1)$, м			
		ψ							
		0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$
0.5, 0.5	500	48.62	48.62	48.62	48.62	48.62	48.62	48.62	48.62
	1000	54.67	54.67	54.67	54.67	54.67	54.67	54.67	54.67
0.5, 1.0	500	44.16	43.16	42.13	40.16	59.42	60.30	61.06	62.13
	1000	51.86	51.29	50.78	50.03	68.31	69.03	69.66	70.54
0.5, 0.2	500	50.87	51.24	51.56	52.01	43.26	42.99	42.74	42.36
	1000	56.31	56.61	56.88	57.25	46.80	46.62	46.45	46.21

На протяженность зон $(x_2^0 - x_1)$ и $(x_2 - x_1)$ влияет также пластическая анизотропия c_p . Из табл.1 следует, что при фиксированном T_n по мере уменьшения параметра c_p от 0,9 до -10 протяженность зон пластических деформаций залежи уменьшается. На протяженность зон пластических деформаций большое

влияние оказывает глубина разработки пласта H . С увеличением глубины H происходит увеличение длин зон пластических деформаций (табл. 2).

При увеличении длины свободного пролета кровли $2x_1$ увеличивается протяженность призабойных пластических областей (табл. 2), причем по мере удаления краевых положений пласта от центра выработки разница между значениями длин зон пластических деформаций $(x_2^0 - x_1)$ и $(x_2 - x_1)$ уменьшается.

На протяженность призабойных пластических областей $(x_2^0 - x_1)$ и $(x_2 - x_1)$, в случае когда $h_1 \neq h_2$, оказывает влияние также угол анизотропии напластования ψ (табл. 3). При увеличении ψ от 0° до 90° длина пластической зоны с большей начальной мощностью увеличивается, а длина пластической зоны с меньшей начальной мощностью уменьшается. В случае, когда $h_1 = h_2$, угол анизотропии не оказывает ни какого влияния.

Дадим анализ напряжений $\sigma_y^e / \gamma H$, $\sigma_x^e / \gamma H$ в массиве горных пород. В окрестности зависающей кровли имеет место процесс растяжения пород. Концентрация высоких сжимающих напряжений наблюдается вокруг призабойной пластической области. По мере удаления в глубь массива вдоль оси Oy напряжение $\sigma_y^e / \gamma H$ стремится к естественному напряжению $\sigma_y^0 / \gamma H$. Изменение мощности пласта приводит к увеличению сжимающих напряжений в области с большей мощностью пласта и к уменьшению сжимающих напряжений в области с меньшей мощностью.

На рис.2-3 построены изобары ($\sigma_y^e = const$) в окрестности выработанного пространства при $H = 1000$ м, $x_1 = 30$ м, $T_n = 25 \text{ кГ} / \text{см}^2$, $c_p = 0$. Результаты, представленные на этих рисунках, указывают, что в породах почвы существуют только сжимающие напряжения. В породах кровли имеют место как сжимающие, так и растягивающие напряжения. Последние вызывают расслоение и обрушение горных пород кровли в выработанное пространство. Из рис.2-3 видно, что большие сжимающие напряжения ($\sigma_y^e < -\gamma H$) концентрируются в окрестностях призабойных пластических зон пласта, а в окрестности выработанного пространства идут процессы разгрузки. Увеличение мощности пласта приводит к увеличению сжимающих напряжений в прилегающей зоне пластических деформаций и уменьшению в противоположной. При увеличении мощности пласта полезного ископаемого область, в которой концентрируются большие сжимающие напряжения, отдаляется от выработки, в то же время при уменьшении мощности пласта область с большими сжимающими напряжениями приближается к краевому положению выработки.

На рис.4-5 представлены графики прогиба пород кровли при различных углах анизотропии в случае, когда $H=1000$ м, $x_1=30$ м, $T_n=25$ кГ/см², $c_p = 0$. Как видно из рисунков в прогибе участвуют зоны пластических деформаций. Увеличение угла анизотропии ψ от 0° до 90° приводит к уменьшению прогиба.

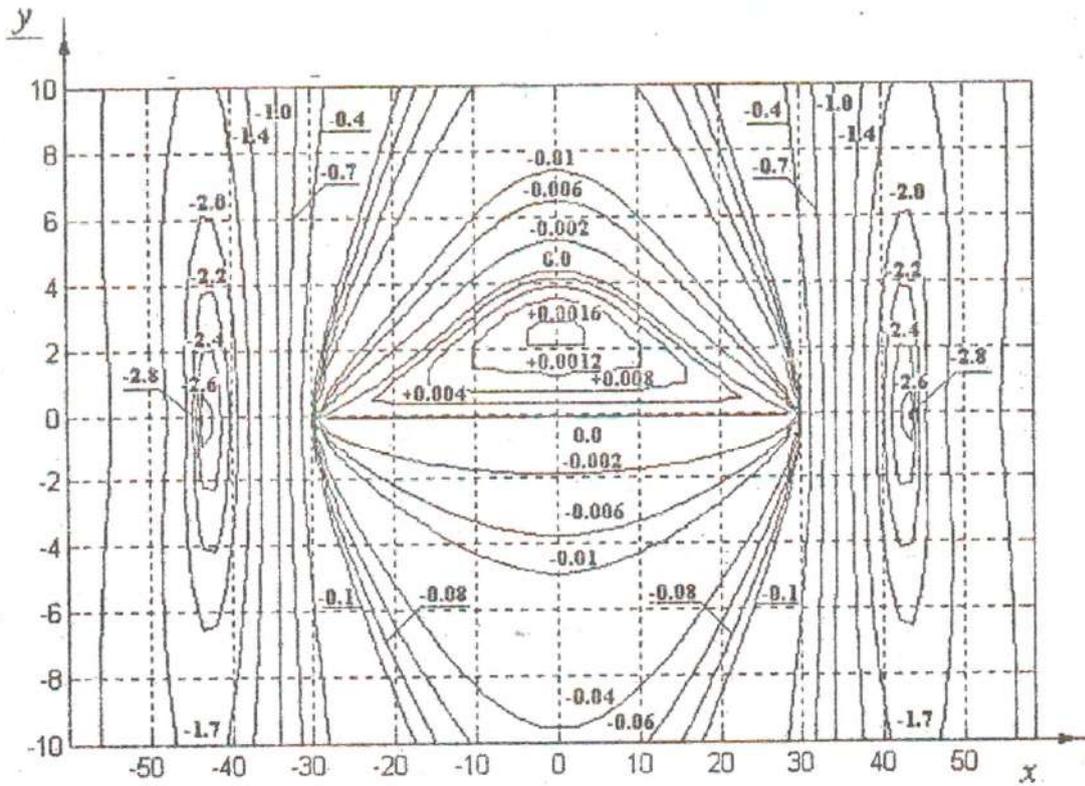


Рис. 2 - Линии постоянного значения компоненты напряжения $\sigma_y = const$ в окрестности выработанного пространства при $h_1 = 0.5$ м и $h_2 = 0.5$ м

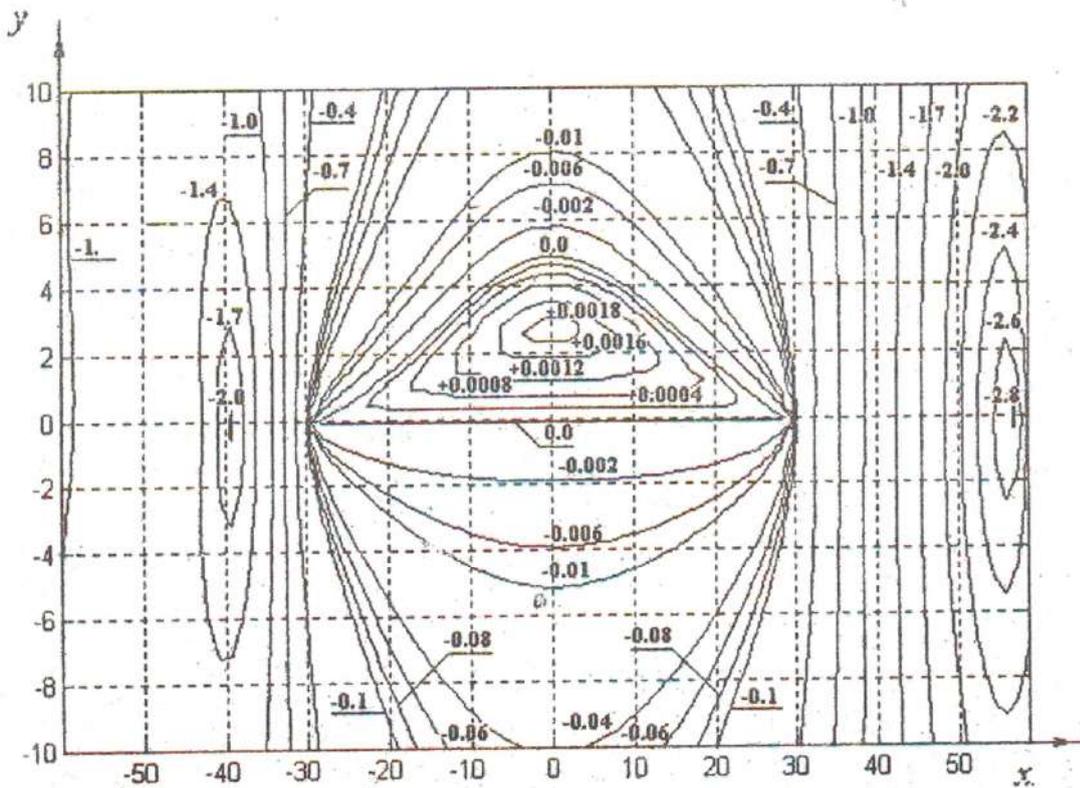


Рис. 3 - То же, что на рис. 2, но при $h_1 = 0.5$ м и $h_2 = 1$ м

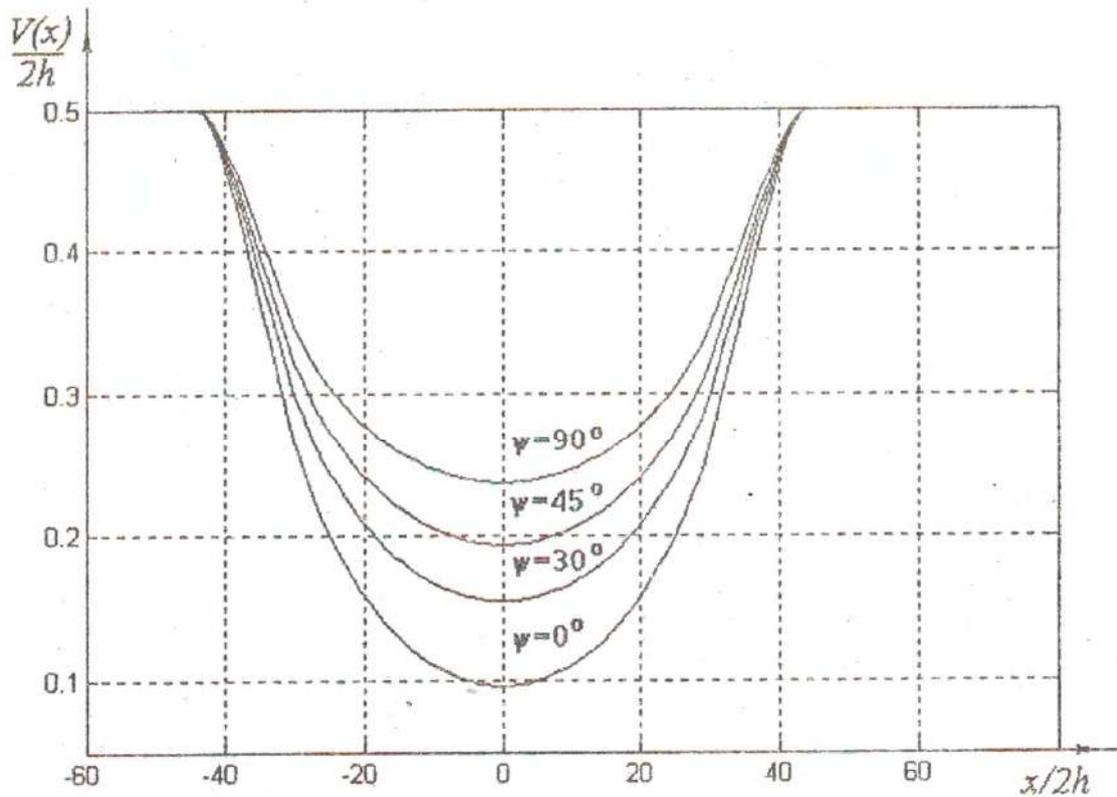


Рис. 4 - Графики прогиба пород кровли при различных углах анизотропии в случае, когда $h_1=0.5\text{м}$ и $h_2=0.5\text{м}$

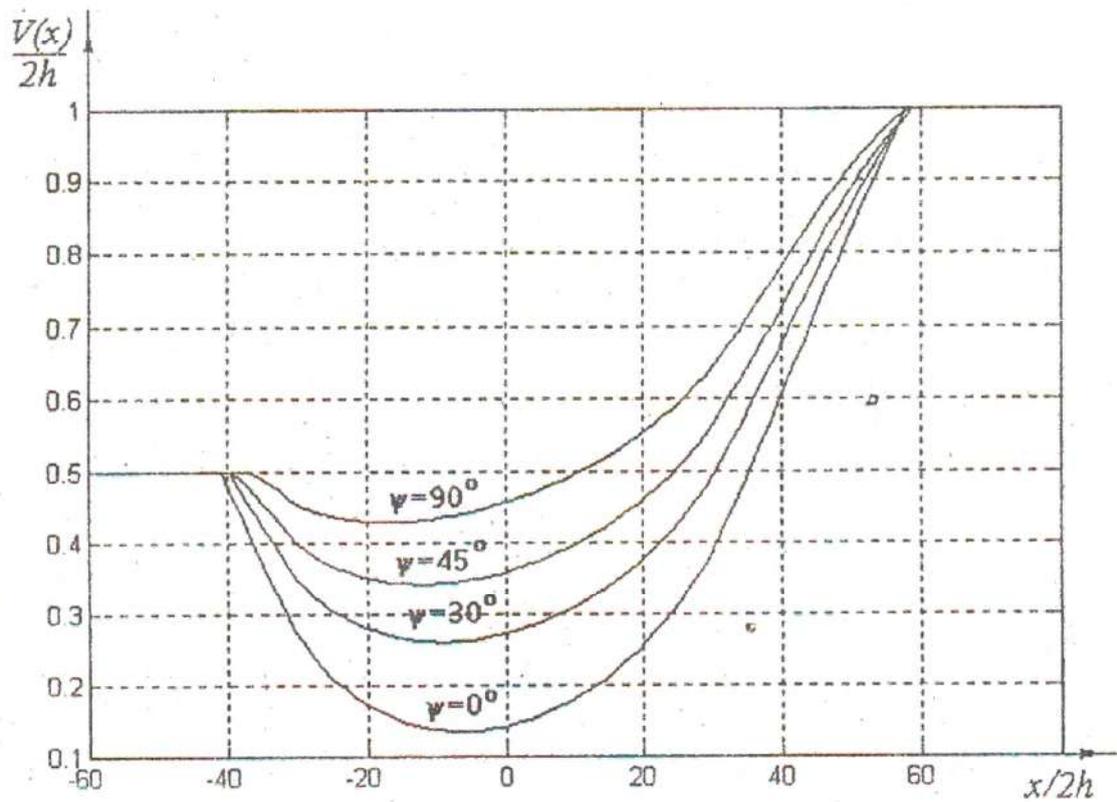


Рис. 5 - То же, что на рис. 4, но при $h_1=0.5\text{м}$ и $h_2=1\text{м}$

Увеличение мощности пласта приводит к уменьшению величины прогиба, при этом максимум прогиба перемещается в сторону пласта с меньшей мощностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Космодамианский А.С., Левшин А.А. Доклады АН УССР 9, 34, (1986)
2. Левшин А.А. Известия АН СССР. Механика твердого тела 5, 180 (1981)
3. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела.-М.: Наука, 1977.
4. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения.-М.:Наука, 1968.
5. Хилл Р. Математическая теория пластичности.-М.: Изд-во техн.-теорет. лит., 1956.

УДК 539.3:622.235.2

А.Ф. Булат, В.В. Репка, Л.Н. Литвин,
С.Ю. Макеев, Е.Б. Тимошенко

ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОСТИ АКТИВНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕД

В роботі наведені результати експериментальних досліджень випромінення при динамічних процесах в активному середовищі. Для обробки даних спостережень був застосований математичний апарат фрактальної геометрії, розроблена спеціальна програма. Визначена фрактальна розмірність для різних типів дисперсних гранульованих активних матеріалів на прикладі вибухових речовин, яка становила $1,2 \dots 1,7$. Встановлено вплив заповнювачів міжгранульного простору матеріалів на механізм хімічних перетворень.

Одной из важных проблем, стоящих перед современной наукой, является изучение и установление закономерностей динамики возмущений, распространяющихся в сыпучих средах. Поскольку сама среда представляет собой сложную многофазную систему, распространение ударных волн в сильной степени зависит от её физико-механических свойств. Задача усложняется при исследовании активных сыпучих сред, в которых распространение возмущений в виде волн сжатия сопровождается химическими или физическими превращениями самой среды, где происходят необратимые процессы, которые могут сопровождаться выделением большого количества энергии. Взрывчатые вещества дисперсной структуры представляют собой особый класс активных сред, при экспериментальных исследованиях которых авторы работ [1-4] наблюдали пульсирующий и спиновый характер детонации, выражающийся в прерывистости свечения фронта, его волнистой структуре в осевом направлении и полосатой структуре свечения разлетающихся продуктов взрыва. Вследствие этого гидродинамическая теория не может адекватно описывать такие процессы, требуется новый подход к их изучению.

При исследовании явлений за детонационным фронтом авторы [5] обнаружили фрактальность углеродных кластеров: на первой стадии роста частиц конденсированной фазы при взрыве путем коагуляции образуются мелкие компактные частицы, на второй - частицы объединяются, образуя фрактальные структуры. Особенности образования структур при необратимых процессах отмечаются в работе [6].

Исследования динамических процессов в активных средах начаты и проводятся в ИГТМ НАНУ [7-9].