

УДК 622.647:622.867

**В.Ф. Монастырский**, д-р техн. наук, профессор,  
**Р.В. Кирия**, канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,  
**Д.А. Номеровский**, аспирант,  
**С.Р. Ванин**, магистр  
(ИГТМ НАН Украины)

## **ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ РАЗГРУЗОЧНОЙ ТЕЛЕЖКИ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО КОНВЕЙЕРА**

**В.Ф. Монастирський**, д-р техн. наук, професор,  
**Р.В. Кірія**, канд. техн. наук, ст. наук. співр.,  
**Д.А. Номеровський**, аспірант,  
**С.Р. Ванін**, магістр  
(ІГТМ НАН України)

## **ПОДОВЖНЬО-ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ РОЗВАНТАЖУВАЛЬНОГО ВІЗКА РОЗПОДІЛЬНОГО КОНВЕЄРА**

**V.F. Monastyrsky**, D.Sc. (Tech.), Professor,  
**R.V. Kiriya**, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher,  
**D.A. Nomerovsky**, Doctoral Student,  
**S.R. Vanin**, M.S (Tech.)  
(IGTM NAS of Ukraine)

## **LONGITUDINAL-TRANSVERSE VIBRATIONS OF ELASTIC SYSTEM DISCHARGE CAR DISTRIBUTION PIPELINE**

**Аннотация.** В настоящей статье приведены результаты исследований поперечно-продольных колебаний упругой системы лента – упругое основание загрузочной секции распределительного конвейера под воздействием внешнего нагружения равномерно-распределенной нагрузкой и крупными кусками с постоянными и переменными массами и периодами воздействия. Рассмотрены вопросы моделирования внешнего воздействия потоком насыпного груза, жесткости упругой системы загрузочной секции и статического ее расчета при распределенной и точечной нагрузке. Получены закономерности изменения жесткости системы от натяжения ленты и шага расстановки роликоопор. Обоснованы расчетная схема для определения поперечно-продольных колебаний системы под внешним воздействием и система уравнений с начальными и граничными условиями, которая решалась методом Рунге-Кутты четвертого порядка с применением программного пакета Maple. Выполнены анализ и обобщение полученных результатов.

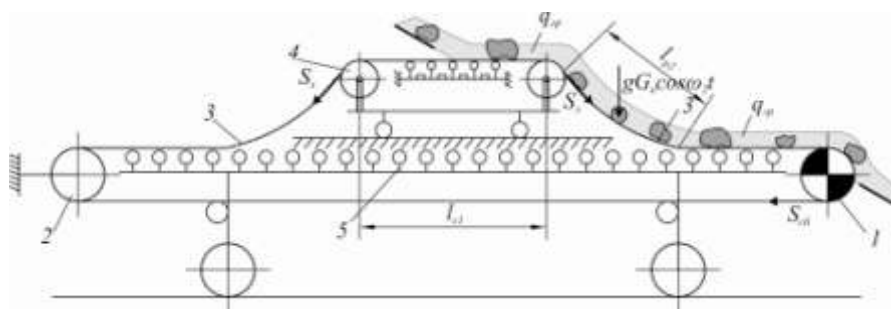
Установлено, что продольные колебания уменьшают поперечные. Высокочастотная возмущающая сила не вызывает ощутимых колебаний в низкочастотной упругой системе, так как она не успевает отзываться на весьма быстрые изменения силы. При случайном нагружении амплитуда колебаний достигает 0,1–0,14 м и движение системы, практически, происходит как при изменении возмущающей силы по гармоническому закону. При низких частотах система находится вблизи резонанса. Однако амплитуда колебаний имеет конечную величину из-за значительных диссипативных сил в упругой системе.

**Ключевые слова:** крупный кусок, период, масса, упругая система, колебания, диссипативные силы, амплитудно-частотная характеристика.

### Проблема и ее связь с научными и практическими задачами

На горно-обогатительных предприятиях подача насыпных грузов в систему последовательно расположенных бункеров производится распределительными конвейерами, оборудованными разгрузочными тележками с податливыми [1] и жесткими роликоопорами. При этом динамические нагрузки от крупнокусковых грузов воспринимает упругая система «лента – податливые роликоопоры» разгрузочной тележки, а на линейной части распределительного конвейера груз транспортируется по жестким роликоопорам.

Особенностью конструкции распределительного конвейера с разгрузочной тележкой (рис. 1) является то, что металлоконструкция тележки установлена на направляющие конвейера с превышением над жесткими роликоопорами. С каждой стороны тележки на расстоянии  $l_c$  установлены две жесткие роликоопоры, которые огибает конвейерная лента, а между ними, под основной лентой, расположена дополнительная лента (с натяжением  $S_{don}$ ), на которой с зазором  $\delta$  относительно основной ленты и шагом  $l_p$  установлены средние ролики. В каждом пролете ( $l_p$ ) в местах максимального прогиба дополнительной ленты под ней пропущены поддерживающие элементы из конвейерной ленты с боковыми роликами. С каждой стороны распределительного конвейера установлены стойки, к которым шарнирно прикреплены поддерживающие элементы.



1 – загрузочная тележка; 2 – распределительный конвейер; 3 – груз;  
4 – приводной барабан; 5 – рельсошпальные решетки

Рисунок 1 – Схема распределительного конвейера с загрузочной тележкой

При загрузке распределительного конвейера насыпным грузом на разгрузочной тележке в пролете  $l_c$  возникают поперечные колебания конвейерной ленты под воздействием крупных кусков, поступающих на секцию с постоянным или с переменным периодом. Процессы, происходящие в элементах загрузочной секции при динамическом нагружении насыпным грузом, исследованы в [2]. Рассмотрены случаи малых вынужденных колебаний при воздействии крупных кусков постоянной массы и с периодом, подчиняющимся случайному распределению крупных кусков в общем объеме. Поперечные колебания упругой системы описывались уравнением в частных производных второго порядка с правой частью. Решение выполнялось методом Фурье. Получены аналитические выражения в замкнутом виде (точное решение), позволяющее установить взаимосвязь между параметрами загрузочной секции и характеристиками воз-

мущающей силы. Однако в рассматриваемых случаях не учтены жесткость упругой подвески боковых роликов, зазор между основной лентой и роликами загрузочной секции, влияние продольных колебаний ленты на поперечные колебания, параметры конвейера и характеристики грузопотока.

### Постановка задачи

Целью настоящей работы является количественный анализ поперечно-продольных колебаний упругой системы разгрузочной тележки и их ограничение при проектировании передвижных перегрузочных конвейеров.

Для достижения поставленной была сформулирована динамическая задача: лента распределительного конвейера – гибкая нить – огибает загрузочную секцию, установленную жестко на металлоконструкции конвейера в месте загрузки сыпного груза, имеет натяжение  $S_1$  и опирается на две стандартные желобчатые роlikоопоры, установленные с шагом  $l_c$ . Между роlikоопорами под основной лентой расположена дополнительная лента с натяжением  $S_0$ , на которой с зазором  $\delta$  относительно основной ленты и шагом  $l_p$  установлены средние ролики с возможностью перемещения в вертикальной плоскости под нагрузкой совместно с дополнительной лентой. Для снижения прогибов на пролете  $l_p$  в местах максимального прогиба между средними роликами установлены поддерживающие упругие связи, шарнирно прикрепленные с двух сторон секции к неподвижным стойкам. В этом случае общую жесткость системы конвейерная лента – упругое основание можно представить в виде последовательно-параллельно нагруженных пружин: основная лента – упругое основание роликoв, дополнительная лента – упругие поддерживающие связи дополнительной ленты (рис. 2).

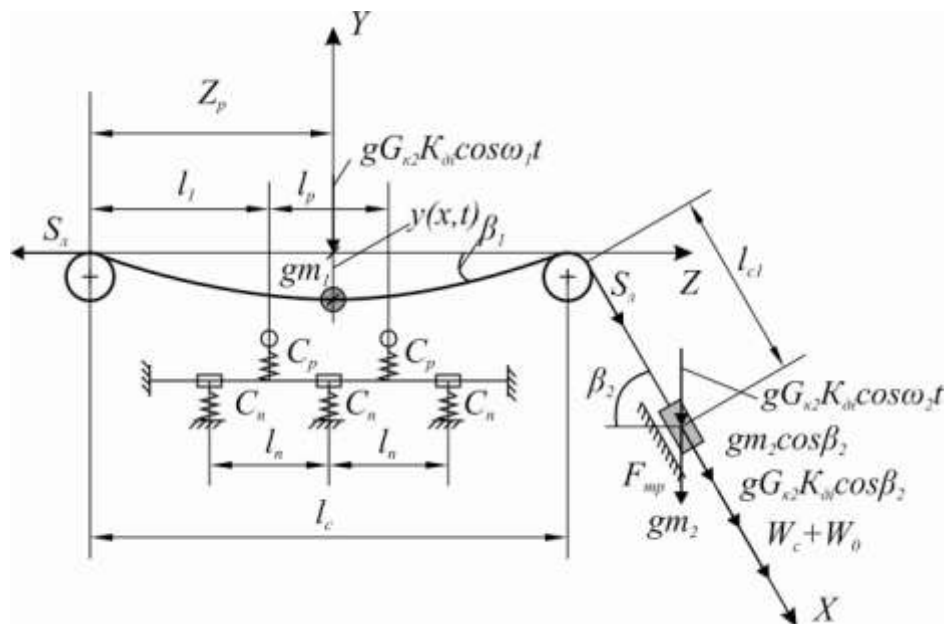


Рисунок 2 – Схема загрузочной секции

Под нагрузкой лента движется в продольном направлении со скоростью  $v_d$  по средним и боковым роликoм и разгружается на безопрную ленту, которая

под нагрузкой деформируется и занимает положение в желобе роlikоопор конвейера. При этом изгибную жесткость основной конвейерной ленты не учитываем, так как ее влияние на прогибы практически незначительно [3]. В каждом пролете  $l_p$  дополнительной ленты упругое основание состоит из гибкой нити с роlikооперами средних роликoв (жесткость  $C_p$ ), которые под нагрузкой перемещаются в вертикальной плоскости, и упругой гибкой нити, пропущенной под дополнительной в месте установки боковых роликoв. Упругая гибкая нить имеет подвижность в плоскости ленты (на величину  $\Delta$ ) и вертикальной плоскости (жесткость  $C_n$ ). Первоначально нагрузку насыпного груза воспринимает основная конвейерная лента (жесткость  $C_n$ ), которая деформируется до величины зазора  $\delta$ . Затем последовательно к ней присоединяется новое упругое звено, состоящее из параллельно соединенных пружин (основная лента жесткостью  $C_n$  и дополнительная лента жесткостью  $C_p$ ). На последнем этапе нагрузку воспринимает последовательно подсоединенное звено жесткостью  $C_n$ .

Согласно расчетной схеме (см. рис. 2) на систему лента – роlikоопоры действуют следующие силовые факторы:

– силы натяжения основной и дополнительной ленты; силы взаимодействия различных по крупности фракций насыпного груза с конвейерной лентой и упругим основанием; силы сопротивления движению ленты по роlikооперам; реакции боковых стоек; сила тяжести роlikоопор и конвейерной ленты; моменты сил тяжести ленты и груза; тяговое усилие.

Для формализации модели динамических колебаний основной конвейерной ленты на упругом основании под действием насыпного груза были приняты следующие допущения:

– основная конвейерная лента – тяжелая гибкая нить, опирающаяся на роlikоопору и упругое основание, движущаяся в продольном направлении при помощи привода;

– дополнительная конвейерная лента – гибкая нить, опирающаяся на упругие поддерживающие связи, шарнирно прикрепленные к боковым стойкам, и имеющая натяжные устройства;

– колебания конвейерной ленты на упругом основании происходят в вертикальном и продольном направлениях;

– при исследовании колебаний основной конвейерной ленты учитываются только малые прогибы, что позволяет их рассматривать в пределах теории упругости [4] и применять метод линейного анализа [5], при котором регламентируется соотношение между натяжением ленты и амплитудой колебаний;

– крупные куски являются точечными массами, сопоставимыми с массой ленты и роlikоопор упругого основания, и их взаимодействие рассматривается как ударное, при котором длительность первого периода кратковременна и при решении задачи не учитывается.

Для достижения поставленной цели задача исследования продольно-поперечных колебаний системы «лента – податливые роlikоопоры» была разбита на следующие части: обоснование моделей нагружения элементов распре-

делительного конвейера насыпным грузом; обоснование жесткости системы конвейерная лента – упругое основание; вывод основного уравнения колебаний системы конвейерная лента – упругое основание с учетом продольных колебаний ленты; анализ поперечных колебаний конвейерной ленты с учетом продольных под воздействием насыпного груза на участках перегрузки груза с загрузочной тележки на ленту и транспортирования по жестким роlikоопорам приводом конвейера.

## Изложение материала и результатов

### 1 Определение внешнего воздействия насыпного груза на элементы загрузочной секции

При решении первой задачи определения внешнего нагружения элементов загрузочной секции использовались экспериментальные данные, полученные при проведении исследований в условиях предприятий Кривбасса, Стольнинского ГОКа, Якутии. На рис. 3,а,б представлены осциллограммы нагружения жесткой роlikоопоры насыпным грузом (см. рис. 3,а) и потоком единичных крупных кусков (см. рис. 3,б), на которых четко прослеживается интервал прохождения крупных кусков как случайная величина, зависящая от содержания крупных кусков в общем объеме груза, а импульс взаимодействия имеет треугольную форму с амплитудой нагружения  $A(t)$  и временем взаимодействия  $dt$ .

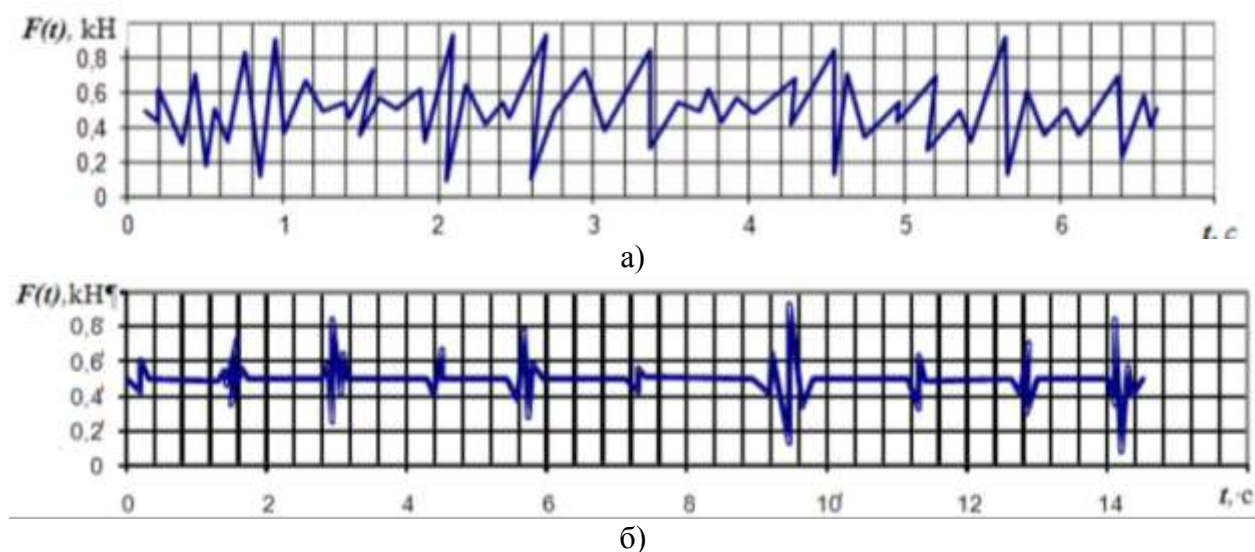


Рисунок 3– Осциллограммы нагружения измерительной роlikоопоры от насыпного груза (а) и единичных крупных кусков (б)

В общем объеме насыпного груза находятся порции мелкокусковых фракций и размещенные в них крупные куски, содержание которых зависит от способа подготовки горной массы (грохочение, дробление) и физико-механических свойств вмещающих пород. При этом непрерывная величина изменения интервала следования крупных кусков во времени подчиняется экспоненциальному закону распределения плотности вероятностей случайной величины, оценкой

параметра которого является интенсивность прохождения крупных кусков  $\lambda = 0,025-0,04$  1/мин. Для дискретного потока крупных кусков количество крупных кусков, попадающих в заданный интервал, подчиняется Пуассоновскому закону, а интервал между ними изменяется по экспоненциальному закону с оценками параметров  $\lambda = 0,08-0,1$  с<sup>-1</sup>.

## 2 Статический расчет параметров загрузочной секции

При статическом расчете значение внешних и внутренних сил определялось при действии равномерно распределенной нагрузки (рис. 4,а) и при действии единичных крупных кусков (локальной нагрузки) (рис. 4,б).

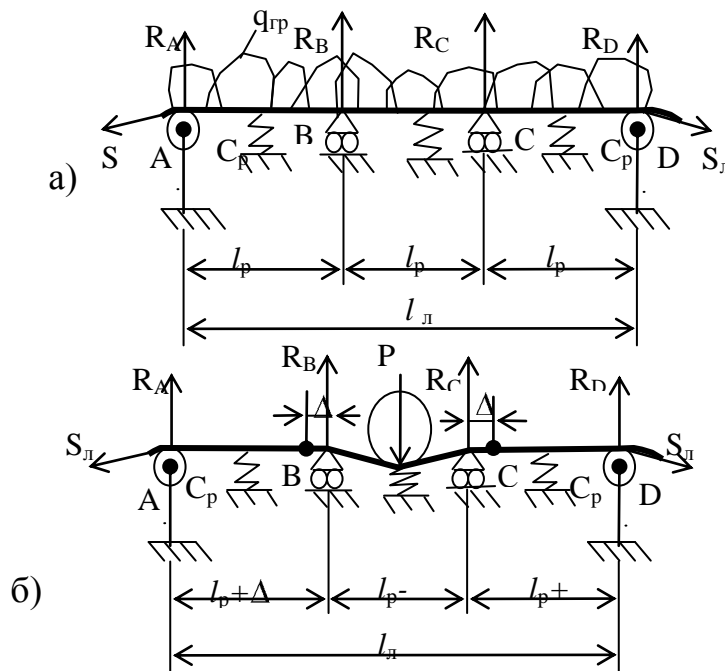


Рисунок 4 – Расчетная схема нагрузок на загрузочную секцию при равномерно распределенной нагрузке (а) и при действии крупных кусков (б)

Ниже приведены аналитические выражения для определения нагрузок на загрузочную секцию [6]:

– натяжение основной ленты в пролете  $l_l$  с учетом ее параметров ( $E_l$ ,  $F_l$ ,  $l_l$ ) и параметров упругого основания ( $l_p$ ,  $C_p$ ,  $P_p$ ,  $S_{np}$ ) определяется из уравнения

$$S_l^3 + \left[ \frac{E_l F_l q_{gp}^2 (l_p - \Delta)^2}{24 S_{np}^2} - S_{np} \right] S_l^2 - \frac{E_l F_l (P + P_p)^2}{24} = 0, \quad (1)$$

где  $S_l$  – натяжение ленты;  $E_l$  – модуль упругости материала конвейерной ленты, Н/м<sup>2</sup>;  $F_l$  – площадь сечения ленты, м<sup>2</sup>;  $q_{gp}$  – погонная нагрузка на конвейере, Н/м;  $l_p$  – шаг расстановки роликоопор, м;  $\Delta$  – величина смещения упругих подвесов боковых роликов, м;  $m_k$  – масса куска, кг;  $P = P_{gp} + P_k$  – нагрузка на эле-

менты загрузочной секции от мелкокусковых фракций ( $P_{zp} = q_{zp} \cdot l_p$ ) и единичных кусков ( $P_k = gm_k K_d$ ), Н;  $m_k$  – масса куска, кг;  $K_d$  – коэффициент динамического взаимодействия;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>; Н;  $P_p$  – сила тяжести ролика, Н;  $S_{np}$  – предварительное натяжение ленты, Н,  $P_{zp} + P_k$  – нагрузка на элементы загрузочной секции от мелкокусковых фракций ( $P_{zp} = q_{zp} \cdot l_p$ ) и единичных кусков ( $P_k = gm_k K_d$ ), Н;

– натяжение дополнительной ленты:

$$S_\delta = \frac{C_p(l_p - \Delta)}{2}, \quad (2)$$

где  $C_p$  – жесткость упругого основания, Н/м;

– шаг расстановки ролюкоопор:

$$l_p = \frac{2S_\delta \cdot \delta_{cm}}{P} + \Delta, \quad (3)$$

где  $\delta_{cm}$  – статический прогиб ленты под нагрузкой, м;

– реакции в шарнирной подвеске боковых роликов:

$$R_\beta = \frac{P}{\sin \beta}, \quad (4)$$

где  $\beta$  – угол наклона боковых роликов, град.

### 3 Определение жесткости подвески ролюкоопор

На рис. 5 система основная лента – упругое основание представлена в виде последовательно и параллельно нагруженных пружин.

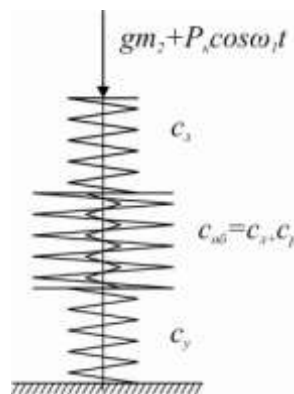


Рисунок 5 – Модель причинно-логических связей элементов системы основная лента – упругое основание

На рис. 6 представлена схема для определения жесткости конвейерной ленты. При этом в точке  $X_n$  прикладывается единичная сила  $P$ , а зависимость про-

гибов от параметров системы можно представить в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{S_l} \delta(x - x_n), \quad (5)$$

где  $S_l$  – натяжение основной конвейерной ленты, определяемое как предварительное на стадии тягового расчета;  $x$ ,  $x_n$  – соответственно текущая координата и координата точки установки пружины с жесткостью  $C_l$ ;  $\delta(x - x_n)$  – единичная импульсная функция Дирака.

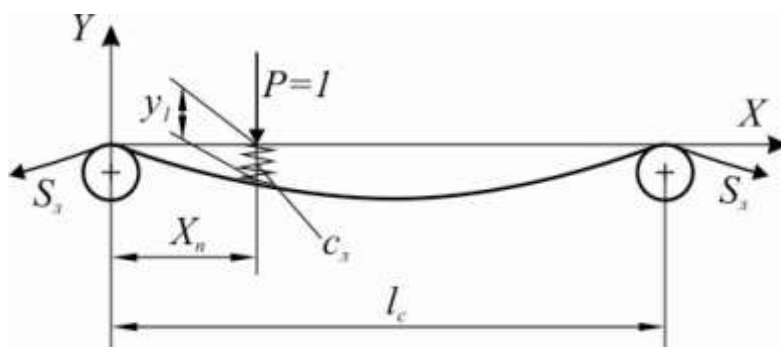


Рисунок 6 – Схема для определения жесткости конвейерной линии

Интегрируя дважды уравнение (5) с учетом граничных условий  $y(0) = 0$ ;  $y(l_c) = 0$  и условия, что функция Хэвисайда [7] равна в точке  $X_n$  нулю, получим:

$$y(x_n) = -\frac{1}{S_l} \cdot \frac{l_c - x_n}{l_c} x_n. \quad (6)$$

Жесткость конвейерной ленты в точке приложения силы  $P$  определим из выражения:

$$C_l = \frac{P}{y(x_n)} = -\frac{S_l \cdot l_c}{x_n(l_c - x_n)}. \quad (7)$$

Зависимость жесткости конвейерной ленты от расстояния между жесткими роликотпорами показана на рис. 7.

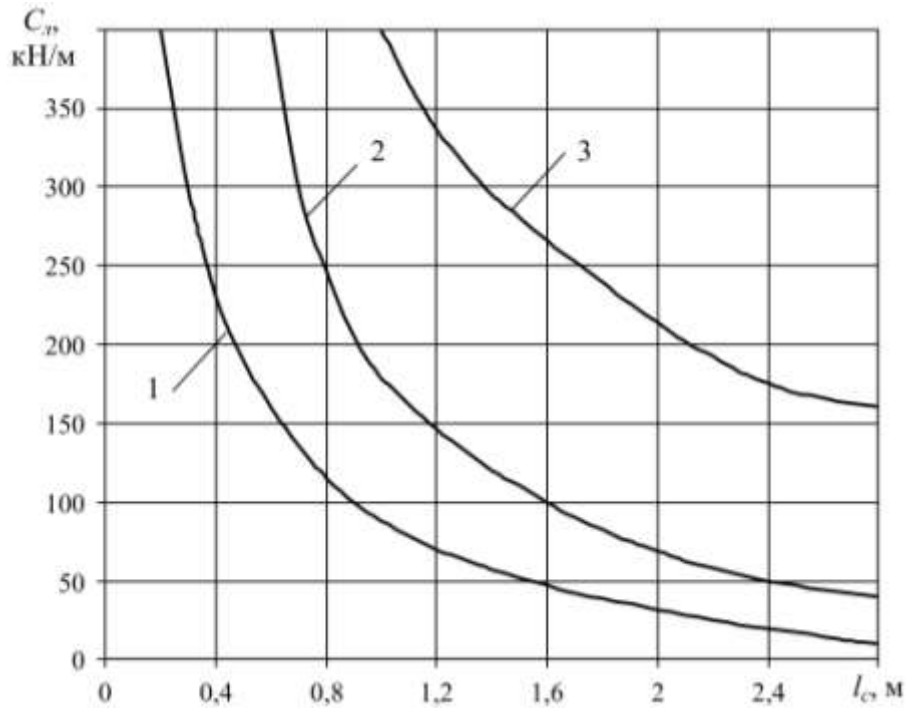
Анализ полученных данных (см. рис. 7) показал, что жесткость конвейерной ленты существенно зависит от начального натяжения ленты и шага расстановки опорных роликов. Основная лента с жесткостью ( $C_l$ ) и упругое основание (с жесткостью  $C_p$ ) воспринимают приложенную нагрузку одновременно и поэтому их общую жесткость определим из условия, что единичная сила  $P$  приложена в точке  $x = x_n$  установки пружины (см. рис. 6).

Дифференциальное уравнение системы конвейерная лента – упругое основание запишется в следующем виде (рис. 8):



$$S_{л1} \frac{d^2 y}{dx^2} = -C_{об} y(x_n) \delta(x - x_n) - \delta(x - x_n), \quad (8)$$

где  $S_{л1}$  – натяжение ленты после деформации ее на величину  $\delta$  под нагрузкой, определяемое из статического расчета;  $C_{об}$  – жесткость упругого основания;  $x$ ,  $x_n$  – соответственно текущая координата и координата точки приложения пружины и единичной силы;  $y(x_n)$  – прогиб системы в точке установки пружины;  $\delta(x - x_n)$  – единичная импульсная функция Дирака [7].



1 –  $S_n = 20$  кН; 2 –  $S_n = 40$  кН; 3 –  $S_n = 100$  кН

Рисунок 7 – Зависимость жесткости ленты от расстояния между опорами и натяжения ленты  $S_n$

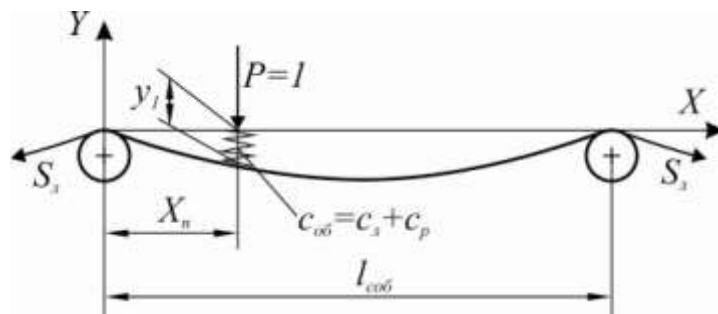


Рисунок 8 – Схема определения совместной жесткости ленты и упругих роlikоопор

Интегрируя дважды уравнение (8) с учетом граничных условий  $y(0) = 0$ ;  $y(l_c) = 0$ , и принимая, что функция Хевисайда [7] равна нулю в точке  $x_n$ , получим:

$$y(x) = \frac{1}{S_{л1}} \left( (x - x_n) C_{об} \cdot y(x_n) H(x - x_n) - (x - x_n) H(x - x_n) \right) + C_1 x + C_2, \quad (9)$$

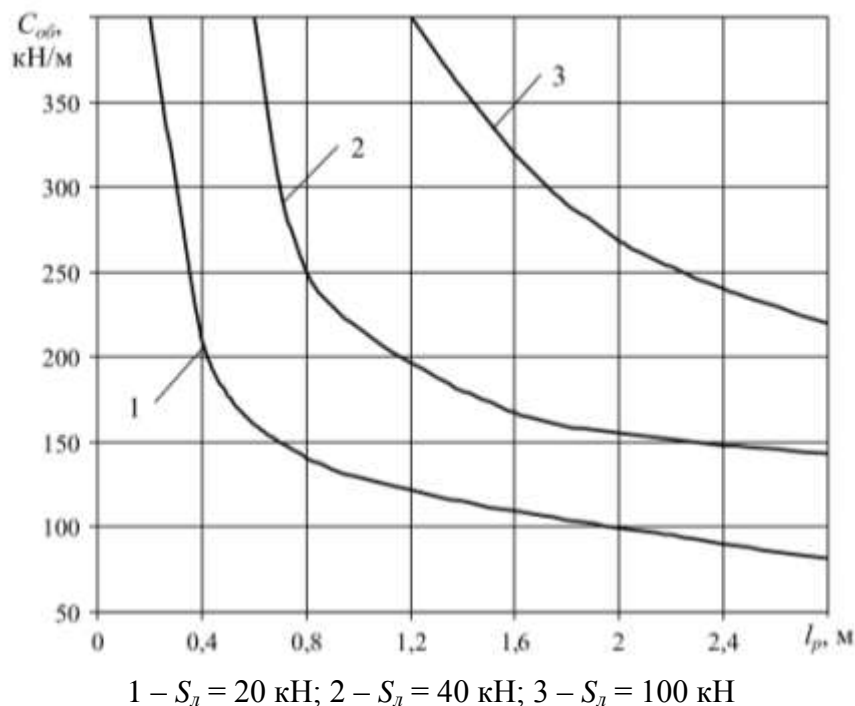
где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования;  $H(x - x_n) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > x_n \\ 0 & \text{при } x(x_n) \end{cases}$  – функция Хэвисайда;

$$y(x_n) = \frac{l_c - x_n}{2S_{л1} + (l_c - x_n)C_{об}}. \quad (10)$$

Совместная жесткость конвейерной ленты и упругого основания в случае нагружения единичной силой ( $P = 1$ ) определится из выражения:

$$C_{об} = \frac{1}{y(x_n)} = \frac{2S_{л1} + (l_c - x_n)C_p}{l_c - x_n}. \quad (11)$$

Зависимость жесткости конвейерной ленты и податливых роlikоопор ( $C_{об}$ ) от расстояния между опорами роликoв показана на рис. 9.



1 –  $S_{л1} = 20$  кН; 2 –  $S_{л1} = 40$  кН; 3 –  $S_{л1} = 100$  кН  
Рисунок 9 – Зависимость жесткости ленты и податливых роlikоопор ( $C_{об}$ ) от шага расстановки роlikоопор и натяжения ленты  $S_{л1}$

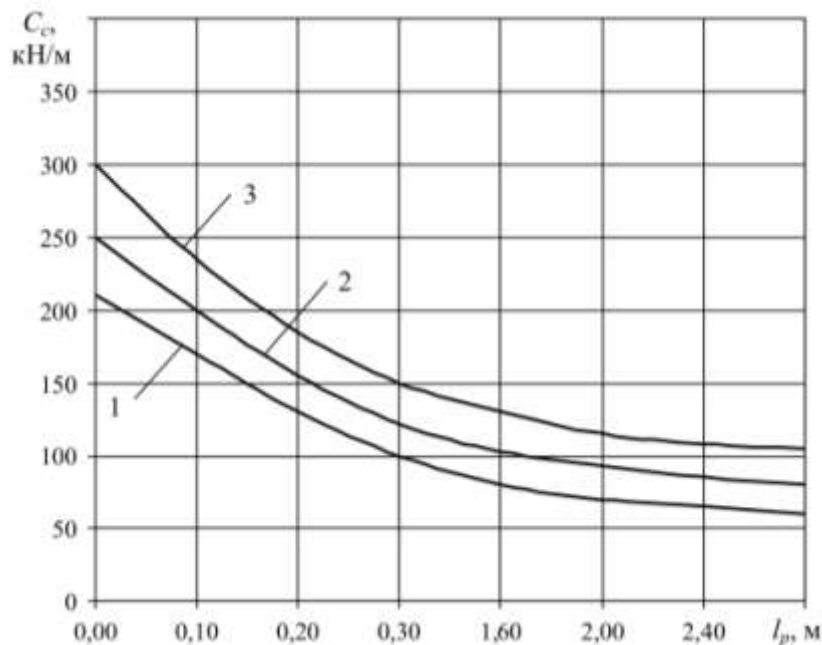
Нетрудно видеть из рис. 9, что с повышением натяжения ленты от 20 до 100 кН жесткость системы конвейерная лента – податливые роlikоопоры повышается при наиболее распространенном шаге расстановки опор ( $l_c = 1,0 - 1,2$  м) от 120 до 400 кН/м, а при увеличении шага расстановки роlikоопор снижается в 1,3–1,6 раза.

Упругое основание состоит из гибкой нити, на которой расположены средние ролики упругой подвески, имеющей натяжение  $S$  и упругие поддерживающие связи на расстоянии  $l_p$  друг от друга. Жесткость натянутой нити  $C_l$ , жесткость податливых роликкоопор ( $C_p$ ), жесткость упругой связи  $C_n$  – составные элементы упругой системы, связанные между собой последовательно. Общая жесткость системы определится из выражения

$$C = \frac{(C_l + C_p)C_n}{C_l + C_p + C_n}. \quad (12)$$

Для практических расчетов жесткость податливых роликкоопор и упругих подвесок определялась экспериментально на конвейерах Кривбасса (СевГЭК, НКГЭК) и фабрики 12 Удачинского ГОКа. Установлено [6], что жесткость упругой подвески, податливых роликкоопор и конвейерной ленты изменяется соответственно:  $C_n$  от 600 до 800 кН/м;  $C_p$  от 60 до 110 кН/м;  $C_l$  от 8 до 12 кН/м.

На рис. 10 показана зависимость жесткости системы конвейерная лента – упругое основание от шага расстановки податливых роликкоопор и натяжения дополнительной конвейерной ленты.



1 –  $S_l = 20$  кН; 2 –  $S_l = 40$  кН; 3 –  $S_l = 100$  кН

Рисунок 10 – Зависимость жесткости системы конвейерная лента – упругое основание от шага расстановки роликкоопор и натяжения ленты  $S_l$

Анализ полученных данных показал, что жесткость упругой системы грузочной секции существенно зависит от шага расстановки податливых роликкоопор ( $l_p$ ) и натяжения дополнительной ленты.

#### 4 Исследование колебаний конвейерной ленты на упругом основании под воздействием насыпного груза

На рис. 2 представлена расчетная схема динамической системы, состоящей из тяжелой гибкой нити, опирающейся на две жесткие желобчатые роликоопоры и упругое основание в виде системы податливых роликов, установленных на натянутой дополнительной ленте (первый пролет длиной  $l_c$ ). На втором пролете ( $l_{c1}$ ) порожняя лента не касается желоба роликоопор, расположенных на разной высоте с шагом  $l_p$ , и под воздействием равномерно распределенной нагрузки  $q_{об} = q_l + q_{ep}$  увеличивает натяжение  $S_{л4}$ , которое за счет уравнительного блока выравнивается на всем протяжении ленты. Исследуем поперечные и продольные колебания системы лента – упругое основание в пункте загрузки (первый пролет) под воздействием крупных кусков силой тяжести  $P_k$ , распределенных по случайному закону.

Согласно [2], такая динамическая система описывается уравнениями в частных производных второго порядка для поперечных и продольных колебаний. При этом принимаются следующие допущения:

- натяжение тяжелой нити – переменная величина, которая нелинейно зависит от ее прогиба;
- для коротких пролетов нити диссипацией энергии при колебаниях пренебрегаем.

Исследование основных динамических характеристик такой системы усложняется из-за существенной ее нелинейности при описании двухстороннего взаимовлияния поперечных и продольных колебаний.

Рассмотрим дискретный динамический аналог системы по методу, изложенному [8], с использованием расчетной схемы, представленной на рис. 2.

В этом случае значения приведенных масс дискретного аналога ( $m_l$ ,  $m_{ep}$ ) находим из условия равенства первых собственных частот при поперечных и продольных линейных колебаниях непрерывной и дискретной систем. Согласно методу Рэлея [8], приведенную массу груза можно определить из равенства собственных частот продольных колебаний непрерывной и дискретной систем:

$$\sqrt{\frac{EF}{\left(Q + \frac{1}{3}\rho l_k\right)l_k}} = \sqrt{\frac{EF}{l_k m_{ep}}}, \quad (13)$$

где  $EF$  – агрегатная жесткость ленты на растяжение;  $Q + \frac{1}{3}\rho l_k$  – совместная масса груза и ленты, кг;  $\rho$  – линейная плотность ленты, кг/м;  $l_k$  – длина ленты на 2-х пролетах, м;

$$m_{ep} = Q + \frac{1}{3}\rho l_k. \quad (14)$$

Приведенную массу динамического дискретного аналога найдем из условия равенства первых частот поперечных колебаний тяжелой упругой гибкой нити, натянутой постоянной силой  $S_{л4}$ , и груза с приведенной массой  $m_l$  [9]:

$$\frac{\pi}{l_c} \sqrt{\frac{S_{л4}}{\rho}} = 2 \sqrt{\frac{S_{л4}}{l_c m_l}}, \quad (15)$$

где  $S_{л4}$  – натяжение ленты, Н;  $l_c$  – длина первого пролета, м.

Из (11) после преобразований получим выражение для приведенной массы:

$$m_l = \frac{4l_c \rho}{\pi^2}. \quad (16)$$

Уравнения колебаний дискретной системы (см. рис. 2) в проекциях на оси Y, X, Z имеют вид:

$$\begin{cases} m_{zp} \frac{d^2 x}{dt^2} + S_{л4} = g G_{k2} K_{\partial} \cos \omega_2 t - W_c, \\ m_l \frac{d^2 y}{dt^2} + 2S_{л4} \sin \beta = -C_{об} y + P_k \cos \omega_1 t, \\ m_l \frac{d^2 z}{dt^2} = S_{л4} \cos \beta - S_{л4} \cos \beta = 0, \end{cases} \quad (17)$$

где  $W_c$  – сопротивление движению ленты по роликоопорам, Н.

Удлинение нити в любой точке  $x$  находим из выражения

$$S_{л4} = \frac{EF}{l_k} \Delta x, \quad (18)$$

где  $x$  – удлинение нити от воздействия нагрузки во втором пролете, м;  $\Delta x$  – удлинение нити при поперечных колебаниях, м.

Взаимосвязь между  $\Delta x$  и прогибом системы определяем из следующего соотношения (см. рис. 2):

$$y^2 + \left(\frac{l_c}{2}\right)^2 = \left(\frac{l_c}{2} + \frac{\Delta x}{2}\right)^2, \quad (19)$$

где  $\Delta x = \frac{2y^2}{l_k}$ , м;  $l_k = l_{c1} + l_{c2}$  – длина тяжелой гибкой нити, м.

С учетом (18), (19) и при условии, что  $\sin \alpha = 2y/l_c$ , система (17) после преобразований примет вид:

$$\begin{cases} m_{ep} \ddot{x} + 2 \frac{EF}{l_k} \left( x + \frac{2y^2}{l_k} \right) = gG_{k2} K_\delta \cos \omega_2 t - W_c, \\ m_l \ddot{y} + 4 \frac{EF}{l_k} \left( x + \frac{2y^2}{l_k} \right) \frac{y}{l_c} = -C_{об} y + P_k \cos \omega_1 t, \\ m_l \ddot{z} = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Система нелинейных уравнений (20) решалась при следующих граничных условиях:

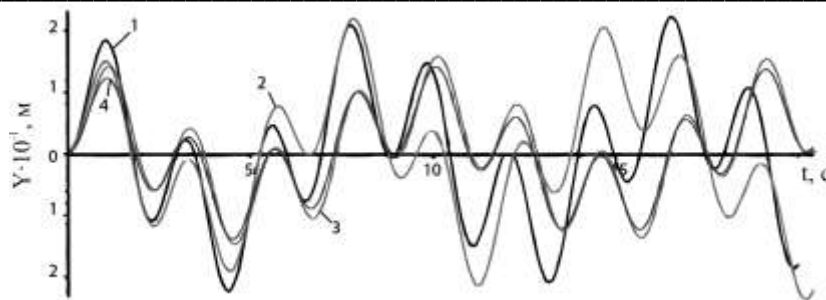
$$\text{при } z = \frac{l_c}{2}; y = 0; \quad \frac{d^2 y}{dz^2} = 0; \quad \text{при } z = -\frac{l_c}{2}; y = 0; \quad \frac{d^2 y}{dz^2} = 0; \quad (21)$$

Система нелинейных уравнений (20) учитывает взаимовлияние поперечных колебаний нити на упругом основании и колебаний ленты на 2-ом пролете под действием равномерно распределенной и сосредоточенной нагрузок.

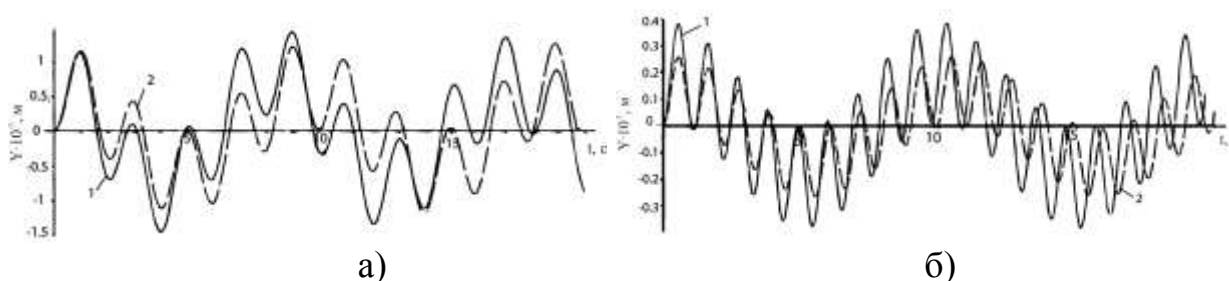
## 5 Решение и анализ полученных результатов

Система уравнений (20) с учетом граничных условий (21) решалась с помощью численного метода Рунге-Кутты [7] четвертого порядка с привлечением программного пакета Maple. Методикой моделирования и обработки полученных данных было предусмотрено создать осциллограммы колебаний системы под действием потока крупнокусовых грузов, сравнить их путем наложения друг на друга и построить амплитудно-частотную характеристику и декримент затухания колебаний системы.

Моделирование осциллограмм колебания упругой системы загрузочной секции выполнялось при постоянном периоде выпадения крупных кусков ( $T_1 = T_2 = 2,1$  с) и одинаковых ( $G_{k2} = P_k = 500$  Н) и разных массах  $G_{k2} = 1000$  Н;  $P_k = 500$  Н (рис. 11, кривая 2),  $G_{k2} = 200$  Н;  $P_k = 1200$  Н (рис. 11, кривая 4),  $G_{k2} = 1000$  Н;  $P_k = 2000$  Н (рис. 11, кривая 1); при одинаковых массах  $G_{k2} = P_k = 1500$  Н и переменном периоде ( $T_1 = T_2 = 0,3; 0,9; 1,8; 2,1$  с); при параметрах системы ( $m_l = 250$  Н;  $l_k = 1$  м,  $l_c = 6$  м;  $K_\delta = 2,5$  м;  $m_{ep} = 250$  кг;  $w_c = 0$ ;  $F = 0,024$  м<sup>2</sup>;  $E = 2,0 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $C_{об} = 98$  кН/м (рис. 12). Периоды выпадения кусков определялись по формулам  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ ;  $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$ . Натяжение ленты принималось из статического расчета  $S_l = 50000$  Н.



1, 2 – при  $T_1 = T_2 = 2,1$  с;  $G_{к2} = 1000$  Н;  $P_{к} = 2000$  Н;  
 3, 4 – при  $T_1 = T_2 = 2,1$  с;  $G_{к2} = 200$  Н;  $P_{к} = 1200$  Н;  
 1, 3 – без учета продольных колебаний; 2, 4 – с учетом продольных колебаний  
 Рисунок 11 – Смоделированные осциллограммы колебаний упругой системы  
 грузочной тележки



а) при  $T_1 = T_2 = 0,9$  с;  $G_{к2} = P_{к} = 1500$  Н; б) при  $T_1 = T_2 = 1,8$  с;  $G_{к2} = P_{к} = 1500$  Н;  
 кривая 1 – с учетом продольных колебаний; 2 – без учета продольных колебаний  
 Рисунок 12 – Смоделированные осциллограммы колебаний упругой системы  
 грузочной тележки

При случайных законах выпадения крупных кусков различных масс (по нормальному закону) и интервалов (по экспоненциальному закону) принималось:  $T_1 = T_2 = 2,1; 1,7; 0,5; 1,2; 2,1; 0,5; 0,9; 0,3; 2,1; 0,3$ , которым соответствовали  $G_{к2} = 1500$  Н;  $P_{к} = 1000$  Н;  $G_{к2} = 900$  Н;  $P_{к} = 2000$  Н;  $G_{к2} = 2000$  Н;  $P_{к} = 1000$  Н;  $G_{к2} = 1300$  Н;  $P_{к} = 500$  Н;  $G_{к2} = 500$  Н;  $P_{к} = 1400$  Н;  $G_{к2} = 1500$  Н;  $P_{к} = 800$  Н;  $G_{к2} = 700$  Н;  $P_{к} = 2000$  Н;  $G_{к2} = 1300$  Н;  $P_{к} = 1200$  Н (рис. 13).

Результаты моделирования колебаний системы лента – упругое основание грузочной секции при воздействии на нее потока крупных кусков с постоянными и переменными массами и периодом нагружения представлены на рисунках 11–13, а их обработка на рис. 14 и 15. Анализ полученных результатов показал, что при постоянном периоде взаимодействия потока крупных кусков разной массы с упругой системой грузочной тележки амплитуда колебаний системы увеличивается с повышением масс  $G_{к2}$  и  $P_{к}$  и при их максимальных значениях  $G_{к2} = 1000$  Н и  $P_{к} = 2000$  Н (см. рис. 11, кривая 1) амплитуда колебаний достигает 0,18 м; при  $G_{к2} = 200$  Н;  $P_{к} = 1000$  Н амплитуда колебаний системы снижается (см. рис. 11, кривая 3) до 0,09 м. Учет продольных колебаний (см. рис. 11, кривая 2 и кривая 4) снижает амплитуды колебаний в 1,3–1,4 раза. При

этом колебания системы происходят относительно точки максимального прогиба тяжелой нити, вызванного действием равномерно распределенной нагрузки.

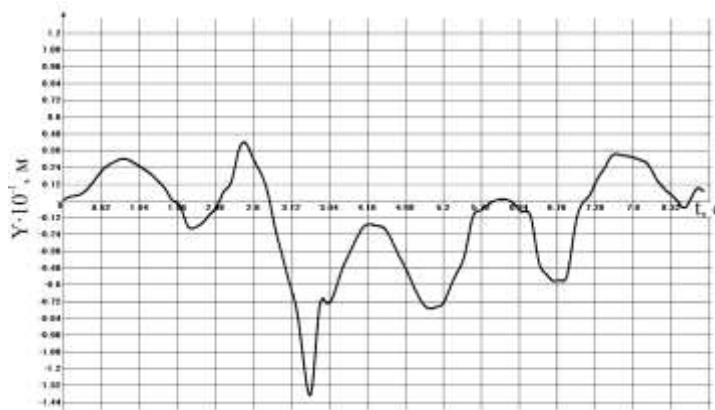


Рисунок 13 – Смоделированная осциллограмма колебаний упругой системы грузозачной тележки при внешнем воздействии потока крупных кусков со случайными массой и интервалом между ними

Уменьшение частоты выпадения крупных кусков (см. рис. 12,а,б) приводит к увеличению амплитуды колебаний (см. рис. 12,а, кривые 1, 2 и рис. 12,б, кривые 1, 2) от 0,038 м до 0,1 м. Это означает, что сила высокой частоты не вызывает ощутимых колебаний в низкочастотной упругой системе, последняя, как бы, не успевает отзываться на весьма быстрые изменения возмущающей силы. Продольные колебания (см. рис. 12,а,б, кривая 1) снижают амплитуду колебаний в 1,2–1,3 раза.

При случайном нагружении (см. рис. 13) амплитуда колебаний достигает 0,14 м, и движение системы, практически, происходит по синусоиде, когда возмущающая сила изменяется по гармоническому закону [10]. В этом случае пиковые значения амплитуд возрастают по линейному закону (рис. 14) и за короткий промежуток времени не обращаются в бесконечность, а имеют конечную амплитуду из-за значительных диссипативных сил в упругой системе грузозачной тележки.

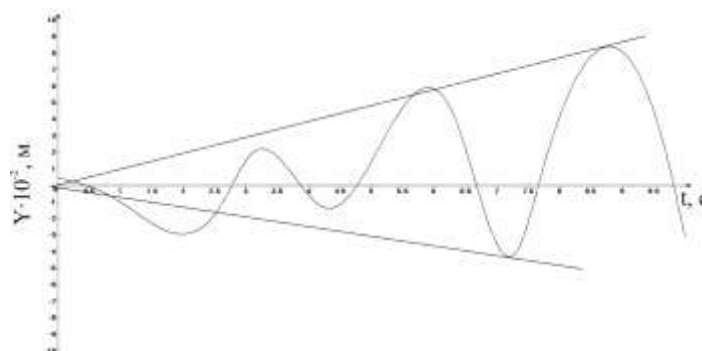


Рисунок 14 – График движения упругой системы при приближении к резонансным частотам



Из рис. 15 наглядно видно, что при низких частотах система находится вблизи резонанса. Однако амплитуда колебаний имеет конечную величину.

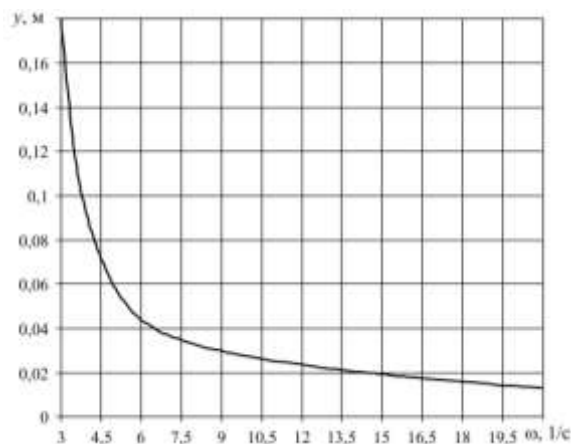


Рисунок 15 – Амплитудно-частотная характеристика колебаний упругой системы грузочной тележки.

### Выводы

1 Амплитуда поперечных колебаний упругой системы грузочной тележки существенно зависит от массы крупных кусков, периода их воздействия, продольных колебаний и диссипативных сил в упругой системе грузочной тележки.

2 При низких частотах возмущающей силы амплитуда колебаний упругого основания увеличивается от 0,038 до 0,1 м. При этом высокие частоты возмущающей силы не вызывают ощутимых колебаний в низкочастотной упругой системе, так как она не успевает отзываться на весьма быстрые изменения силы.

3 При случайном нагружении упругой системы амплитуда колебаний достигает 0,14 м, а движение системы происходит практически по синусоиде, если возмущающая сила изменяется по гармоническому закону.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 1344701, МКИ<sup>5</sup> В65 G 47/68. Передвижной перегрузочный конвейер / Е. Е. Новиков, В. Ф. Монастырский, В. К. Каратаевский, В. И. Плахотник, Н. Г. Карачабан. – № 3987261; Заявл. 12.12.85; Оpubл. 15.10.87, Бюл. № 48. – 2 с.
2. Кочнева, О. В. Разработка метода расчета грузочных секций распределительных конвейеров и средства повышения их надежности при транспортировании крупнокузовых грузов: автореф. дис.... канд. техн. наук: 05.05.06 «Горные машины» / О. В. Кочнева. – Иркутск, 2005. – 18 с.
3. Дмитриев, В. Г. Анализ поперечного движения ленты на ставе конвейера / В. Г. Дмитриев // Шахтный и карьерный транспорт. – М.: Недра, 1974. – №1. – С. 102–109.
4. Тимошенко, С. П. Курс теории упругости / С. П. Тимошенко. – Киев: Наук. думка, 1972. – 508 с.
5. Яблонский, А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С. С. Норенко. – М.: Высшая школа, 1975. – 248 с.
6. Монастырский, В.Ф. Разработка методов и средств управления надежностью мощных ленточных конвейеров: автореф. дис.... д-ра техн. наук: 05.05.06 «Горные машины» / В.Ф. Монастырский. – Днепрпетровск: ИГТМ НАНУ, 1991. – 37 с.
7. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Недра, 1974. – 832 с.

8. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
9. Вертикальный транспорт на горных предприятиях / В. Н. Потураев, А. Г. Червоненко, Л. В. Колосов, В. В. Беспалько. – М.: Недра, 1975. – 351 с.
10. Пановко, Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Поновко. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.

#### REFERENCES

1. Novikov, E. E., Monastyrsky, V.F., Karataevsky, V.K., Plachotnick, V.I, Karachaban, N.G., copyright certificate. 1344701, MKI V65 G 47/68, *Movable shifting conveyer* - № 3987261; statement. 12.12.85; printed 15.10.87, bulletin № 48. – 2.
2. Kochneva, O.V. (2005) «Development method of calculation of load sections of distributive conveyers and mean of increase of their reliability at the portage of large lump loads», Abstract of Ph. D. dissertation, 05.05.06 «Mining mashines», Irkutsk, Russia.
3. Dmitriev, V.G. (1974), «Analyze transversal motion of ribbon on stave of conveyer, mine and quarry transport», *Mining and open pit transport*, Nedra, Moscow, no.1, pp. 102-109.
4. Timoshenko, S.P. (1972), *Kurs teorii uprugosti* [Course theories of resiliency], Naukova dumka, Kiev, USSR.
5. Yablonskiy, A.A. and Norenko, S.S. (1975), *Kurs teorii kolebaniy* [Course theories of vibrations], High school, Moscow, USSR.
6. Monastyrsky, V.F. (1991), «Development methods and facilities of management by reliability of powerful band conveyers», abstract of D.Sc dissertation, 05.05.06 «Mining mashines», Dnepropetrovsk, Ukraine.
7. Korn, G. and Korn, T. (1974), *Spravochnik po matematike dlya nauchnikh rabotnikov I inzhenerov* [ Directory on mathematics for research workers and engineers], Nedra, Moscow, USSR.
8. Timoshenko, S.P. (1967), *Kolebaniya v inzhenernom dele* [ Vibration on engineering business], Science, Moscow, USSR.
9. Poturaev, V.N., Chervonenko, A.G., Kolosov, V.V. and Bepalko, L.V. (1975), *Vernikalniy transport na gornyykh predpriyatiyakh* [Vertical transport on mine enterprises], Nedra, Moscow, USSR, 1975.
10. Panovko, Y. G. (1976), *Osnovy prikladnoy teorii kolebayiy I udara* [Basics applied theory of vibrations and blow], Mashinostroenie, Leningrad, USSR.

#### Об авторах

**Монастырский Виталий Федорович**, доктор технических наук, профессор, старший научный сотрудник в отделе физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепропетровск, Украина, [vfmon@mail.ru](mailto:vfmon@mail.ru)

**Кирия Руслан Виссарионович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник в отделе физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепропетровск, Украина, [kiriya\\_igtm@ukr.net](mailto:kiriya_igtm@ukr.net)

**Номеровский Денис Анатольевич**, аспирант в отделе физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепропетровск, Украина, [office.igtm@nas.gov.ua](mailto:office.igtm@nas.gov.ua)

**Ванин Станислав Романович**, инженер в отделе физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепропетровск, Украина, [office.igtm@nas.gov.ua](mailto:office.igtm@nas.gov.ua)

#### About the authors

**Monastyrsky Vitaly Fedorovich**, Doctor of Technical Sciences (D. Sc), Professor, Senior Researcher in Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, [vfmon@mail.ru](mailto:vfmon@mail.ru)

**Kiriya Ruslan Vissarionovich**, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Senior Researcher, Senior Researcher in Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, [kiriya\\_igtm@ukr.net](mailto:kiriya_igtm@ukr.net)

*Nomerovsky Denis Anatolyevich*, Doctoral Student in Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, [office.igtm@nas.gov.ua](mailto:office.igtm@nas.gov.ua)

*Vanin Stanislav Romanovich*, Master of Science, Engineer in Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, [office.igtm@nas.gov.ua](mailto:office.igtm@nas.gov.ua)

**Анотація.** В представлений статті приведено результати досліджень поперечно-подовжніх коливань пружної системи стрічка – пружна основа завантажувальної секції розподільного конвеєра під впливом зовнішнього рівномірно-розподіленого навантаження і навантаження крупними кусками з постійними і змінними масами і періодами дії. Розглянуто питання моделювання зовнішньої дії потоком насипного вантажу, жорсткості пружної системи завантажувальної секції і статичного її розрахунку при розподіленому і точковому навантаженні. Одержано закономірності зміни жорсткості системи від натягнення стрічки і кроку розстановки роликкоопор. Обґрунтовано розрахункову схему для визначення поперечно-подовжніх коливань системи під зовнішньою дією і систему рівнянь з початковими і граничними умовами, яка розв'язувалася методом Рунге-Кутта четвертого порядку із застосуванням програмного пакету Maple. Виконано аналіз і узагальнення отриманих результатів.

Встановлено, що подовжні коливання зменшують поперечні. Високочастотна збурююча сила не викликає відчутних коливань в низькочастотній пружній системі, оскільки вона не встигає озиватися на швидкі зміни сили. При випадковому навантаженні амплітуда коливань досягає 0,1–0,14 м і рух системи, практично, відбувається як при зміні збурюючої сили по гармонійному закону. При низьких частотах система знаходиться поблизу резонансу. Проте амплітуда коливань має кінцеву величину через значні дисипативні сили в пружній системі.

**Ключові слова:** крупний кусок, період, маса, пружна система, коливання, дисипативні сили, амплітудно-частотна характеристика.

**Abstract.** This article presents results of researches of transversal-longitudinal vibrations of a resilient system “belt - resilient foundation” in the charging section of distributing conveyer when the belt is charged by evenly-distributed weights or lumps (external impact) with constant or variable masses and time periods of the impact. Problems of simulating of external impact by stream of bulk weights, rigidity of the resilient system in the charging section and calculation of the system statics under distributed and point loads are considered. Mechanism of the system rigidity changing is described depending on the belt tautness and span of the roll supports placing. A calculation model is presented for specifying the system transversal-longitudinal vibrations under external impact including a system of equations with initial and boundary conditions, which were solved with the help of the Runge-Kutta method of the fourth order and the Maple software package. The findings were analyzed and generalized.

It is stated that longitudinal vibrations reduce the transversal vibrations. High-frequency disturbing force does not cause perceptible vibrations in the low-frequency resilient system as the system too slowly responds to the very quick changes of the force. At the random charging of the system, vibration amplitude reaches 0,1-0,14 m, and, actually, the system vibrates at the same way as it vibrates when the disturbing force changes by the harmonic law. At low frequencies, the system is almost in resonance. However, the vibration amplitude features limited size due to the action of considerable dissipative forces in the resilient system.

**Keywords:** lumps, period, mass, low frequency resilient system, vibrations, dissipative forces, amplitude-frequency response.

*Статья поступила в редакцию 30.01. 2013*

*Статья рекомендована к печати д-ром техн. наук В.П. Надутым*

УДК 62-671:678.074:620.173

**В.П. Надутый**, д-р техн. наук, профессор,  
**В.В. Сухарев**, канд. техн. наук, науч. сотр.  
(ИГТМ НАН Украины),  
**Д.В. Белюшин**, аспирант  
(ГВУЗ «НГУ»)

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭФФЕКТА ОБЪЕМНОГО  
СЖАТИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЗАЩИТНЫХ  
ПОКРЫТИЙ ИЗ ЭЛАСТОМЕРОВ**

**В.П. Надутый**, д-р техн. наук, професор,  
**В.В. Сухарев**, канд. техн. наук, наук. співр.  
(ИГТМ НАН України),  
**Д.В. Белюшин**, аспірант  
(ДВУЗ «НГУ»)

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЕФЕКТУ ОБ'ЄМНОГО  
СТИСНЕННЯ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ПАРАМЕТРІВ ЗАХИСНИХ  
ПОКРИТТІВ З ЕЛАСТОМЕРІВ**

**V.P. Naduty**, D.Sc. (Tech.), Professor,  
**V.V. Sukharyev**, Ph.D. (Tech.), Researcher  
(IGTM NAS of Ukraine),  
**D.V. Beliushin**, Doctoral Student  
(SHEI «NMU»)

**RESEARCH OF INFLUENCE THE EFFECT OF VOLUME COMPRES-  
SION AT DETERMINATION OF PARAMETERS OF  
SHEETING FROM ELASTOMERS**

**Аннотация.** Приведены результаты экспериментальных исследований влияния объемного сжатия при контактных деформациях защитных покрытий из эластомеров рабочих поверхностей горных машин при ударных нагрузках. Показано, что контактная жесткость деформируемой резиновой пластины футеровки увеличивается на 20-45 % по отношению к жесткости элементарного объема под индентором в результате влияния объемного сжатия эластичного материала пластины, вмещающей элементарный объем в зоне деформирования. Установлены зависимости силы вдавливания от площади резиновой футеровки и ее твердости при постоянной глубине вдавливания индентора в линейной зоне деформации резины. Рекомендовано в расчетах толщины футеровки при максимальных ударных нагрузках от падающих кусков горной массы учитывать установленный поправочный коэффициент путем увеличения динамического модуля сжатия эластомера. Приведена формула для пересчета твердости резины на модуль, используемый в расчетах.

**Ключевые слова:** резина, статический модуль, сила вдавливания.

Широкое использование полимеров в машиностроении позволяет снижать энергопотребление и металлоемкость машин и оборудования, повышать их надежность и ремонтпригодность.