УДК 622.73:621.926.002

Г.Н. Агальцов, инженер, мл. научн. сотр.
(ИГТМ НАН Украины)

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С УПРУГО-НАСЛЕДСТВЕННЫМИ СВЯЗЯМИ

Аннотация. Рассматривается решение задачи вынужденных колебаний линейных систем с упруго-наследственными связями для определения параметров одномассных линейных зарезонансных систем (таких как одномассные питатели, окомкователи смесители, вихревые смесители, дробилки).

Ключевые слова: колебания, резонанс, смеситель, дробилка

G.N. Agaltsov, Engineer, Junior Researcher
(IGTM NASU)

TO THE DECISION OF A PROBLEM OF FORCED VIBRATIONS OF LINEAR SYSTEMS WITH ELASTIC-HEREDITARY CONNECTIONS

Abstract. The decision of a problem of forced vibrations of linear systems with elastic-hereditary connections which one was friend to use for definition of arguments of linear onemass overresonance systems (such as onemass feeders, pelletizers mixers, swirl mixers, granulating machines) is esteemed.

Keywords: Oscillations, resonance, mixer, grinder

Рассмотрим динамику одномассных зарезонансных систем с упруго-наследственными связями, обладающих большой диссипацией и большими линейными деформациями. Примерами таких систем могут служить одномассные горные питатели типа ВПР, окомкователи-смесители, вихревые смесители, различные дробилки, работающие в горно-металлургическом производстве. Общепринятая схема таких машин показана на рисунке 1.

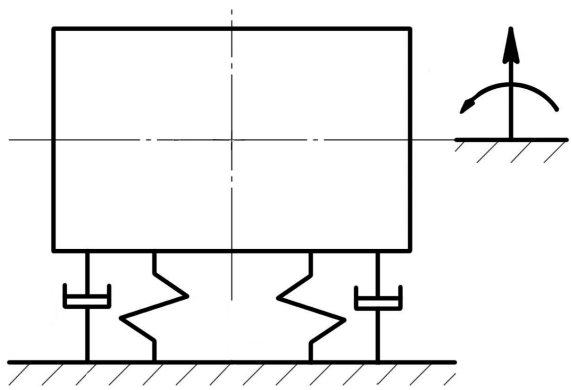

Рис. 1 – Схема одномассной системы с упруго-наследственными связями

Рассмотрим случай вынужденных колебаний, обусловленных внезапным приложением гармонической нагрузки

$$f(t) = a_0 \gamma'(t) \sin \omega t, \tag{1}$$

где $\gamma'(t)$ – гамма-функция.

Такая форма нагрузки приводит вследствие симметрии к совпадению скелетной кривой с осью времени. Поэтому для получения приближенного решения можно воспользоваться выражением [1]

$$y(t) = (\Omega - \Omega_1)^{-1} a_0 \int_0^t R_1(t-\tau) \sin \omega \tau d\tau. \tag{2}$$

К квадратурам типа (2) сводятся задачи, связанные с анализом переходных процессов в динамических системах с упруго-наследственными связями. В этом случае уравнение вынужденных колебаний осциллятора будет в виде

$$\ddot{y}+\omega_t^2 y=a\sin\omega t, \tag{3}$$

где

$$\omega_t^2=\omega_0^2\left(1-K^*\right).$$

Стационарное решение символико-дифференциального уравнения (3) можно получить, используя метод неопределённых коэффициентов. Пусть

$$y=M\sin\omega t+N\cos\omega t.$$

Подставив y в (3), получим систему из двух алгебраических уравнений первой степени для определения M и N. Однако применение такого метода для решения в замкнутой форме задач о колебаниях непрерывных систем приводит к существенным математическим трудностям, а при исследовании колебаний дискретных систем удваивается порядок определителей системы. Поэтому при решении стационарных задач динамики упруго-наследственных систем большое распространение получил метод комплексных амплитуд [2], согласно которому решение уравнений типа (3) следует искать в виде $y = I_m(A\cdot e^{i\omega t})$. Аналитическое выражение для комплексной амплитуды совпадает в этом случае с аналогичным выражением, полученным в предположении об идеальной упругости материала.

Применение метода интегральных операторов к решению стационарных задач основано на использовании свойства коммутативности операторов K^* и d^n/dt^n при действии на любую n раз дифференцируемую функцию времени [3], т.е.

$$\frac{d^n}{dt^n}K^*\varphi(t)=K^*\frac{d^n}{dt^n}\varphi(t), \tag{4}$$

где

$$K^*=f\left(K_1^*,K_2^*,\ldots,K_m^*\right)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\prod_{i=1}^{m}K_i^{*a_{im}} \qquad \left(a_{in}=0,1,2\ldots\right). \tag{5}$$

Действительно, применяя в композиции (5) известную формулу Дирихле

$$K_i^*K_j^*=Z_{ij}^*, \tag{6}$$

где

$$Z_{ij}^*\varphi(t)=\int_{-\infty}^{t}Z_{ij}(t-s)\varphi(s)ds;$$

$$Z_{ij}^*(t-s)=\int_{s}^{t}K_i(t-z)K_j(z-s)dz,$$

находим

$$K^*\varphi(t)=\int_{-\infty}^{t}K(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau.$$

Тогда

$$\frac{d^n}{dt^n}K^*\varphi(t)=\frac{d^n}{dt^n}\int_{-\infty}^{t}K(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau=\frac{d^n}{dt^n}\int_{0}^{\infty}K(z)\varphi(t-z)dz=$$

$$=\int_{0}^{\infty}K(z)\frac{d^n}{dt^n}\varphi(t-z)dz=K^*\frac{d^n}{dt^n}\varphi(t).$$

Согласно (4) задачи о чисто вынужденных колебаниях упруго-наследственных систем следует решать так же, как и в случае идеальной упругости материала, и лишь в окончательном результате нужно заменить упругие константы соответствующими операторами. При этом предполагается, что механические свойства материала не изменяются с течением времени. В общем случае решение такой задачи для несжимаемости материала можно представить в виде

$$v(t)=\sum_{i=1}^{\infty}\Phi_i\left(G_{1t},\ldots,G_{nt}\right)\varphi_i(t), \tag{7}$$

где $\varphi_1(t)$ – периодические функции времени;

Φ_i – рациональные функции интегральных операторов для дискретных систем.

Рассмотрим частный случай [4], когда

$$v(t)=\frac{F_1\left(1-\sum_{i=1}^{s}h_{1i}K_{1i}^*\right)\sin\omega t+F_2\left(1-\sum_{i=1}^{r}h_{2i}K_{2i}^*\right)\cos\omega t}{1-\sum_{i=1}^{m}h_iK_i^*}, \tag{8}$$

где h_i, h_{1i}, h_{2i}, F_1 и F_2 – постоянные.

Избавляясь в (8) от знаменателя, получаем

$$y(t)-\int_{-\infty}^{t}K(t-\tau)y(\tau)d\tau=Q_1\sin\omega t+Q_2\cos\omega t, \tag{9}$$

где

$$K(t-\tau)=\sum_{i=1}^{m}h_iK_i(t-\tau);$$

$$Q_1=F_1\left(1-A_1-B_2\right);\quad Q_2=F_2\left(1-A_2+B_1\right);$$

$$A_1=\int_0^{\infty}K_1(z)\cos\omega z dz;\quad A_2=\int_0^{\infty}K_2(z)\cos\omega z dz;$$

$$B_1=\int_0^{\infty}K_1(z)\sin\omega z dz;\quad B_2=\int_0^{\infty}K_2(z)\sin\omega z dz;$$

$$K_1(z)=\sum_{i=1}^{s}h_{1i}K_{1i}(z);\quad K_2(z)=\sum_{i=1}^{r}h_{2i}K_{2i}(z).$$

Решение уравнения (9) следующее:

$$y=T\cos\left(\omega t-\varphi\right), \tag{10}$$

где

$$T=\frac{\sqrt{Q_1^2+Q_2^2}}{C^2+B^2};\quad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{Q_1c+Q_2B}{Q_2c+Q_1B};$$

$$c=1-A;\quad A=\int_0^{\infty}K(z)\cos\omega z dz;$$

$$B=\int_0^{\infty}K(z)\sin\omega z dz.$$

Изложенный алгоритм решения задач о вынужденных колебаниях линейных систем удобно использовать для определения параметров одномассных линейных зарезонансных систем с упруго-наследственными упругими связями [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потураев, В.Н. Прикладная механика резины / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, И.И. Круш. – Киев: Наук. думка, 1975. – 216 с.
2. Бленд, Д. Теория линейной вязко-упругости / Д. Бленд. – М.: Мир, 1965. – 116 с.
3. Круш, І.І. Дослідження вимушених коливань стержня з врахуванням післядії матеріалу / І.І. Круш // Доп. АН УРСР. – 1964. – № 5. – С. 589-592.
4. Круш, И.И. Интегро-операторный метод исследования демпфирующих свойств упруго-наследственных систем / И.И. Круш // Изв. АН СССР. Механика. – 1965, – № 6. – С. 90-94.
5. Агальцов, Г.Н. Виброизоляция вихревых смесителей аглофабрик с помощью резиновых элементов / Г.Н. Агальцов // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. трудов / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2013. – Вып. 108. – С. 185-196.

REFERENCES

1. Poturaev, V.N., Dyrda, V.I. and Krush, I.I. (1975), *Pricladnaia mehanika reziny* [Applied mechanics of rubber], Naukova dumka, Kiev, USSR.
2. Blend, D. (1965), *Teoriia lineinoi viazko-uprugosti* [The theory linear it is viscous-elasticity], Mir, Moscow, USSR.
3. Krush, I.I. (1964), Doslidzhennia vimushenikh kolivan sterzhnia z vrahuvanniam pisliadiï materialu [Research of forced oscillations of the rod with the account after-effect of material], *Dop. AN USSR*, pp. 589-592.
4. Krush, I.I. (1965), Integro-operatornyi metod issledovaniya dempfiruyushchikh svoistv uprugo-nasledstvennykh sistem [Integro-operational method of research of damping properties of elastic-hereditary systems], *Izvestiya AN SSSR*. Mekhanika, № 6, pp. 90-94.
5. Agaltsov, G.N. (2013) Vibroizoliatciya vikhrevykh smesitelei aglofabrik s pomoshchyu rezinovykh elementov [Vibration insulation of whirlwind amalgamators of sinter plants by means of rubber elements], *Geo-Technical Mechanics*, pp. 185-196.

Об авторе

Агальцов Геннадий Николаевич, инженер, младший научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина

About the author

Agaltsov Gennady Nikolaevich, Engineer, Junior Researcher of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

УДК 678.074: 539.3

Ю.М. Овчаренко, канд. техн. наук, доцент
(ДДАУ)
Л.М. Бондаренко, канд. техн. наук, доцент
(ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна)

УТОЧНЕННЯ ДО РОЗРАХУНКУ ДИСКОВИХ МУФТ ТА ГАЛЬМ

Аннотация. Запропонована методика знаходження середньої величини радіусу поверхні тертя дискових гальм та муфт з урахуванням їх основної фізичної задачі – перетворення механічної енергії в теплову.

Ключові слова: поверхня тертя, муфта, гальма

Yu.N. Ovcharenko, Ph. D. (Tech.), Associate Professor
(DSAU),
L.N. Bondarenko, Ph. D. (Tech.), Associate Professor
(V. Lazaryan DNURT)

UPDATE TO THE CALCULATION DISC CLUTCHES AND BRAKES

Abstract. We present the technique of finding the average radius of the friction surface of disc brakes and clutches with regard to their basic physical problem – converting mechanical energy into heat.

Keywords: friction surface, clutch, brakes

Одним з найбільш відповідальних вузлів, які визначають надійність і безпеку експлуатації машин та механізмів є гальмівні пристрої. Значення гальмівних пристроїв ростуть у зв’язку з інтенсифікацією виробництва, збільшенням рухомих мас, швидкістю переміщень і частот гальмувань.

Особливо необхідно відзначити, що протягом короткого проміжку часу гальмо і муфта виконують одночасно дві задачі: технічну – здійснити процес гальмування або з’єднання, і фізичну – перетворити механічну енергію в теплову.

Дискові гальма отримали розповсюдження в автомобілях та кранобудуванні. В проектних розрахунках [1-4] гальмівний момент дискового гальма визначається за формулою

$$M_г = mfNR_{ср}, \tag{1}$$

де N – осьове зусилля;
f – коефіцієнт тертя;
m – число пар поверхонь тертя;
$R_{ср}$ – їх середній радіус.

В [1-4] середній радіус тертя знаходиться виходячи із радіуса дії усіх елементарних сил по площині тертя інтегруванням тертя, що виникає на кільцевій площині шириною $d\rho$ на відстані ρ від осі обертання та при тиску p на цій площині

$$M_г = 2\pi fp\int_r^R \rho d\rho = \frac{2}{3}\pi fp\left(R^3 - r^3\right). \tag{2}$$

Оскільки загальна осьова сила

$$N = 2\pi p\int_r^R \rho d\rho = \pi\rho\left(R^2 - r^2\right), \tag{3}$$

то після підстановки виразів (2) і (3) в (1) отримаємо