

УДК 622.5: 628.35

**Н.Н. Беляев**, д-р техн. наук, профессор  
(ДНУЖТ им. В. Лазаряна)  
**Н.П. Нечитайло**, канд. техн. наук, доцент  
(ГВУЗ «ПГАСА»)

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКУПОРИВАНИЯ ПОР МЕМБРАНЫ ПРИ УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИИ ШАХТНЫХ ВОД**

**М.М. Біляєв**, д-р техн. наук, професор  
(ДНУЖТ ім. В. Лазаряна)  
**Н.П. Нечитайло**, канд. техн. наук, доцент  
(ДВУЗ «ПДАБА»)

## **МОДЕЛЮВАННЯ ЗАКУПОРЮВАННЯ ПОР МЕМБРАНИ ПРИ УЛЬТРАФІЛЬТРАЦІЇ ШАХТНИХ ВОД**

**N.N. Belyaev**, D.Sc. (Tech.), Professor  
(DNURT named after V. Lazaryan)  
**N.P. Nechytskylo**, Ph.D. (Tech.), Associate Professor  
(SHEI «PSACEA»)

## **MATHEMATICAL MODELING OF THE MEMBRANE PORE CLOSING IN THE CASE OF THE ULTRAFILTRATION OF MINE WATERS**

### **Аннотация.**

Ультрафильтрация является одним из наиболее перспективных методов очистки сточных вод. При применении данного метода очень важно прогнозировать процесс закупоривания пор мембраны. В работе представлено численная модель для расчета этого процесса. В основу модели положено уравнение движения идеальной жидкости и уравнение массопереноса. Для численного моделирования моделирующих уравнений используются разностные схемы. Численный расчет осуществляется на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и ее изменения в силу закупоривания поры применяется метод маркирования. Модель позволяет рассчитать процесс закупоривания поры при использовании компьютеров малой и средней мощности. Время расчета одного варианта задачи составляет несколько секунд. Представляются результаты проведенного вычислительного эксперимента.

**Ключевые слова:** численное моделирование, ультрафильтрация, закупоривание поры мембраны.

**Введение.** Одной из важных экологических проблем в горнорудной отрасли является повышение качества очистки шахтных вод. Для решения этой проблемы начинает применяться ультрафильтрация – один из наиболее перспективных методов очистки. Но при применении ультрафильтрации возникает один отрицательный эффект – закупоривание пор мембраны с течением времени.

Поэтому производительность мембран падает, что соответственно влияет на качество очистки шахтных вод. В этой связи крайне важно иметь расчетные методики, которые позволяли бы на этапе принятия проектных решений по очистке шахтных вод прогнозировать эффективность работы мембран для конкретных условий эксплуатации. Поскольку процесс закупоривания поры мембраны является крайне сложным, то создание методик прогноза - очень сложная задача [1, 6, 7]. Целью данной работы является разработка CFD модели для прогнозирования процесса закупоривания поры мембраны при ультрафильтрации.

### Моделирующие уравнения.

Рассматривается процесс фильтрации воды, содержащей примесь в поре мембраны установки для ультрафильтрации (рис. 1).

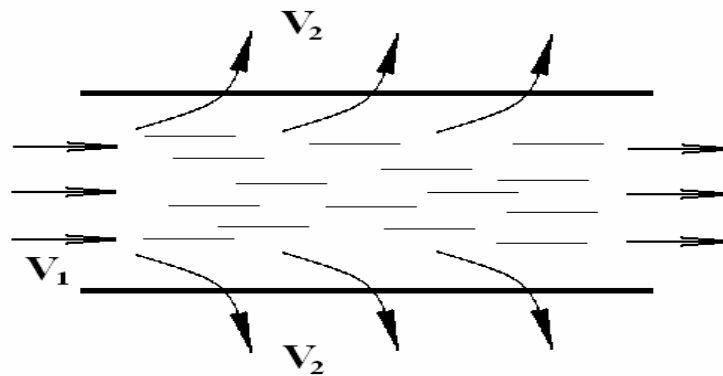


Рисунок 1 – Схема поры мембраны

Для расчета процесса закупоривания поры мембраны используется осредненное по ширине канала (профильная задача) уравнение массопереноса [2,4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} + k C = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

где  $C$  – концентрация примеси в воде;  $u, v$ , – компоненты вектора скорости движения потока внутри поры;  $\mu = (\mu_x, \mu_y)$  – коэффициенты диффузии;  $t$  – время;  $k$  – коэффициент скорости сорбции примеси на стенке поры мембраны.

Ось  $Y$  направлена вертикально вверх.

Постановка краевых условий для уравнения массопереноса рассмотрена в работах [4,6].

Профиль скорости на входе в расчетную область (пору) полагается равномерным.

Решение уравнения (1) можно получить, если известно поле скорости потока внутри поры, причем особенностью процесса является то, что с течением времени происходит процесс ее закупоривания, а значит, меняется геометрическая форма поры и, как результат этого – изменение поля скорости потока внутри нее. Для расчета поля скорости потока с учетом этой особенности ис-

пользуется модель потенциального течения. Для решения задачи в такой постановке необходимо проинтегрировать уравнение [2,3]

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

где  $P$  - потенциал скорости.

Для уравнения (2) ставятся такие граничные условия [2,3]:

– на твердых стенках поры (где произошло формирование осадка):  
 $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$ , где  $n$  - единичный вектор внешней нормали к данному участку границы;

– на входной границе: (граница втекания потока, а также на боковых границах поры, где нет закупоривания)  $\frac{\partial P}{\partial n} = V_n$ , где  $V_n$  - известное значение скорости на этой границе ;

– на выходной границе расчетной области:  $P = P_0 + const.$  (условия Дирихле).

Компоненты вектора скорости водного потока рассчитываются на основе зависимостей

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y},$$

**Численное интегрирование моделирующих уравнений.** Численное интегрирование уравнений гидродинамики и массопереноса осуществляется на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и ее изменения с течением времени, за счет сорбции примеси на стенках поры используется метод маркирования [2].

Для численного интегрирования уравнения (2) используется метод Либмана. [5]. Для численного интегрирования уравнения (1) используется попеременно – треугольная неявная разностная схема [2]. Программная реализация численной модели осуществлена на алгоритмическом языке ФОРТРАН.

#### **Исходные данные для моделирования.**

Для 2 – D моделирования процесса закупоривания поры мембраны необходимо задать следующие исходные данные:

1. Диаметр поры мембраны.
2. Длина расчетного участка поры мембраны.
3. Скорость потока на входе в пору мембраны  $V_1$  (рис.1).
4. Скорость потока  $V_2$  через стенки поры (рис.1).
5. Коэффициент сорбции загрязнителя на стенках поры 'к'.
6. Концентрацию примеси (загрязнителя в воде) на входе в пору мембраны, коэффициент диффузии.

Расчет процесса закупоривания поры мембраны при ультрафильтрации

осуществляется в следующей последовательности:

1. Задаются исходные данные, форма поры и параметры, определяющие физическую постановку задачи.
2. Рассчитывается поле потенциала скорости внутри поры.
3. Рассчитывается поле скорости жидкости внутри поры и процесс переноса примеси с учетом массопереноса через стенки поры со скоростью  $V_2$ .
4. Рассчитывается процесс сорбции примеси на стенках поры со скоростью, которая определяется значением коэффициента  $'k'$ .
5. Определяется количество примеси отсорбированной на стенки поры. Если в расчетных ячейках возле стенки поры масса отсорбированного загрязнителя соответствует той его массе, которую можно «разместить» в разностной ячейке, заданного размера, то такая ячейка принимается в качестве элемента «новой» стенки, которая уже не фильтрует воду. Если это происходит, то изменяется форма расчетной области, т.е. форма области, занятой потоком внутри поры, поскольку на стенках поры образуются накопления, не пропускающие воду. Поэтому заново осуществляется расчет поля потенциала скорости («позиция «2» данного алгоритма) и расчет повторяется с учетом новой геометрической формы поры мембраны.

**Результаты моделирования.** Результаты численного моделирования процесса закупоривания поры мембраны приведены на рис.2 -6. Расчет проводился в безразмерном виде при следующих исходных данных:

Концентрация примеси в воде на входе в пору равна 100; диаметр поры равен 1, длина поры (расчетного участка) равна 2, скорость входящего потока жидкости равна 19, скорость потока, фильтрующегося через стенки поры равна 1, коэффициент сорбции равен 0.1, коэффициент диффузии принят равным 0.7.

На рис.2 показана исходная форма поры мембраны ( расчетная область) перед началом ультрафильтрации. Видно, что это «прямоугольник», не имеющий особенностей внутри поры в виде сужения области течения. На последующих рисунках 3 – 6 показана геометрическая форма поры для различных моментов времени после начала ультрафильтрации. Из этих рисунков видно, что с течением времени происходит сужение поры (та часть поры, которая уже не участвует в процессе фильтрации через боковые стороны обозначена числом «0» на данных рисунках). Также видно, что при принятых исходных данных область сужения , по форме, напоминает конически расходящийся насадок.

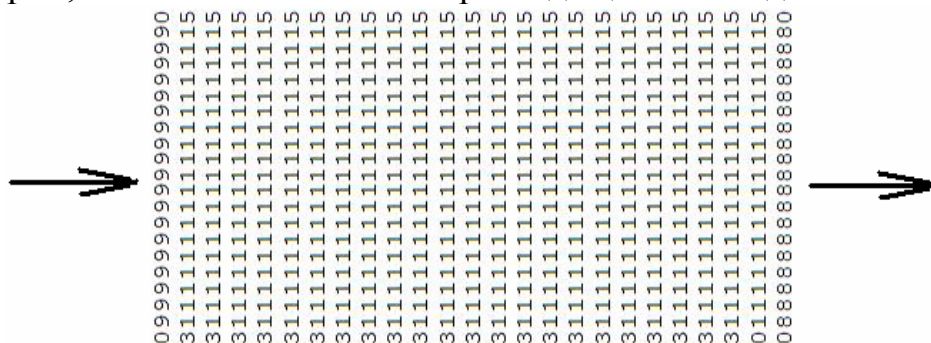


Рисунок 2 Область течения в поре мембраны для момента времени  $t=0$  (начало ультрафильтрации через мембрану).

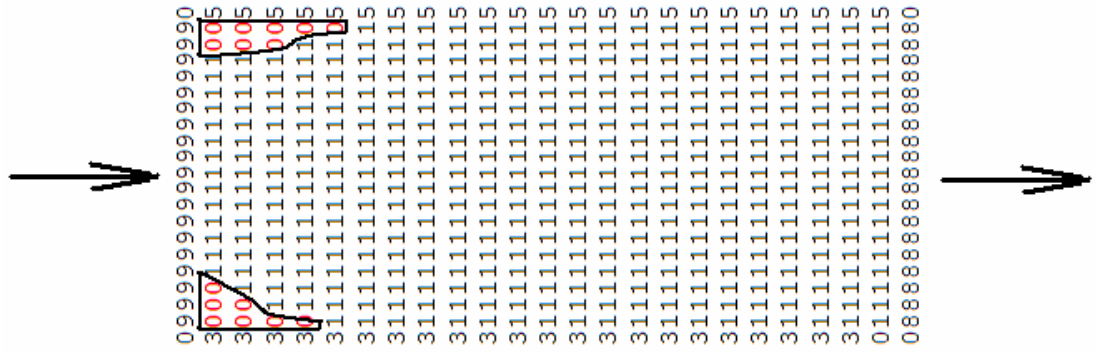


Рисунок 3 – Область течения для момента времени  $t=10$  (частичное сужение поры мембраны)

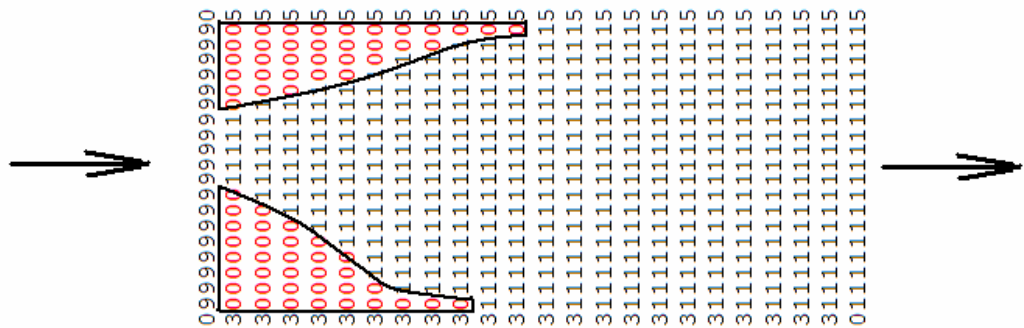


Рисунок 4 – Область течения для момента времени  $t=32$  (существенное сужение поры мембраны)

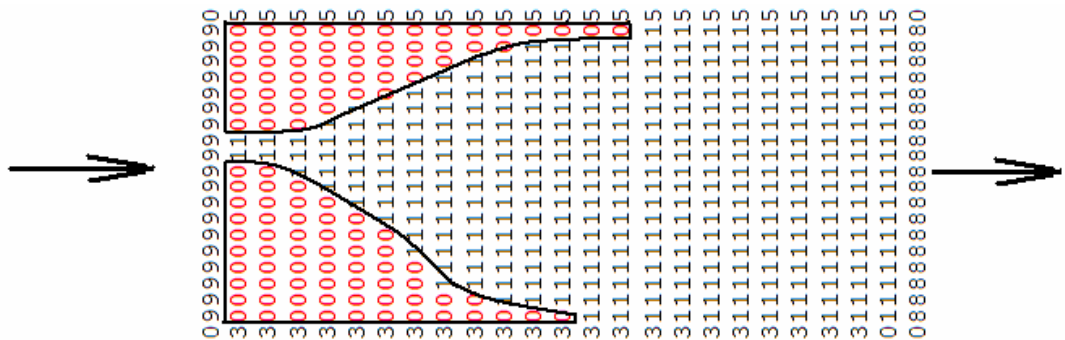


Рисунок 5 – Область течения для момента времени  $t=53$  (практически полное сужение поры)

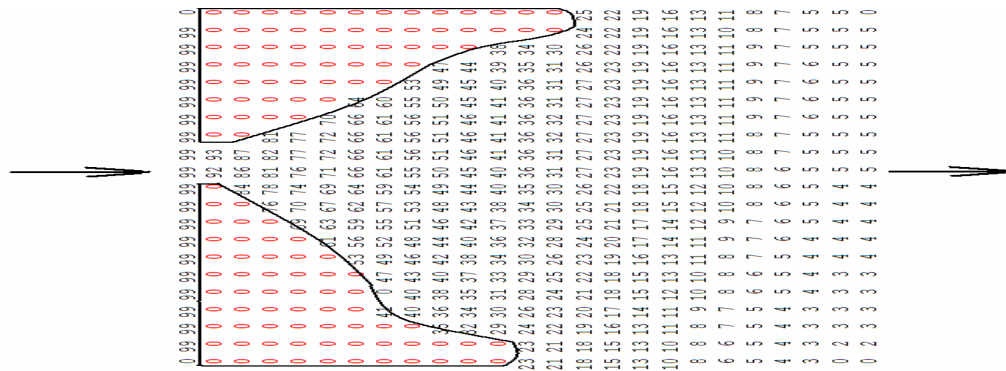


Рисунок 6 – Распределение концентрации примеси в поре мембраны для момента времени  $t=53$  (практически полное сужение поры).

Отметим, что для расчета одного варианта задачи потребовалось 15с компьютерного времени. Таким образом, для решения многопараметрической задачи массопереноса в области сложной геометрической формы, изменяющейся с течением времени требуются незначительные временные затраты при использовании разработанной численной модели.

**Выводы.** В работе представлена новая численная модель для расчета процесса закупоривания поры мембраны при ультрафильтрации. Дальнейшее совершенствование рассмотренной в работе модели необходимо проводить в направлении ее адаптации к моделированию трехмерного процесса массопереноса в порах мембраны.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брык, М.Т., Цапюк Е.А. Ультрафильтрация. Киев: Наукова Думка, 1989.
2. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К.: Наук. думка, 1997. – 368 с.
3. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа. / Л.Г. Лойцянский - М.: Наука, 1978. – 735 с.
4. Марчук, Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. / Г.И. Марчук – М.: Наука, 1982. – 320 с.
5. Самарский, А. А. Теория разностных схем. / А.А. Самарский - М.: Наука, 1983. – 616 с.
6. Polyakov, Yu. S. “Beneficial Effect of Practicle Adsorption in UF/MF Outside-In Hollow Fiber Filters” // Proceedings of the 2005 Annual Meeting of North American Membrane Society, Providence, Rhode Island, June 11 – 15, 2005, pp. 66 – 77.
7. Polyakov, Yu. S. Hollow fiber membrane adsorber: Mathematical model // J. Member. Sci. 2006. V. 280, P. 610.

#### REFERENCES

1. Bryik, M.T. and Tsapyuk, E.A. (1989), *Ultrafiltratsiya* [Ultra-filtration], Naukova Dumka, Kiev, Ukraine.
2. Zgurovskiy, M.Z., Skopetskiy, V.V., Hrusch, V.K. and Belyaev, N.N. (1997), *Chislennoe modelirovaniye rasprostraneniya zagryazneniya v okruzhayuschey srede* [Numerical design of distribution of contamination in an environment – Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
3. Loytsyanskiy, L. G. (1978), *Mehanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas], Nauka, Moscow, SU.
4. Marchuk, G. I. (1982), *Matematicheskoye modelirovaniye v probleme okruzhayuschey sredy* [Mathematical modeling in the problem of environment], Nauka, Moscow, SU.
5. Samarskiy, A. A. (1983), *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of difference charts], Nauka, Moscow, SU.

6. Polyakov Yu. S. "Beneficial Effect of Practicle Adsorption in UF/MF Outside-In Hollow Fiber Filters" // Proceedings of the 2005 Annual Meeting of North American Membrane Society, Providence, Rhode Island, June 11 – 15, 2005, pp. 66 – 77.

7. Polyakov Yu. S. Hollow fiber membrane adsorber: Mathematical model // J. Member. Sci. 2006. V. 280, P. 610.

---

#### Об авторах

**Беляев Николай Николаевич**, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Гидравлика и водоснабжение» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, Днепропетровск, Украина.

**Нечитайло Николай Петрович**, канд. техн. наук, ассистент кафедры «Гидравлика» Приднепровской государственной академии строительства и архитектуры, Днепропетровск, Украина.

#### About the authors

**Belyaev Nikolai Nikolaievich**, Doctor of Technical Sciences D.Sc (Tech.), professor, head of the department «Gydraulics and water supply» of Dnepropetrovsk national university of railway transport named after V. Lazaryan. Dnepropetrovsk, Ukraine.

**Nechytailo Nikolai Petrovich**, Candidate of Technical Sciences Ph.D. (Tech.), Associate Professor of the department «Gydraulics» of Pridneprovskaya State Academy of Civil Engineering and Architecture.

---

#### Анотація.

Ультрафільтрація є одним з найбільш перспективних методів очищення стічних вод. При застосуванні цього методу дуже важливо прогнозувати процес закупорювання пір мембрани. У роботі представлено чисельна модель для розрахунку цього процесу. У основу моделі покладено рівняння руху ідеальної рідини і рівняння масопереносу. Для чисельного моделювання моделюючих рівнянь використовуються різницеві схеми. Чисельний розрахунок здійснюється на прямокутній різницевій сітці. Для формування виду розрахункової області і її зміни в силу закупорювання пори застосовується метод маркування. Модель дозволяє розрахувати процес закупорювання пори при використанні комп'ютерів малої і середньої потужності. Час розрахунку одного варіанту завдання складає декілька секунд. Видаються результати проведеного обчислювального експерименту.

#### Ключові слова:

чисельне моделювання, ультрафільтрація, закупорювання пори мембрани

#### Abstract.

Ultrafiltration is one of the most promising methods of wastewater treatment. With this method it is very important to predict the process of clogging the pores of the membrane. In this paper we presented a numerical model of the process. The model is based on equations of motion of an ideal fluid and mass transfer equation. For numerical simulation the finite difference schemes are used. The numerical calculation is carried out on a rectangular grid. For the formation of the computational domain and its change due to the clogging of the pores markers are used. The model allows to calculate the process of clogging pores using computers small and medium power. Calculation time of one variant of the problem is a few seconds. The results of a computational experiment are presented.

#### Keywords.

numerical simulation, ultra filtration, decreasing of the pore

*Статья поступила в редакцию 25.02.2014*

*Рекомендовано к печати д-ром техн. наук В.Г. Шевченко*

УДК 622.831.312

**Е.А.Слащева**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.  
**И.Н. Слащев**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.  
**А.А. Яланский**, д-р техн. наук, ст. научн. сотр.  
(ИГТМ НАН Украины)

## **ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ УСЛОВИЙ ОБВОДНЕННОГО ГАЗОНАСЫЩЕННОГО МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД**

**О.А. Слащова**, канд. техн. наук, ст. науч. співр.  
**І.М. Слащов**, канд. техн. наук, ст. науч. співр.  
**А.О. Яланський**, д-р техн. наук, ст. науч. співр.  
(ІГТМ НАН України)

## **ОСОБЛИВОСТІ ВИРІШЕННЯ ГЕОМЕХАНІЧНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ УМОВ ОБВОДНЕНОГО ГАЗОНАСИЧЕНОГО МАСИВУ ГІРСЬКИХ ПОРІД**

**E.A. Slashcheva**, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher,  
**I.N. Slashchev**, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher,  
**A.A. Yalanskiy**, D.Sc. (Tech.), Senior Researcher  
(IGTM NAS of Ukraine)

## **FEATURES SOLUTIONS FOR PROBLEMS OF GEOMECHANICAL WATERY GAS-SATURATED ROCK MASSIF**

**Аннотация.** Компьютерное моделирование – наиболее предпочтительный и эффективный способ отработки параметров технологии горных работ. Вместе с тем, достоверный прогноз напряженно-деформированного состояния обводненного газонасыщенного массива горных пород затруднителен по причине применения чрезмерно идеализированных моделей и обобщенных эмпирических зависимостей. Такие расчеты часто приводят к некорректным результатам, которые не подтверждаются измерениями в выработках шахт.

В статье установлены особенности методологии решения задач, касающиеся оценки геомеханического, гидрогеологического и газового состояний породного массива, прогноза путей миграции водных и газовых потоков. Предложено: применять упругопластическую модель породного массива с учетом его разрушения; определять ориентацию систем магистральных трещин на основе учета слоистости массива и природных структурных дефектов; проводить учет давления газа на основе определения начала разрушения породного массива силами горного давления и дополнительного пересчета новых разрывов связей в элементах модели под воздействием газовой составляющей, действующей в зоне разрушения во всех направлениях равномерно по закону Паскаля; проводить учет влияния водонасыщения заданием гидростатических сил, которые суммируются по каждому элементу расчетной схемы, а также снижением параметров прочности глинистых пород по установленным зависимостям.

Принципы математического моделирования процессов разрушения обводненного газонасыщенного породного массива реализованы в новых функциях программного комплекса "GEO-RS", который разработан в ИГТМ НАН Украины.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, методология решения, напряженно-деформированное состояние, водонасыщенность, газонасыщенность, породный массив.