

Пухальский В.Н., канд. техн. наук
(ВостГОК),
Лисица Н.И., канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,
Твердохлеб Т.Е., инженер,
Заболотная Е.Ю., инженер
(ИГТМ НАН Украины),
Черний А.А., магистр
(ДГАЭУ)

РАСЧЁТ ДОЛГОВЕЧНОСТИ РЕЗИНОВЫХ БУФЕРНЫХ АМОТИЗАТОРОВ ТЯЖЁЛЫХ ГОРНЫХ ВИБРОПИТАТЕЛЕЙ

Пухальський В.Н., канд. техн. наук
(СхідГЗК),
Лисиця М.І., канд. техн. наук, ст. наук. співр.,
Твердохліб Т.О., інженер
Заболотна О.Ю., інженер
(ІГТМ НАН України),
Черній О.А., магістр
(ДДАЕУ)

РОЗРАХУНОК ДОВГОВІЧНОСТІ ГУМОВИХ БУФЕРНИХ АМОТИЗАТОРІВ ВАЖКИХ ГІРНИЧИХ ВІБРОЖИВИЛЬНИКІВ

Puhalskiy V.N., Ph. D. (Tech.)
(Western Mining and Processing Plant),
Lisitsa N.I., Ph. D. (Tech.), Senior Researcher,
T.Ye. Tverdokhleб, Engineer
Zabolotnaya E.Yu., Engineer
(IGTM NAS of Ukraine),
Cherniy A.A., M. Sc. (Tech.)
(DSAEU)

CALCULATION OF DURABILITY OF RUBBER BUFFER SHOCK ABSORBER IN HEAVY MINING VIBRATORY FEEDERS

Аннотация. Излагаются методы прогнозирования локальной долговечности резинометаллических виброизоляторов, нашедших широкое применение в системах виброзащиты и амортизации различных горных и горно-металлургических машин (смесителей, окомкователей, дробилок, вибропитателей и др.). Используются энергетический критерий диссипативного типа и энтропийный. Рассматриваются примеры расчёта элементов упругих подвесок вибрационных питателей для выпуска и доставки ураносодержащих руд. В частности, приводится пример расчёта элементов упругой подвески вибропитателя ВПР-4м: элементов резинометаллических типа ВРМ и буферных амортизаторов.

Ключевые слова: долговечность, критерий разрушения, диссипация энергии, энтропия

Одним из наиболее важных технологических процессов при подземной разработке рудных месторождений является выпуск отбитой горной массы из очистного пространства и погрузке её в транспортные средства. Этот процесс занимает до 60 % всех трудовых затрат и характеризуется высоким уровнем травматизма горнорабочих (до 50-60 % от общего на подземных горных работах).

Наиболее полно современным требованиям отвечает вибрационный выпуск, позволяющий выпускать горную массу крупностью до (1,2-1,4) м, с технической производительностью (1500-2000) т/ч и наработкой без отказа не менее (1,2-1,5) млн.т. Схема вибровыпуска показана на рис. 1.

Обобщённый алгоритм расчёта долговечности резиновых элементов конструкций с учётом доступной экспериментальной информации об их физико-механическом состоянии включает в себя: расчёт упругих напряжений в исследуемых элементах; определение на основе реологического уравнения вязкоупругих напряжений; расчёт полей температур; определение наиболее опасных областей резиновых элементов, соответствующих максимальным напряжениям и температурам; решение критериальных уравнений разрушения, связывающих параметры разрушения в наиболее опасных областях со временем наработки до отказа.

В зависимости от требуемой точности решения таких уравнений можно использовать три метода: первый метод – локальный – позволяет определить долговечность t^* в произвольных точках (в основном в центральной области) резинового массива (кроме угловых точек); второй метод – локально-усреднённый, использует усреднённые по объёму значения диссипативной функции D , которая имеет вид

$$\bar{D} = \langle D(\bar{x}, t) \rangle = \frac{1}{V} \int_V D(\bar{x}, t) dV.$$

Третий метод предполагает исследование угловых точек вязкоупругой системы.



1 – приводная секция (вибропитатель типа ВПР); 2 – вибровозбудитель; 3 – упругие элементы (блоки типа БРМ); 4 – приводной упругий элемент; 5 – платформа

Рисунок 1 – Схема вибровыпуска с помощью секционированного питателя



Рисунок 2 – Вибропитатель типа ВПР-4м с резиновой упругой подвеской (типа БРМ)

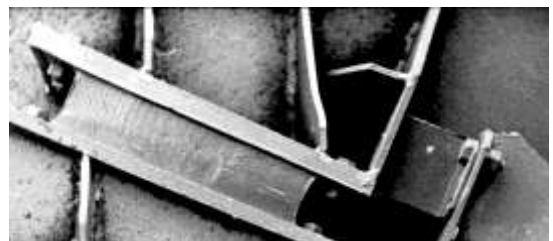


Рисунок 3 – Упругий узел вибропитателя ВПР-4м с буферным виброизолятором

Рассмотрим конкретно каждый из перечисленных этапов расчёта долговечности резиновых элементов в соответствии с указанными методами.

Определение полей напряжений в упругой постановке задачи. При постоянном коэффициенте Пуассона в рамках упрощённой постановки связанной задачи термоупругости основная трудность состоит в построении решения граничной задачи теории упругости. Расчёт цилиндрических и призматических амортизаторов приводит к рассмотрению задач, когда на торцах или двух противоположных гранях заданы перемещения, а остальная поверхность свободна от напряжений. При таких граничных условиях компоненты тензора напряжений имеют особенности в угловых точках. Это обстоятельство резко ограничивает применимость приближённых методов [1] для анализа напряжённого состояния вблизи граничных поверхностей. Исследование же долговечности резиновых элементов конструкций предполагает производить полный анализ напряжённого состояния, т.е. учёт реально-

го распределения напряжений. Поэтому в обобщённом алгоритме расчёта долговечности принят точный метод расчёта полей напряжений, разработанный в работах Гринченко В.Т., Коваленко А.Д., Улитко А.Ф., Карнаухова В.Г., Сенченкова И.К. [2, 4].

Согласно этому методу для расчёта полей напряжений в резиновых элементах используются квазистатические уравнения Ламе, которые при $\nu = \text{const}$ и отсутствии массовых сил имеют вид

$$\nabla \vec{u} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \vec{u} = 0, \tag{1}$$

где \vec{u} – вектор перемещений;
 ν – коэффициент Пуассона.

Сущность метода решения этих уравнений состоит в том, что для определения напряжённо-деформированного состояния тел различной формы под нагрузкой используется принцип суперпозиции. При точном удовлетворении граничным условиям возникает задача о решении бесконечных систем алгебраических уравнений, которые решаются с использованием метода улучшенной редукции.

Выражения для перемещений и напряжений записываются при этом с помощью рядов, которые быстро сходятся и могут дать любую заранее требуемую точность.

Для расчёта полей напряжений в конкретных резиновых деталях необходимо найти решение уравнений (1) при соответствующих граничных условиях.

Определение полей напряжений в вязкоупругой постановке задачи. По известным упругим напряжениям следует определить вязкоупругие напряжения. Переход от упругих напряжений к неупругим и определение при этом механических характеристик резин осуществляется с использованием интегрального оператора \mathcal{E}_α . В алгоритме используется ядро оператора, предложенное Ю.Н. Работновым [2-4]



Рисунок 4 – Резинометаллический виброизолятор ВРМ

$$\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t-\tau) = (t-\tau)^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}$$

Функция \mathcal{E}_α дробно-экспоненциальная. Функции ползучести и релаксации, соответствующие ядру \mathcal{E}_α , подробно табулированы. Показано также [2, 3], что такое ядро позволяет удовлетворительно описывать механические характеристики некоторых резин, в частности, резины 2959 в области средних частот $10^{-3} < \omega < 10^3$ Гц.

Расчёт полей температур. Релаксационные свойства резины обуславливают при её деформации высокие гистерезисные потери. Поэтому при гармоническом нагружении в резиновых элементах возникает так называемый диссипативный разогрев, величина которого пропорциональна работе деформации и выражается площадью петли гистерезиса. Теплообразование ускоряет физико-механические и химические процессы, протекающие в резиновом массиве, и существенно снижает прочность изделий. Поэтому расчёт полей температур является важнейшей задачей при исследовании долговечности резиновых деталей.

В общем виде уравнение теплопроводности запишется

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_T \nabla^2 \theta + \frac{D(x_i, \theta)}{c\rho}, \quad (2)$$

где θ – приращение температуры в детали;
 a_T – коэффициент температуропроводности;
 x_i – координаты;
 c – теплоёмкость;
 ρ – плотность материала.

Граничные условия, отражающие свободный теплообмен резиновых элементов с окружающей средой (резина – воздух, резина – металл)

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \bar{n}} + H_i \theta = 0, \quad (3)$$

где \bar{n} – нормаль к поверхности, излучающей тепло.

Рост температуры со временем и с учётом зависимости свойств резины от температуры и времени определяем с использованием конечно-разностного метода [4]. Для призматического элемента сжатия (плоская задача) получаем конечно-разностную схему

$$\theta_{i,j}^{(k+1)} = \frac{\Delta \tau}{h^2} \left[\theta_{i-1,j}^{(k)} + \theta_{i+1,j}^{(k)} + \frac{1}{h_0^2} (\theta_{i,j-1}^{(k)} + \theta_{i,j+1}^{(k)}) \right] + \left[1 - \frac{2\Delta \tau}{h^2} \left(1 + \frac{1}{h_0^2} \right) \right] \theta_{i,j}^{(k)} + \Delta \tau \Phi(\theta_{i,j}^{(k)}). \quad (4)$$

На граничных поверхностях имеем

$$\begin{aligned} \theta_{0,j}^{(k+1)} &= \frac{1}{3} (4\theta_{1,j}^{(k+1)} - \theta_{2,j}^{(k+1)}), & \theta_{i,0}^{(k+1)} &= \frac{1}{3} (4\theta_{i,1}^{(k+1)} - \theta_{i,2}^{(k+1)}), \\ \theta_{i,N}^{(k+1)} &= \frac{4\theta_{i,N-1}^{(k+1)} - \theta_{i,N-2}^{(k+1)}}{2B_2 h + 3}, & \theta_{N,j}^{(k+1)} &= \frac{4\theta_{N-1,j}^{(k+1)} - \theta_{N-2,j}^{(k+1)}}{2B_1 h + 3}, & \theta_{i,j}^{(k+1)} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\theta_{i,j}$ – значение приращения температуры в узле (i, j) сетки, h – шаг сетки, L, H – длина и высота амортизатора, $B_1 = H_1 L, B_2 = H_2 H$ – критерии Био, H_1, H_2 – коэффициенты теплообмена резины с воздухом и металлом соответственно.

Задача (4), (5) аппроксимирует задачу (2), (3) с точностью до $O(h^2 + \Delta h)$ и является устойчивой при

$$\Delta t < \frac{1}{2} h^2 \left(1 + \frac{1}{h_0^2} \right)^{-1}, \quad h_0 = \frac{H}{L}.$$

Определение возможных очагов разрушения. Определяются наиболее вероятные очаги разрушения, соответствующие максимальным температурам и напряжениям. Применительно к элементам сдвига, работающим при циклическом нагружении, получены следующие результаты. Расчёт максимальных напряжений в резиновых деталях производится по известным формулам

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_{xy}^2}, & \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_{xy}^2}, \\ \tau_{\max} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

По (6) рассчитываются главные нормальные σ_1 и σ_2 (напряжённое состояние принимается плоским) и максимальные касательные τ_{\max} напряжения. Эти зависимости, прежде всего, дают представление о характере изменения напряжений при подходе к угловой точке.

Можно построить кривую, в каждой точке которой действует наибольшее главное нормальное напряжение, и аналогичную кривую, в каждой точке которой действует наибольшее максимальное касательное напряжение. Назовём эти кривые экстремальными. Независимо нужно исследовать изменение напряжений на граничных поверхностях резина – металл и резина – воздух, поскольку здесь проявляются дополнительные факторы, влияющие на долговечность.

Следующие совокупности точек, которые могут служить очагами процесса, разрушающего конструкцию, определяются по величине генерирующегося в них температурного поля. Вероятным очагом разрушения можно считать такую область, в точках которой устанавливается максимальное температурное поле. Для ряда случаев циклического нагружения наиболее «разогретой» является эллипсоидальная область в центре амортизатора с характерными размерами по координатным осям [3]. При других условиях нагружения эти очаги могут смещаться. Это, в частности, наблюдается в спаренных резинометаллических конструкциях типа «сэндвич».

Дополнительно необходимо произвести также анализ других факторов, стимулирующих процесс разрушения, в частности, воздействие внешней среды.

В любом случае выявление возможных очагов разрушения позволяет свести процесс исследования длительной прочности резиновых деталей в целом к исследованию отдельных их областей.

Конструктивно виброизолятор резинометаллический (ВРМ) представляет собой сплошной резиновый цилиндр с вогнутой боковой поверхностью и привулканизованными по торцам металлическими дисками.

Весь комплекс теоретических исследований термомеханического поведения и локальной долговечности такого резинометаллического виброизолятора сводится к определению напряжённно-деформированного состояния, полей температур, жесткостных и диссипативных характеристик, прогнозированию срока службы.

Для определения напряжённно-деформированного состояния необходимо решать краевую задачу теории упругости практически несжимаемой среды для конечной области со смешанными граничными условиями. При этом следует учитывать ужесточающее воздействие металлических пластин, которые ввиду несжимаемости (или слабой сжимаемости) резины порождают целый ряд специфических механических эффектов даже в области малых деформаций. Эта задача для рассматриваемых виброизоляторов решается с использованием алгоритма конечноэлементного анализа, разработанного в Институте механики НАН Украины [4].

Полученные результаты по расчётам напряжённно-деформированного состояния используются в дальнейшем в общем алгоритме при комплексном расчёте виброизоляторов ВРМ: рассчитывается жёсткость и диссипативная функция – энергетическая характеристика, определяющая часть механической энергии, рассеянной в материале при заданных условиях нагружения; определяются максимальные значения температур, установившихся в массиве элемента; устанавливаются локальные объёмы резинового массива с максимальным значением диссипативной функции. Затем применительно к этим областям определяется локальная долговечность ВРМ путём решения критериального уравнения. Соответствующая расчётная схема подробно изложена ранее в [3, 4]. В этой схеме основой является энергетический критерий разрушения – наиболее перспективный и обладающий большими потенциальными возможностями. При использовании критерия существенным является предположение о том, что вся энергия, диссипируемая в материале, расходуется на два процесса: теплообразование и разрушение. Это допущение справедливо для установившихся процессов, связанных с производством и отдачей тепла и с независимостью

свойств материала от температуры, что справедливо в определённом диапазоне частот и амплитуд нагружения [2]. Критериальное уравнение принимается согласно [2, 3] в виде

$$t^* = \Delta U_{\delta}^* / D', \quad (7)$$

где ΔU_{δ}^* – критическое значение диссипируемой в материале энергии;

t^* – время разрушения локального объёма, определённого значением D' согласно выражению

$$D' = \frac{\omega}{2\pi} \left[2G'' (|\varepsilon_z|^2 + |\varepsilon_{\varphi}|^2 + |\varepsilon_r|^2 + 2|\varepsilon_{rz}|^2) + (3K'' - 2G'') / 3 |\varepsilon_z + \varepsilon_{\varphi} + \varepsilon_r|^2 \right], \quad (8)$$

$\varepsilon_z, \varepsilon_{\varphi}, \varepsilon_r, \varepsilon_{rz}$ – компоненты тензора деформаций, вычисляемых через перемещения u_r, u_z по формулам теории упругости;

$$G'' = \frac{G_{\delta} \psi}{2\pi}, \quad 3K'' = \frac{2G''(1+\nu)}{1-2\nu},$$

G'' – динамический модуль упругости;

ψ – коэффициент диссипации энергии.

При решении задач расчёта напряжённо-деформированного состояния и полей температур, кроме указанных выше предположений, были приняты также следующие экспериментально обоснованные положения: материал виброизоляторов линейно-вязкоупругий; напряжённо-деформированное состояние квазистатическое, т.е. все компоненты тензоров напряжений и деформаций изменяются по гармоническому закону согласно условиям нагружения; коэффициент Пуассона ν – постоянная величина.

Таблица 1 – Расчётные значения локальной долговечности ВРМ

$H, \text{ мм}$	$D, \text{ мм}$	$D'_{\text{max}}, \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$	$t_1^*, \text{ ч}$	$Q_{\text{max}}, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$t_2^*, \text{ ч}$
100	180	15800	23400	25	62000
65	200	32470	11400	18	40000
40	195	58750	6300	10,5	27000

В таблице 1 приведены основные числовые параметры, характеризующие исследуемые виброизоляторы, их термомеханическое поведение и локальную долговечность. Расчёт выполнен для средненаполненной резины типа 2959 ($G'' = 8 \cdot 10^4 \text{ Па}$; $\nu = 0,495$; $\Delta U_{\delta}^* = 1,33 \cdot 10^{12} \text{ Дж}/\text{м}^3$; коэффициент теплопроводности $k = 0,3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$) при следующих условиях нагружения: частота нагружения 14 Гц, относительная деформация 0,01, температура окружающей среды 20 °С.

В табл. 1 приведены значения максимальной диссипативной функции D'_{max} (соответствует границе резина – металл) и максимального приращения температуры диссипативного разогрева θ_{max} (соответствует средней части резинового массива), а также для указанных областей значения времени локального разрушения t_1^*, t_2^* . Очевидно, разрушение исследуемых виброизоляторов начинается на границе резина – металл, что подтверждается эксплуатационными испытаниями ВРМ.

Реализацию обобщённого алгоритма расчёта времени до локального разрушения на основе третьего метода осуществим на конкретном примере. Исследуем буферные амортизаторы, использующиеся в вибрационных машинах типа ВПР-4м, предназначенных для выпуска и доставки руды. На рис. 1 – рис. 4 показана схема выпуска руды с помощью вибропитателя и показана схема упругой подвески, состоящей из резиновых (или резинометаллических) блоков типа ВРМ и резинометаллических буферных амортизаторов. Буферный амортизатор представляет собой резиновый массив в виде призмы, присоединяемой

в процессе эксплуатации к неподвижной раме вибропитателя (рис. 5). Обычно он устанавливается с определённым зазором δ по отношению к основной упругой подвеске. При нормальной нагрузке вибропитателя выбирается зазор, амортизатор сжимается примерно на 3-5 мм и в дальнейшем испытывает циклическое сжатие с постоянной амплитудой и частотой, определяемой нагружением вибромашины. При эксплуатации вибропитателей в технологических цепочках

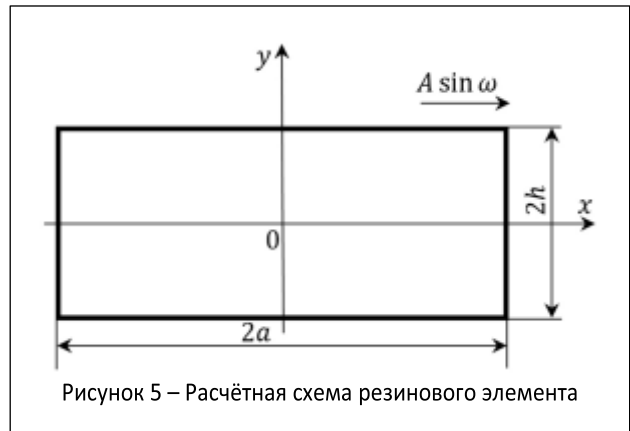


Рисунок 5 – Расчётная схема резинового элемента

рудоперерабатывающих комплексов обычно наблюдается стационарный режим работы. Долговечность буферного амортизатора со следующими размерами упругого массива: длина $2L = 70$ мм, ширина $2b = 70$ мм, высота $2H = 60$ мм – рассчитывается при следующих условиях нагружения: амплитуда $A = 2-3$ мм; частота $\omega = 16,7$ Гц; статическое поджатие $\Delta = 3-5$ мм; температура окружающей среды $T_0 = (293-300)$ К.

Для определения долговечности буферного амортизатора необходимо располагать следующей экспериментальной информацией:

- реологическими характеристиками: значениями условно-равновесного модуля Юнга E_∞ , мгновенного модуля E_0 , коэффициента поглощения ψ , их величинами при конкретном режиме нагружения, а также параметрами ядра релаксации, в данном случае ядра типа Ю.Н. Работнова;
- теплофизическими характеристиками: необходимо определить коэффициент теплопроводности резины λ_p ;
- температурой диссипативного разогрева по координатам образца, т.е. $T(x,y,z)$;
- значением критериальной величины разрушения, в данном случае критической величины плотности энтропии ΔS^* .

Этот набор экспериментальных параметров и предопределил характер исследований, тип установки, аппаратуру и методы изучения.

Определение реологических характеристик буферного амортизатора. Такие характеристики определяли по методике [2] и с помощью специальных экспериментальных стендов [2].

Исследования проводились для партии из 3-х образцов буферных амортизаторов. Ниже приведены значения условно-равновесного усилия P_∞ , динамического усилия $P_{дин}$, коэффициента динамичности $K = P_{дин}/P_\infty$ и коэффициента поглощения ψ , полученные при следующем режиме нагружения: амплитуда $A = 2,7$ мм, частота $\omega = 16,5$ Гц, поджатие $\Delta = 3$ мм, $T_{комн} = 293$ К, среда обычная (при определении P_∞ деформация сжатия была 3 мм, выдержка под нагрузкой 1 час, температура 343 К).

Реологические характеристики ядра Ю.Н. Работнова для резины 2959 имели следующие значения: $\alpha = -0,6$, $\beta = 1,062$, $\lambda = 0,58$.

Ниже приводятся значения мгновенного E_0 и равновесного E_∞ модулей сжатия для буферного амортизатора.

Определение теплофизических характеристик буферного амортизатора. Коэффициент теплопроводности резины λ_p определялся по методике Научно-исследовательского института шинной промышленности (г. Москва) и в данном случае $\lambda_p = 0,245$ Вт/м·К.

Таблица 2

Номер образца	$P_{сж}$, кН	$P_{дунт}$, кН	ψ
1	1,33	1,57	0,52
2	1,18	1,52	0,49
3	1,24	1,44	0,54

Таблица 3

Номер образца	E_0 , МПа	$E_{сж}$, МПа
1	14,5	6,1
2	12,9	5,4
3	13,6	5,7

Определение диссипативного разогрева буферного амортизатора. Исследуемый амортизатор подвергался циклическому нагружению с амплитудой 2,7 мм, частотой 16,5 Гц и величиной статического поджатия 5,2 мм при температуре внешней среды 298 К. Температура изменилась с помощью точечной хромель-алюмелевой термопары. Начало координат находится в центре детали. Деформирование осуществлялось вдоль оси y , имели постоянный тепловой контакт с массивными металлическими деталями испытательного стенда. Грани, перпендикулярные осям x и z , контактировали непосредственно с окружающей средой. Измерение температуры проводилось при достижении образцом стационарного теплового режима. Максимальное значение приращения температуры достигается в центре образца и равно 50 градусам.

Критическое значение плотности энтропии для резины 2959 определено экспериментально ранее, его значение равно $\Delta S^* = 1,97 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2\text{К}$.

В изотермическом случае при $\nu = \text{const}$ и отсутствии массовых сил квазистатические уравнения Ламе принимают вид

$$G^* \left(\Delta \vec{u} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \vec{u} \right) = 0 \quad (9)$$

Здесь G^* – интегральный оператор сдвига, который в случае циклического нагружения следует заменить на комплексный модуль сдвига

$$G = G_1 + iG_2.$$

Решение этих уравнений для призматического тела прямоугольного сечения с соответствующими граничными условиями: перемещение вдоль оси x

$$u_x = 0. \quad (10)$$

Перемещение вдоль оси y – $u_y = A \sin \omega t$ на границах резина – металл; нормальное напряжение σ_x и касательное напряжение σ_{xy} равны нулю на границах резина – воздух, – проводилось аналогично [4]. Граничные условия точно описывают характер заделки и нагружения амортизатора.

Ниже вводится безразмерные напряжения σ_{ij}^* по формулам

$$\sigma_{ij}^* = J^* \sigma_{ij},$$

где J^* – оператор, обратный оператору $2G_1^*$.

Таким образом, связь напряжение-деформация примет вид

$$\sigma_{ij}^* = \varepsilon_{ij} + \frac{\nu \delta_{ij}}{1-2\nu} \varepsilon_{kk}, \quad (11)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

Задачу будем решать точным методом, который подробно изложен в [4]. Там же показано, что решение, отражающее характерную симметрию напряжённого состояния и об-

ладающее достаточным функциональным произволом на граничных поверхностях, будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 u_x &= L \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_n \left(\frac{3-4\nu}{k_n} \operatorname{sh} k_n \frac{x}{L} - \frac{x}{L} \operatorname{ch} k_n \frac{x}{L} \right) - D_n \operatorname{sh} k_n \frac{x}{L} \right] \cos k_n \frac{y}{L} + \\
 &+ L \sum_{j=1}^{\infty} \left(C_j \frac{y}{L} \operatorname{sh} \lambda_j \frac{y}{L} + A_j \operatorname{ch} \lambda_j \frac{y}{L} \right) \sin \lambda_j \frac{x}{L}, \\
 u_y &= L \sum_{n=1}^{\infty} \left(B_n \frac{x}{L} \operatorname{sh} k_n \frac{x}{L} + D_n \operatorname{ch} k_n \frac{x}{L} \right) \operatorname{sink}_n \frac{y}{L} + \\
 &+ L \sum_{j=1}^{\infty} \left[C_j \left(\frac{3-4\nu}{\lambda_j} \operatorname{sh} \lambda_j \frac{y}{L} - \frac{y}{L} \operatorname{ch} \lambda_j \frac{y}{L} \right) - A_j \operatorname{sh} \lambda_j \frac{y}{L} \right] \cos \lambda_j \frac{x}{L} + 2\gamma_0(1-2\nu)y, \\
 u_z &= 0,
 \end{aligned} \tag{12}$$

где $A_j, C_j, B_n, D_n, \gamma_0$ – неизвестные коэффициенты;

$$\lambda_j = \pi_j, \quad k_n = (2n-1)\frac{\pi}{2} h_0.$$

Выражения для напряжений получаются из формул (11), (12).

Удовлетворение граничным условиям для перемещений u_x и напряжений σ_{xy} даёт следующие соотношения между неизвестными постоянными

$$k_n D_n = -B_n (k_n \operatorname{cth} k_n - 1 + 2\nu), \quad A_j = -C_j h_0 \operatorname{th} \lambda_j h_0.$$

Согласно [64] вводятся новые величины x_n и y_j по формулам

$$B_n = \frac{-(-1)^n}{4 \operatorname{sh} k_n} x_n; \quad C_j = \frac{1}{4 \cos \lambda_j \operatorname{ch} \lambda_j H/L} y_j.$$

В результате выражения для компонентов вектора перемещений и тензора напряжений принимает вид

$$\begin{aligned}
 u_x &= -\frac{L}{4} \sum (-1)^n x_n \left[\left(\operatorname{cth} k_n + \frac{2-2\nu}{k_n} \right) \frac{\operatorname{sh} k_n \frac{x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} - \frac{x}{L} \frac{\operatorname{ch} k_n \frac{x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} \right] \cos k_n \frac{y}{L} + \\
 &+ \frac{H}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left(\frac{y}{L} \frac{\operatorname{sh} \lambda_j \frac{y}{L}}{\operatorname{ch} \lambda_j \frac{y}{L}} - \frac{H}{L} \operatorname{th} \frac{\lambda_j H}{L} \frac{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} \right) \sin \frac{\lambda_j x}{L}; \\
 u_y &= 2(1-2\nu)\gamma_0 y - \frac{L\gamma_0}{4} \sum (-1)^n x_n \left[\frac{x \operatorname{sh} k_n \frac{x}{L}}{L \operatorname{sh} k_n} + \left(\frac{1-2\nu}{k_n} - \operatorname{cth} k_n \right) \frac{\operatorname{ch} k_n \frac{x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} \right] \operatorname{sink}_n \frac{y}{L} + \\
 &+ \frac{H}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\left(\frac{H}{L} \operatorname{th} \frac{\lambda_j H}{L} + \frac{3-4\nu}{\lambda_j} \right) \frac{\operatorname{sh} \lambda_j \frac{H}{L}}{\operatorname{ch} \lambda_j \frac{H}{L}} - y \frac{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} \right] \cos \frac{\lambda_j x}{L};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x^* &= 2\nu\gamma_0 n - \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x_n \left[(k_n \operatorname{cth} k_n + 1) \frac{\operatorname{ch} \frac{k_n x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} - \frac{x k_n}{L} \frac{\operatorname{sh} \frac{k_n x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} \right] \cos \frac{k_n y}{L} + \\
&+ \frac{H}{4L} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\frac{\lambda_j y \operatorname{sh} \frac{\lambda_j y}{L}}{L \operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} - \left(\frac{\lambda_j H}{L} \operatorname{th} \frac{\lambda_j H}{L} - 2\nu \right) \frac{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} \right] \cos \frac{\lambda_j x}{L}; \\
\sigma_y^* &= 2(1-\nu)\gamma_0 - \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[k_n x \frac{\operatorname{sh} \frac{k_n x}{L}}{L \operatorname{sh} k_n} - (k_n \operatorname{cth} k_n - 1) \frac{\operatorname{ch} \frac{k_n x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} \right] \cos \frac{k_n y}{L} + \\
&+ \frac{H}{4L} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\left(\lambda_j \frac{H \operatorname{th} \frac{\lambda_j H}{L}}{L} + 2 - 2\nu \right) \frac{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} - \frac{y \lambda_j}{L} \frac{\operatorname{sh} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} \right] \cos \frac{\lambda_j x}{L}; \\
\sigma_{xy}^* &= -\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[k_n x \frac{\operatorname{ch} \frac{k_n x}{L}}{L \operatorname{sh} k_n} - k_n \operatorname{cth} k_n \frac{\operatorname{sh} \frac{k_n x}{L}}{\operatorname{sh} k_n} \right] \sin \frac{k_n y}{L} + \\
&+ \frac{H}{4L} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\frac{y \lambda_j}{L} \frac{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} - \left(\lambda_j \frac{H \operatorname{th} \frac{\lambda_j H}{L}}{L} + 1 - 2\nu \right) \frac{\operatorname{sh} \frac{\lambda_j y}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\lambda_j H}{L}} \right] \sin \frac{\lambda_j x}{L}; \\
\sigma_z &= \nu(\sigma_x^* + \sigma_y^*).
\end{aligned} \tag{13}$$

Подставляя выражения для перемещения u_y и напряжения σ_x^* в оставшиеся два граничных условия и используя разложения

$$\operatorname{ch} \frac{k_n x}{L} = \frac{\operatorname{sh} k_n}{k_n} + 2k_n \operatorname{sh} k_n \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \cos \frac{\lambda_j x}{L}}{g_{nj}};$$

$$\frac{x}{L} \operatorname{sh} \frac{k_n x}{L} = \frac{\operatorname{ch} k_n}{k_n^2} + 2(k_n \operatorname{ch} k_n + \operatorname{sh} k_n) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \cos \frac{\lambda_j x}{L}}{g_{nj}} - 4k_n^2 \operatorname{sh} k_n \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \cos \frac{x}{L}}{g_{nj}^2},$$

где $g_{nj} = \frac{1}{\lambda_j^2 + k_n^2},$

$$\operatorname{ch} \lambda_j y / h = -\frac{2h}{y} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n k_n \operatorname{ch} \lambda_j H / h}{g_{nj}} \cos k_n y / h,$$

$$\frac{\lambda_j y}{L} \operatorname{sh} \lambda_j y / L = -\frac{2h}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \lambda_j}{g_{nj}} \left(\frac{H k_n}{L} \operatorname{sh} \lambda_j y / L - \frac{2 \lambda_j k_n \operatorname{ch} \lambda_j H / L}{g_{nj}} \right) \cos k_n y / L,$$

$$1 = -\frac{2h}{H} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos k_n y/h}{k_n},$$

приходим к бесконечным системам алгебраических уравнений

$$\begin{cases} X_n \Delta_n = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j P_{nj} + \frac{4\nu L}{k_n^2 y}, \\ Y_j S_j = \sum_{n=1}^{\infty} X_n P_{nj}. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь обозначено

$$X_n = \frac{x_n}{\gamma_0}, \quad Y_j = \frac{y_j}{\gamma_0}, \quad \gamma_0 = \frac{A \cos \omega t}{L \left[2(1-2\nu) \frac{H}{L} - \frac{\nu}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{k_n^2} \right]}, \quad \Delta_n = -\frac{1}{4k_n} \left(\frac{k_n}{\operatorname{sh}^2 k_n} + \operatorname{cth} k_n \right), \quad (15)$$

$$S_j = \frac{H}{4L} \left(\frac{3-4\nu}{\lambda_j} \operatorname{th} \lambda_j H/L - \frac{H}{L \operatorname{ch}^2 \lambda_j H/L} \right), \quad P_{nj} = \frac{k_n^2}{(k_n^2 + \lambda_j^2)^2} - \frac{1-\nu}{k_n^2 + \lambda_j^2}.$$

Наличие особенности поля напряжений в угловой точке приводит к предположению о существовании ограниченного решения системы (14) в виде

$$X_n \propto \frac{b_0}{k_n^\alpha}, \quad Y_j \propto \frac{a_0}{\lambda_j^\beta} \quad (n, j = 1, \infty), \quad (16)$$

где a_0, b_0, α, β – некоторые постоянные.

Подставляя формулы (16) в (14) и удерживая лишь главные члены, приходим к системе уравнений относительно коэффициентов a_0 и b_0

$$\begin{cases} -\frac{b_0}{4k_n^{\alpha+1}} = \frac{a_0}{k_n^{\beta+1}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{1-\alpha}{2} \pi} \left(\frac{1+\alpha}{4} - \frac{1-\nu}{2} \right), \\ \frac{(3-4\nu)a_0}{4\lambda_j^{\beta+1}} = \frac{b_0}{\lambda_j^{\alpha+1}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{1-\alpha}{2} \pi} \left(\frac{1-\alpha}{4} - \frac{1-\nu}{2} \right). \end{cases} \quad (17)$$

Для существования нетривиального решения этой системы необходимо выполнение условий

$$\alpha = \beta, \quad (3-4\nu) \cos^2 \frac{\pi\alpha}{2} = \alpha^2 - (1-2\nu)^2. \quad (18)$$

Из уравнений (17) следует связь между величинами a_0 и b_0

$$\left(\frac{b_0}{a_0} \right)^2 = 3-4\nu.$$

Подробное изучение регулярности систем типа (15) дано в [4].

Уравнение (18) имеет два вещественных корня, меньших единицы по абсолютной величине и отличающихся знаком. Отрицательный корень противоречит предположкам, приводящим к уравнению (18) и должен быть отброшен. Корень уравнения (18) при $\nu = 0,5$ равен $\alpha = 0,59461$.

Построение алгоритма решения бесконечной системы аналогично изложенному в [4]. Метод простой редукции для решения системы применяется в улучшенном виде [4].

При этом при переходе к конечной системе в (14) с удержанием M неизвестных X_n и N неизвестных Y_j полагаются

$$X_n = X_M \frac{k_M^\alpha}{k_n^\alpha} \quad (n \geq M), \quad Y_j = Y_N \frac{\lambda_N^\alpha}{\lambda_j^\alpha} \quad (j \geq N).$$

После этой подстановки система (14) запишется в виде

$$\begin{aligned} X_n \Delta_n &= \sum_{j=1}^N Y_j P_{nj} + Y_N \lambda_N^\alpha I_1(\alpha, n) + \frac{1}{y_0 k_n^2}, \\ Y_j S_j &= \sum_{n=1}^M X_n P_{nj} + X_M k_M^2 I_2(\alpha, j), \end{aligned} \quad (19)$$

где $n = 1, 2, \dots, M$;

$j = 1, 2, \dots, N$;

$$I_1(\alpha, n) = \frac{1}{\pi^{\alpha+2}} \sum_{j=N+1}^{\infty} P_{nj} / j^\alpha;$$

$$I_2(\alpha, j) = \frac{1}{\pi^{\alpha+2}} \sum_{n=M+1}^{\infty} P_{nj} / \left(\frac{nL}{H} \right)^\alpha.$$

Свернуть эти ряды не представляется возможным. Однако исследования [4] показывают, что эти ряды сходятся достаточно быстро и точное вычисление их сумм не вызывает затруднений.

Для решения системы (19) применяется метод последовательных приближений. Критерием выбора чисел M и N в (19) служит точность удовлетворения граничным условиям.

Знание асимптотических свойств коэффициентов x_n и y_n в формулах для перемещений и напряжений позволяет провести исследование сходимости рядов и получить удобные выражения для численного анализа напряжений. При улучшении сходимости рядов для напряжений используется разложение

$$\frac{x(1-x^2)}{2^\alpha \Gamma(\alpha) \sin \pi \alpha / 2} = \sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{\frac{\pi \lambda_j}{2}} \frac{I_{\alpha+\frac{1}{2}}(\lambda_j)}{\lambda_j^\alpha \sin \pi \alpha / 2} \sin \lambda_j x / L.$$

При определении X_n и Y_j бесконечная система приводилась к конечной, в которой удерживалось по 30 неизвестных X_n и Y_j .

При решении системы методом последовательных приближений оказалось достаточно 12-13 итераций. При этом переставали меняться первые шесть знаков искоемых коэффициентов.

На рис. 6 приведены кривые распределения главных нормальных и максимальных касательных напряжений для рассматриваемого буферного амортизатора при действии циклических нагрузок вдоль оси $\xi = x/L$ для некоторых значений безразмерной высоты $\eta = y/H$. Видно, что в средней части тела нормальные и касательные напряжения изменяются незначительно. Резкое возрастание наблюдается лишь в области x/L 0,85-0,9, $y/H > 0,9$. В дальнейшем по формулам (6) были рассчитаны главные нормальные и максимальные касательные напряжения, построены экстремальные кривые (рис. 7), в каждой точке которых действует наибольшее главное нормальное, либо наибольшее максимальное касательное напряжения. Полученные результаты дают представление о характере изменения напряжений при подходе к угловым точкам и позволяют выявить наиболее ве-

ростные очаги разрушения буферного амортизатора. А именно, для точек построенных экстремальных кривых, а также в центре амортизатора (где наблюдается максимальное приращение температуры) были получены наименьшие значения долговечности. Разрушение амортизатора, таким образом, может начинаться именно в этих точках. Эти результаты соответствуют имеющимся экспериментальным данным о качественном разрушении исследуемых природных амортизаторов.

Долговечность исследуемого амортизатора рассчитывалась по энтропийному критерию согласно формуле [3]

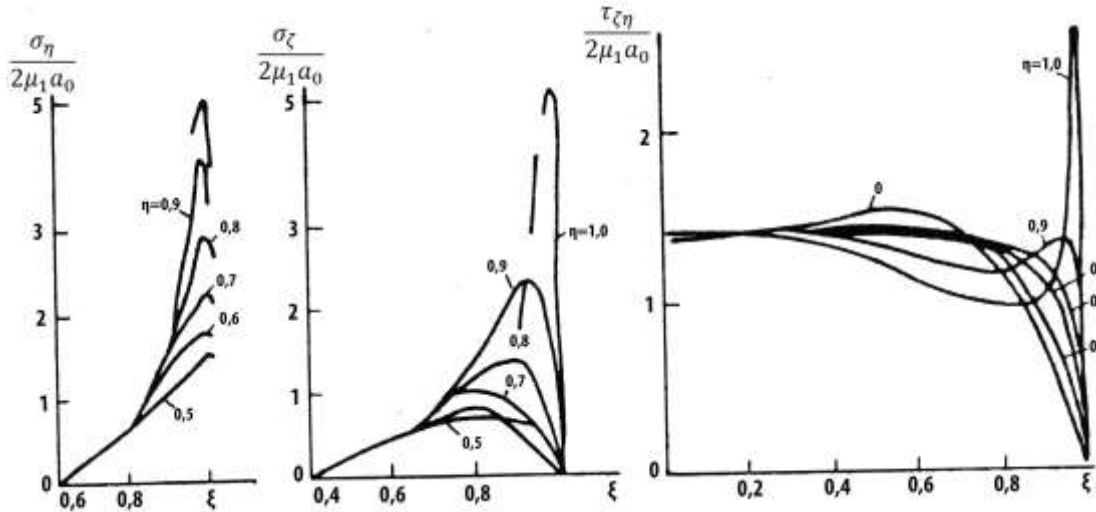


Рисунок 6 – Распределение нормальных (σ_η , σ_z) и касательного ($\tau_{z\eta}$) напряжений в прямоугольном призматическом амортизаторе БРМ-101

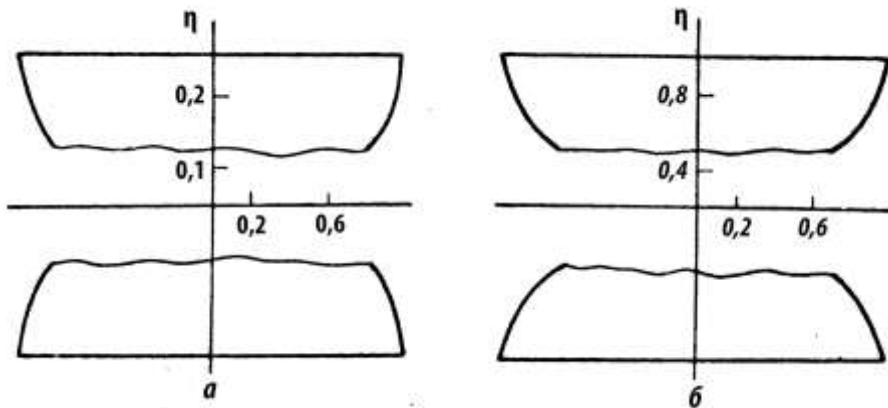


Рисунок 7 – Экстремальные кривые для главных нормальных (а) и максимальных касательных (б) напряжений

$$t^*(x, y, z) = \frac{T(x, y, z) \Delta S_{кр}}{\frac{\omega}{4\pi} \psi E_0 a_0^2 - \frac{2\lambda_p \theta}{LbH} \left(\frac{H_1 \lambda_p \theta}{2 + H_1 L} + \frac{H_1 LH}{2 + H_1 b} + \frac{H_2 bL}{2 + H_2 H} \right)} \times$$

$$\times \left[1 - \frac{H_1 x^2}{L(2 + H_1 L)} - \frac{H_1 z^2}{b(2 + H_1 L)} - \frac{H_2 y^2}{H(2 + H_2 H)} \right]$$

Здесь $T(x, y, z)$ – температура в резиновом массиве;

$\Delta S_{кр}$ – критическое значение плотности энтропии для резины 2959, определённое экспериментально и равное $1,97 \cdot 10^9$ Н/(м²·К);

$$\alpha_0 = \frac{A}{H} = 0,045;$$

H_1 и H_2 – коэффициенты теплообмена между резиной и металлом, а также резиной и воздухом соответственно, $H_1 = 40$ м⁻¹, $H_2 = 5240$ м⁻¹.

При рассмотренных выше параметрах нагружения и геометрических размерах буферного амортизатора его долговечность (для центральной точки) составит 15100 ч.

Экспериментальная долговечность для аналогичных условий нагружения составляла (12-17)·10³ ч. Сходимость результатов можно считать удовлетворительной, предложенную методику использовать для прогнозирования долговечности буферных амортизаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лавендел, Э.Э. Расчёт резино-технических изделий / Э.Э. Лавендел. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
2. Прикладная механика упруго-наследственных сред: В 3-х томах. Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – К.: Наук. думка, 2011. – 568 с.
3. Прикладная механика упруго-наследственных сред: В 3-х томах. Т. 2. Методы расчета эластомерных деталей / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – К.: Наук. думка, 2012. – 616 с.
4. Прикладная механика упруго-наследственных сред: В 3-х томах. Т. 3. Термомеханическая теория вязкоупругих тел / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, В.Г. Карнауков, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – К.: Наук. думка, 2013. – 428 с.

REFERENCES

1. Lavendel, E.E. *Raschot rezino-tekhnicheskikh izdeliy* [Calculation of rubber products], Mashinostroyeniye, Moscow.
2. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagilskiy, Ye.L., Kobets, A.S. (2011), *Prikladnaya mekhanika uprugono-nasledstvennykh sred. Tom 1. Mehanika deformirovaniia i razrusheniia elastomerov* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 1. Mechanics of deforming and breaking down of elastomers], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
3. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zviagilskii, E.L. and Kobets, A.S. (2012), *Prikladnaya mekhanika uprugono-nasledstvennykh sred. Tom 2. Metody rascheta elastomernykh detalei* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 2. Design techniques of elastomeric parts], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
4. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Karnaukhov, V.G., Zviagilskii, E.L. and Kobets, A.S. (2013), *Prikladnaya mekhanika uprugono-nasledstvennykh sred. Tom 3. Termomekhanicheskaya teoriya vyzkouprugikh tel* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 3. Thermomechanical theory of viscoelastic bodies], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

Об авторах

Пухальский Виктор Николаевич, кандидат технических наук, главный инженер ВостГОКа, Жёлтые Воды, Украина

Лисица Николай Иванович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина

Твердохлеб Татьяна Емельяновна, инженер, научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Днепропетровск, Украина

Заболотная Елена Юрьевна, инженер, инженер I категории отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина

Черний Александр Анатольевич, магистр, старший преподаватель, Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет (ДГАЭУ), Днепропетровск, Украина

About the authors

Pukhalsky Viktor Nikolaevich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Chief Engineer in Eastern Mining and Processing Plant, Jelytye Vody, Ukraine

Lisitsa Nikolay Ivanovich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Researcher, Senior Researcher in Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Tverdokhleba Tatyana Yemelyanovna, Engineer, Researcher of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Zabolotnaya Elena Yur'evna, Engineer, First Category Engineer in Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Cherniy Alexandr Anatolyevich, Master of Science, Senior Teacher, Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Анотація. Викладено методи прогнозування локальної довговічності гумометалевих виброізоляторів, що знайшли широке застосування в системах віброзахисту та амортизації різних гірничих і гірничометалургійних машин (змішувачів, окомкувачів, дробарок, віброживильників і ін.). Використано енергетичний критерій дисипативного типу та ентропійний. Розглядаються приклади розрахунку елементів пружних підвісок вібраційних живильників для випуску і доставки урановмісних руд. Зокрема, наводиться приклад розрахунку елементів пружної підвіски віброживильника ВПР-4м: елементів гумометалевих типу ВРМ і буферних амортизаторів.

Ключові слова: довговічність, критерій руйнування, дисипація енергії, ентропія

Abstract. Methods are presented for predicting durability of the local metal-rubber vibration isolators, which are widely used in systems of vibroprotection and amortization in various mining and mining metallurgical machinery (mixers, pelletizers, crushers, vibrating feeders, etc.). Energy criterion of a dissipative type and an entropic criterion are used. Examples of calculating elastic suspensions in vibrating feeders used for uranium-bearing ore production and delivery are considered. In particular, an example is given for calculating such elements of elastic suspension in vibrating feeder VPR-4m as metal-rubber elements of the VRM type and buffer shock absorbers .

Keywords: durability, fracture criterion, energy dissipation, entropy

Статья поступила в редакцию 01.09.2014

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук, проф. В.И. Дырда