

Кобец А.С., д-р эконом. наук, профессор,
Сокол С.П., канд. техн. наук
 (ДГАЭУ),
Твердохлеб Т.Е., инженер
 (ИГТМ НАН Украины),
Толстенко А.В., канд. техн. наук
Колбасин В.А., канд. техн. наук, доцент
Черний А.А., магистр
 (ДГАЭУ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗИНОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН С УЧЁТОМ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ПОВРЕЖДЁННОСТИ

Кобець А.С., д-р економ. наук, професор,
Сокол С.П., канд. техн. наук
 (ДДАЕУ),
Твердохліб Т.О., інженер
 (ІГТМ НАН України),
Толстенко О.В., канд. техн. наук
Колбасін О.В., канд. техн. наук, доцент,
Черній О.А., магістр
 (ДДАЕУ)

ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГУМОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН З УРАХУВАННЯМ ПОШКОДЖЕНОСТІ, ЩО РОЗВИВАЄТЬСЯ

Kobets A.S., D. Sc. (Ec.), Professor,
Sokol S.P., Ph. D. (Tech.)
 (DSAEU),
Tverdokhlebs T.Ye., Engineer
 (IGTM NAS of Ukraine),
Tolstenko A.V., Ph. D. (Tech.)
Kolbasin V.A., Ph. D. (Tech.), Associate Professor,
Cherniy A.A., M. Sc. (Tech.)
 (DSAEU)

DETERMINATION OF TIME CHARACTERISTICS FOR RUBBER ELEMENTS OF MACHINES WITH TAKING INTO ACCOUNT DEVELOPING DAMAGES

Аннотация. С помощью метода Валлола разработан алгоритм расчёта временных характеристик резиновых элементов вибрационных машин (грохотов, питателей, конвейеров и т.д.), работающих при длительных циклических нагрузках. В процессе эксплуатации таких машин в их упругих звеньях накапливается повреждённость, приводящая к изменению макрохарактеристик материала: модуля сдвига и коэффициента диссипации. Процесс накопления и развития микроповреждений в материале интерпретируется как образование в первоначально однородном материале некоторых областей, имеющих характер включений, свойства которых отличны от свойств исходного материала. В работе используется метод Валлола, позволяющий определять эффективные (усреднённые по некоторому объёму материала) характеристики резины с учётом развивающейся повреждённости. Для конкретного примера приводятся зависимости модуля упругости, эффективного модуля и коэффициента диссипации от повреждённости.

Ключевые слова: резина, временные характеристики, повреждённость, метод Валлола, эффективный модуль материала

В тяжёлых машинах, работающих в стационарном динамическом режиме, упругие звенья испытывают значительные нагрузки, которые приводят к существенному изменению структуры материала во времени эксплуатации. В конечном итоге это приводит к накоплению повреждённости и к изменению макрохарактеристик материала: модуля сдвига G и коэффициента диссипации ψ .

К таким машинам относятся грохоты, питатели, выбивные решётки, центрифуги, жатки, вибрационные машины сельскохозяйственного производства и т.д. Механические свойства резиновых деталей (РД) таких машин не остаются постоянными в процессе нагружения, а их изменения обычно приводят к изменению параметров колебаний подвижных частей машин, а иногда и к изменению технологического процесса. При этом весьма важным является накопление повреждённости в массиве резиновой детали.

Повреждённость материала является первопричиной потери любым изделием работоспособности, что в конечном итоге приводит к его отказу. В этой связи формирование характеристик резиновых элементов конструкций, как функции развивающейся повреждённости, является актуальной задачей, представляющей научный и практический интерес.

В работе используется разработанный для композитных материалов метод Валпола [1-4], позволяющий определять эффективные (усреднённые по некоторому объёму резинового массива) характеристики с учётом развивающейся в материале повреждённости.

При расчёте применяется следующая модель усталостного разрушения. Исследуемый резиновый элемент представляется совокупностью материальных точек (или характерных объёмов), каждая из которых наделена свойствами исходного материала. Процесс накопления и развития микрповреждений в материале под действием внешних нагрузок интерпретируется как образование в первоначально однородном материале некоторых областей, имеющих вследствие своей изолированности характер включений. Предполагается, что свойства всех включений идентичны между собой, но существенно отличны от свойств исходного материала.

Ниже исследуем две макроскопические характеристики резиновых элементов, полностью описывающие их вязкоупругое поведение: динамический модуль упругости G' и модуль потерь G'' , при этом комплексный модуль с учётом развивающейся в материале повреждённости (и соответствующей анизотропией свойств) запишется в тензорном виде

$$\hat{G}^* = \hat{G}' + i\hat{G}'',$$

где знак \wedge означает тензорные величины, или

$$G_{ijkl}^* = G'_{ijkl} + iG''_{ijkl}.$$

При построении эффективных характеристик $\hat{G}'_{эф}$ и $\hat{G}''_{эф}$ сделаем ряд предположений:

- 1) резина в исходном состоянии однородна и изотропна;
- 2) образующиеся включения характеризуются своей концентрацией $p(t)$ в произвольном характерном объёме, изменяющейся во времени;
- 3) модули образующихся включений (G'_1, G''_1) связаны с модулями исходного материала G'_0, G''_0 соотношениями типа

$$G'_1 = f(G'_0);$$

- 4) развивающиеся включения математически характеризуются матрицей модулей упругости, аналогичной матрице модулей упругости основного материала;

5) упругие модули материала включений не зависят от времени, т.е. свойства дефектов не меняются в процессе разрушения, тот факт, что повреждённость материала растёт, отражён функцией $p(t)$;

6) исследуемые характеристики относятся к первому этапу разрушения, который характеризуется зарождением и развитием дефектов (повреждённости) и имеет с точки зрения термодинамики характер квазиравновесного процесса.

При сделанных выше предположениях согласно [2] выражение эффективного модуля $\hat{G}'_{эф}$ (аналогично и для $\hat{G}''_{эф}$) запишется в виде

$$\hat{G}'_{эф} = \hat{G}'_1 + (1-p)(\hat{G}'_0 - \hat{G}'_1) : [\hat{I} + p(\hat{G}'_0 + \hat{G}'_1)^{-1} : (\hat{G}'_0 - \hat{G}'_1)]^{-1}, \quad (1)$$

где \hat{G}'_1 – тензор модулей упругости включения;

\hat{G}'_0 – изотропный тензор, компоненты которого представляются в виде

$$\bar{G}'_{ijkl} = \frac{\mu(\lambda + 6\mu)}{(3\lambda + 8\mu)} \delta^{ij} \delta^{kl} + \frac{\mu(9\lambda + 14\mu)}{2(3\lambda + 8\mu)} \cdot (\delta^{il} \delta^{jk} + \delta^{jl} \delta^{ik}),$$

λ и μ – коэффициенты Ляме основной среды;

δ^{ij} – символы Кронекера;

\hat{I} – единичный четырёхвалентный тензор, компоненты которого имеют вид

$$\hat{I} = \frac{1}{2} (\delta^{ik} \delta^{jl} + \delta^{il} \delta^{jk}),$$

p – полная концентрация включений в характерном объёме материала.

Для конкретизации выражения (1) применительно к $\hat{G}'_{эф}$ и $\hat{G}''_{эф}$ следует установить вид функциональных соотношений между свойствами исходного материала и развивающихся включений. При этом примем во внимание следующие, хорошо известные из механики резины, положения:

- 1) старение резины характеризуется параллельно протекающими процессами структурирования и деструкции;
- 2) процессы структурирования являются преобладающими;
- 3) при структурировании наблюдается разрыв химических связей и образование новых.

В связи со сказанным выше, а также на основании экспериментальных данных для \hat{G}'_1 и \hat{G}''_1 будут приняты разные модели.

Остановимся сначала на формировании выражения для $\hat{G}'_{эф}$. Примем $\hat{G}'_1 = n' \hat{G}'_0$, т.е. модуль образующихся включений в n' раз больше модуля основного материала.

С учётом сделанных предположений и, представив независимые компоненты тензора напряжений в виде шестимерной матрицы-столбца [5, 6], записываем матрицы модулей упругости \hat{G}'_0 и \hat{G}'_1 в виде

$$\hat{G}'_0 = \left\| \begin{array}{cccccc} G'_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G'_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G'_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G'_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G'_0 \end{array} \right\| = G'_0 \cdot \hat{I}, \quad (2)$$

$$\hat{G}'_1 = n' G'_0 \hat{I}, \quad (3)$$

$$\hat{G}'_0 = \begin{pmatrix} 10G'_0/3 & G'_0/3 & G'_0/3 & 0 & 0 & 0 \\ G'_0/3 & 10G'_0/3 & G'_0/3 & 0 & 0 & 0 \\ G'_0/3 & G'_0/3 & 10G'_0/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3G'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3G'_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3G'_0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Произведя тензорные операции в (1) согласно [3, 4], получаем для $\hat{G}'_{эф}$ следующее выражение

$$\hat{G}'_{эф} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $A = G'_0 \left[n' + \frac{(1-p)(1-n')\Delta}{\Delta + p\Delta_1(1-n')} \right]$, $B = G'_0 \left[n' + \frac{(1-n')(1-p)(n'+3/2)}{(n'+3/2) + 2p(1-n')} \right]$,

$$\Delta = \left[4 \left(n' + \frac{5}{3} \right)^3 - \frac{1}{3} \left(n' + \frac{5}{3} \right) + \frac{1}{9} \right], \quad \Delta_1 = 4 \left(n' + \frac{5}{3} \right)^2 - \frac{1}{9}.$$

С использованием выражения для $\hat{G}'_{эф}$ строим связь между деформациями и напряжениями в виде

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \hat{G}'_{эф} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Если рассматривать деформацию чистого сдвига (такая деформация часто встречается при работе резинометаллических элементов типа БРМ в вибрационных машинах), то $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = 0$, и получаем следующее соотношение между касательным напряжением σ_{xy} и деформацией сдвига ε_{xy}

$$\sigma_{xy} = G'_0 \left[n' + \frac{(1-n')(1-p)(n'+3/2)}{(n'+3/2) + 2p(1-n')} \right] \varepsilon_{xy}. \quad (7)$$

Относительно значения n' в известной литературе данных нет, в дальнейшем выбор n' может быть основан на экспериментальных результатах. Рассчитанная по формуле (7) зависимость эффективного модуля от поврежденности показана на рис. 1.

Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными показывает, что построенная зависимость $G'_{эф}(p)$ соответствует характеру изменения абсолютной ве-

личины комплексного модуля сдвига и может быть использована для учёта нестабильности механических свойств слабо- и средненаполненных резин. При этом для наполненных резин следует уточнить вид функции $f(G'_0)$.

Следует сделать ещё одно замечание относительно области применимости полученных результатов. Экспериментальные исследования показывают, что в широком диапазоне частот и амплитуд, характерных для работы вибрационных машин, значение статического модуля примерно равно значению динамического: $G_\infty = G'_0$ для

слабонаполненных резин. Для резин на основе СКИ-3 с наполнением техническим углеродом более 20 масс.ч. имеет место функциональная зависимость

$$G'_0 = 1,34G_\infty - 0,2 \text{ (МПа)},$$

которая может быть использована при описании механических характеристик РЭК для разных типов резин; G_∞ определяется из статических испытаний.

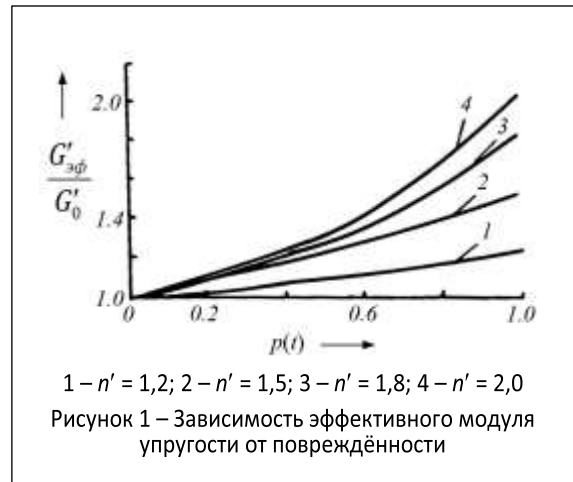
Изложенный выше алгоритм может быть применён к построению функциональной зависимости другой эффективной характеристики $\hat{G}''_{эф}$. При этом принимается следующая физическая модель разрушения. Включения, развивающиеся в первоначально однородном материале, моделируются разрывами химических связей и ориентируются по направлению рвущихся связей. В соответствии с этим упругие свойства материала таких включений в базисе главных осей тензора напряжений можно представить в виде

$$\hat{G}''_{1эф} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G''_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G''_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G''_0 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Используя выражения (2), (4), (8), на основании (1) получаем матрицу значений для

$\hat{G}''_{эф}$

$$\hat{G}''_{эф} = \begin{vmatrix} \frac{56G''_0(1-p)}{17p+28} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G''_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G''_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G''_0(1-p)}{1+(2/3)p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G''_0(1-p)}{1+(2/3)p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G''_0 \end{vmatrix}. \quad (9)$$



Для случая чистого сдвига

$$G''_{эф}(p) = \frac{(1-p)G''_0}{\frac{2}{3}p+1} \quad (10)$$

Соответствующая зависимость представлена на рис. 2, где, как и в предыдущем случае, нестабильность свойств определяется эволюционным уравнением $p(t)$, вид которого может быть принят [6]

$$p(t) = 1 - e^{-k't},$$

где k' – параметр, зависящий от типа резины и условий нагружения.

С использованием выражений (7), (10) и равенства

$$\psi(p) = \frac{2\pi G''}{G'}$$

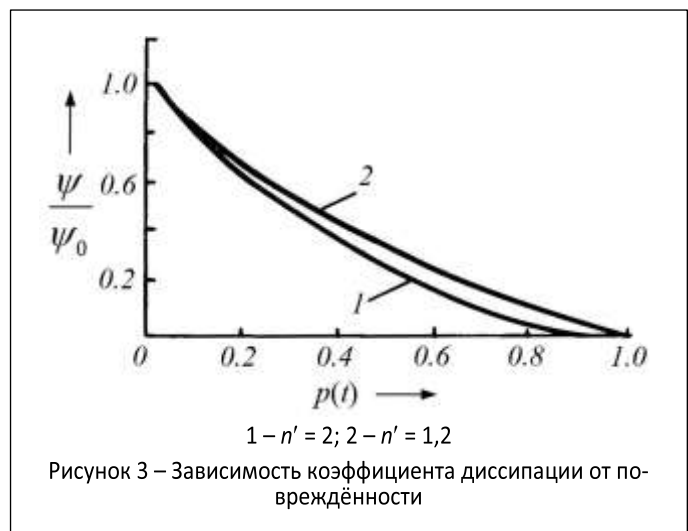
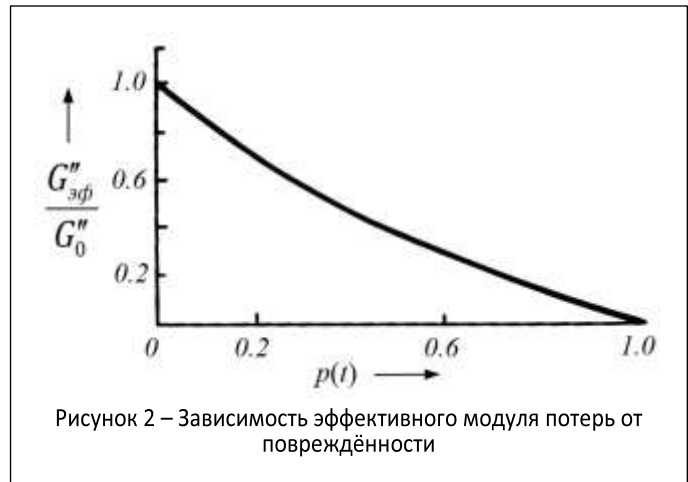
получаем значение коэффициента диссипации энергии как функции повреждённости

$$\psi(p) = \frac{(1-p)\psi_0}{\left(\frac{2}{3}p+1\right) \left[n' + \frac{(1-n')(1-p)(n'+3/2)}{n'+3/2+2p(1-n')} \right]}, \quad (11)$$

где $\psi_0 = \frac{2\pi G''_0}{G'_0}$.

На рис. 3 представлена зависимость технического коэффициента диссипации ψ от повреждённости, её сравнение с соответствующей эмпирической временной зависимостью показывает их качественное совпадение.

Обобщая изложенное выше, можно сделать вывод о том, что разработанный метод является методом прогнозирования жесткостных и диссипативных свойств РД в связи с развивающейся повреждённостью. Он позволяет также связать микро- и макрохарактеристики разрушения РД, может быть использован после уточнения принятых физических моделей при расчёте долговечности РД.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вакуленко, А.А. О связях между напряжениями и деформациями в неупругих средах / А.А. Вакуленко // Исследования по упругости и пластичности. – Л.: 1961. – № 1. – С. 3-35.

2. Чудновский, А.И. О разрушении макротел / А.И. Чудновский // Исследования по упругости и пластичности. – Ленинград: Изд-во Ленинградского университета, 1973. – С. 3–41.
3. Walpole, L.I. On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous system – I / L.I. Walpole // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1966. – V. 14, № 3. – P. 151-162.
4. Walpole, L.I. On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous system – II / L.I. Walpole // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1966. – V. 14, № 5. – P. 289-301.
5. Прикладная механика упруго-наследственных сред: В 3-х томах. Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – К.: Наук. думка, 2011. – 568 с.
6. Прикладная механика упруго-наследственных сред: В 3-х томах. Т. 2. Методы расчета эластомерных деталей / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – К.: Наук. думка, 2012. – 616 с.

REFERENCES

1. Vakulenko, A.A. (1961), "On the connections between stress and strain in elastic media", *Issledovaniya po uprugosti i plastichnosti*, no.1, pp. 3-35.
2. Chudnovskiy, A.I. (1973), "On fracture of macroscopic bodies", *Issledovaniya po uprugosti i plastichnosti*, pp. 3-41.
3. Walpole, L.I. (1966), "On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous system –I", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 14, no. 3, pp. 151-162.
4. Walpole, L.I. (1966), "On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous system – II", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 14, no. 5, pp. 289-301.
5. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagil'skiy, Ye.L., Kobets, A.S. (2011), *Prikladnaya mekhanika uprugono-nasledstvennykh sred. Tom 1. Mehanika deformirovaniia i razrusheniia elastomerov* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 1. Mechanics of deforming and breaking down of elastomers], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
6. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zviagil'skii, E.L. and Kobets, A.S. (2012), *Prikladnaya mekhanika uprugono-nasledstvennykh sred. Tom 2. Metody rascheta elastomernykh detalei* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 1. Design techniques of elastomeric parts], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

Об авторах

Кобец Анатолий Степанович, доктор экономических наук, профессор, ректор, Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет (ДГАЭУ), Днепропетровск, Украина

Сокол Сергей Петрович, канд. техн. наук, старший преподаватель Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ДГАЭУ), Днепропетровск, Украина

Твердохлеб Татьяна Емельяновна, инженер, научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Днепропетровск, Украина

Толстенко Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ДГАЭУ), Днепропетровск, Украина

Колбасин Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент, доцент Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ДГАЭУ), Днепропетровск, Украина

Черный Александр Анатольевич, инженер, старший преподаватель Днепропетровского государственного аграрно-экономического университета (ДГАЭУ), Днепропетровск, Украина, sanek20.1984@gmail.com

About the authors

Kobets Anatoly Stepanovich, Doctor of Economical Sciences (D. Sc.), Professor, Prex, Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Sokol Sergey Petrovich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Teacher of Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Tverdokhleba Tatyana Yemelyanovna, Engineer, Researcher of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Tolstenko Alexandr Vasilyevich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor of Department «Reliability and repair of machinery», Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Kolbasin Alexandr Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Cherniy Alexandr Anatolyevich, Engineer, Senior Teacher of Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University (DSAEU), Dnepropetrovsk, Ukraine, sanek20.1984@gmail.com

Анотація. За допомогою методу Валпола розроблений алгоритм розрахунку часових характеристик гумових елементів вібраційних машин (грохотів, живильників, конвеєрів і т.д.), що працюють при тривалих циклічних навантаженнях. В процесі експлуатації таких машин в їх пружних ланках накопичується пошкодженість, яка веде до зміни макрохарактеристик матеріалу: модуля зсуву і коефіцієнта дисипації. Процес накопичення і розвитку мікроушкоджень в матеріалі інтерпретується як утворення в спочатку однорідному матеріалі деяких областей, що мають характер включень, властивості яких відмінні від властивостей вихідного матеріалу. У роботі використовується метод Валпола, що дозволяє визначити ефективні (усереднені по деякому об'єму матеріалу) характеристики гуми з урахуванням пошкодженості, що розвивається. Для конкретного прикладу наводяться залежності модуля пружності, ефективного модуля і коефіцієнта дисипації від пошкодженості.

Ключові слова: гума, часові характеристики, пошкодженість, метод Валпола, ефективний модуль матеріалу

Abstract. With the help of Walpole method, an algorithm was established for calculating time characteristics of rubber components of vibrating machines (mechanical screens, feeders, conveyors, etc.) working under durable cyclic loads. In the process of operation, damage accumulates in elastic links of such machines causing changes in such macro characteristics of the material as shear modulus and dissipation coefficient. The process of micro damage accumulation and development in the material is interpreted as formation of some areas in originally homogeneous material, which are a kind of inclusions, properties of which differ from those of the original material. In this paper, the Walpole method is used, which allows to determine effective (averaged by some volume of material) characteristics of rubber with developing damages. As a concrete example, dependences of coefficient of elasticity, effective Young's modulus and dissipation coefficient on the damage are given.

Keywords: rubber, time characteristics, Walpole method, effective modulus of the material

Статья поступила в редакцию 02.09.2014

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук, проф. В.П. Франчуком