

УДК 622.33:622.752.3

**Булат А.Ф.**, акад. НАН України, д-р техн. наук, професор,  
**Надутый В.П.**, д-р техн. наук, професор,  
**Корниенко В.Я.**, канд. техн. наук, доцент,  
**Чельшкіна В.В.**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.  
(ИГТМ ім. Н.С. Полякова НАН України)

**РАЗРАБОТКА ОБОБЩЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ПРИ КОМПЛЕКСНОМ ИЗВЛЕЧЕНИИ ЯНТАРЯ ИЗ ПЕСЧАНО-  
ГЛИНИСТОЙ ГОРНОЙ МАССЫ**

**Булат А.Ф.**, акад. НАН України, д-р техн. наук, професор,  
**Надутый В.П.**, д-р техн. наук, професор,  
**Корнієнко В.Я.**, канд. техн. наук, доцент,  
**Челишкіна В.В.**, канд. техн. наук, ст. науч. співр.  
(ІГТМ ім. М.С. Полякова НАН України)

**РОЗРОБКА УЗАГАЛЬНЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ  
ПРИ КОМПЛЕКСНОМУ ВИЛУЧЕННІ БУРШТИНУ З ПІЩАНО-  
ГЛИНИСТОЇ ГІРСЬКОЇ МАСИ**

**Bulat A.F.**, Acad. NASU, D.Sc. (Tech), Professor,  
**Nadutyu V.P.**, D. Sc. (Tech.), Professor,  
**Korniyenko V.Ya.**, Ph.D. (Tech.), Associate Professor,  
**Chelyshkina V.V.**, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher  
(N.S. Polyakov IGTM NAS of Ukraine)

**DEVELOPMENT OF GENERAL MATHEMATICAL MODEL  
OF COMPLEX AMBER EXTRACTION FROM THE SAND-CLAY  
ROCKS**

**Аннотация.** Разработан способ и устройства для извлечения янтаря с использованием воды, воздуха и вибрации. При экспериментальных испытаниях в лабораторных условиях получена большая база данных, которая обрабатывалась методами корреляционного и многофакторного регрессионного анализа с целью разработать обобщенную регрессионную модель зависимости скорости всплытия янтаря от четырех независимых параметров: плотности среды, частоты и амплитуды вибрации, объема воздуха для барботирования суспензии. Анализ приближенной модели линейной регрессии показал, что на увеличение скорости всплытия янтаря наиболее сильно влияет плотность среды, далее, в порядке убывания, следуют объем воздуха, амплитуда вибрации и частота. Увеличению скорости всплытия способствует увеличение амплитуды колебаний, рост остальных параметров ведет к снижению скорости. Получено обобщенное регрессионное уравнение, с высокой адекватностью описывающее процесс изменения скорости всплытия янтаря от указанных четырех параметров, а также производные регрессионные уравнения, в которых вместо амплитуды и частоты используются виброскорость и виброускорение колебаний.

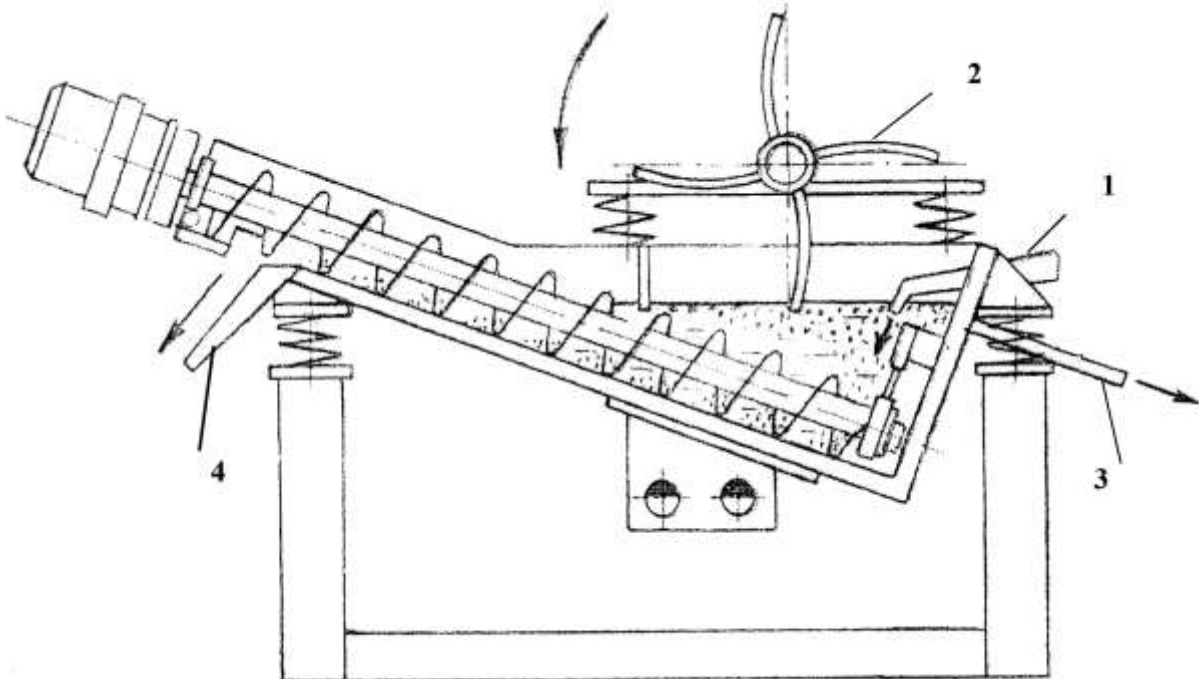
**Ключевые слова:** янтарь, комплексный метод, плотность, вибрация, скорость всплытия.

В настоящее время добыча янтаря на месторождениях Украины осуществляется преимущественно скважинно-гидравлическим способом.

Существенными недостатками его являются высокие потери янтаря (извлечение составляет до 50 %) и нарушение экологии [1].

В Институте геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины совместно с Национальным университетом водного хозяйства и природопользования (НУВХП, г. Ровно) разрабатываются способ и устройства для добычи янтаря из янтароносных глинисто-песчаных пород с использованием трех факторов воздействия: воды, воздуха и вибрации [2-4]. За счет действия комплексных сил всплытие янтаря происходит в более плотной суспензии, чем обычно при разделении в плотных суспензиях, что экономит расход воды. Способ обеспечивает возможность послойной выемки породы и повышение извлечения, в частности, за счет мелких фракций, которые сегодня остаются на карте намыва не извлеченными.

На рис.1 приведено устройство для извлечения янтаря на базе спирального классификатора. Зеркало пульпы формируется при боковом подводе питания, добавочной и оборотной воды (1). В ванне размещены перфорированные трубки с подводом воздуха для барботации суспензии. Под днищем ванны установлено устройство для создания виброколебаний. С помощью поворотного гребкового механизма (2), выполняется разгрузка янтаря в приемный желоб (3), пески разгружаются в верхней зоне классификатора (4).



1 - добавочная (оборотная) вода; 2 - гребковое устройство для перемещения всплывшей фракции; 3 - разгрузочный желоб для всплывшей фракции янтаря; 4 - разгрузка песков

Рисунок 1 – Виброклассификатор комплексного действия для извлечения янтаря

Проведены лабораторные экспериментальные исследования, в которых определялась скорость всплытия янтаря при вариации следующих четырех независимых параметров: плотность среды, частота и амплитуда вибрации, объем воздуха для барботирования суспензии. Амплитуда вибрации определялась как среднеквадратичное значение амплитуды колебательного процесса. При измерениях плотность среды составляла от  $1700 \text{ кг/м}^3$  до  $2000 \text{ кг/м}^3$ .

**Целью** работы являлось выполнить анализ экспериментальных данных и разработать обобщенную регрессионную модель зависимости скорости всплытия янтаря  $V$  от указанных четырех независимых параметров и их комбинаций. Такая модель позволит, например, осуществлять выбор рациональных параметров и прогнозировать результат воздействия при варьировании четырех независимых факторов.

Для того чтобы определить в каком виде включать каждый из параметров в уравнение регрессии – в виде линейной или нелинейной функции, вначале, методом парных корреляций, было установлено, что зависимость  $V$  от каждого из параметров носят нелинейный характер. Наличие нелинейных связей  $V$  от каждого из изменяемых факторов является основанием для того, чтобы при построении обобщенной регрессионной модели (от всех четырех факторов) задать функцию  $V$  в виде уравнения, включающего как линейные члены, так и нелинейные в виде квадратов каждого из параметров и их произведений

$$Y = a_0 + \sum_i^n a_i \cdot x_i + \sum_i^n a_{ii} \cdot x_i^2 + \sum_{i < j}^n a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (1)$$

где  $Y$  – функция отклика ( $V$ );  $a_0$  – свободный член уравнения;  $a_i \cdot x_i$ ,  $a_{ii} \cdot x_i^2$  – линейные и квадратичные слагаемые в виде произведений коэффициентов регрессии  $a_i$  на факторы  $x_i$ ;  $a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$  – слагаемые парных произведений факторов;  $n$  – число переменных факторов.

Для уравнения регрессии вида (1) весьма затруднительно оценить степень влияния каждого из параметров. Поэтому предварительно была построена простейшая линейная регрессионная зависимость вида:

$$V = a_0 + a_1\omega + a_2\rho + a_3A + a_4q, \quad (2)$$

Коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_4$  и статистические характеристики для уравнения (2) были получены с использованием встроенной опции “Регрессия” программы Microsoft Excel. Здесь, и далее адекватность моделей оценивалась по квадрату коэффициента корреляции  $R^2$  расчетных и экспериментальных значений  $V$ .

При построении всех регрессионных уравнений нами использовались общепринятые для исследуемого процесса единицы измерения [5], параметры изменялись в следующих диапазонах:

- $V$ , мм/с – скорость всплытия янтаря,  $40 \div 135$  мм/с;
- $\omega$ , Гц – частота вибрации,  $20 \div 36,7$  Гц;

- $\rho$ , г/см<sup>3</sup> – плотность среды,  $1,68 \div 2,0$  г/см<sup>3</sup>;
- $A$ , мм – среднее квадратичное значение амплитуды вибрации,  $1 \div 2,5$  мм;
- $q$ , см<sup>3</sup>/с – объем воздуха,  $1,11 \div 1,67$  см<sup>3</sup>/с.

Для линейного уравнения регрессии вида (2) получено:

$$V = 1055,5 - 6 \omega - 435,5 \rho + 15,4 A - 34,5 q, \quad R^2 = 0,97 \quad (3)$$

Уравнение (3) имеет оценочный характер, оно не учитывает нелинейность связи каждого из параметров со скоростью  $V$ , то есть не включает квадратичных слагаемых. Тем не менее, оно позволяет оценить степень и характер влияния каждого из параметров на фоне их совместного действия.

На увеличение скорости всплытия янтаря наиболее сильно влияет плотность среды - абсолютное значение коэффициента при  $\rho$  наиболее высокое. Далее в порядке убывания степени влияния следуют параметры:  $q$ ,  $A$  и  $\omega$ . При этом к увеличению скорости всплытия янтаря  $V$  ведет только увеличение амплитуды колебаний  $A$  - коэффициент при  $A$  имеет положительный знак. Рост остальных параметров ведет к тому, что величина  $V$  снижается.

Для искомой регрессионной модели (1) расчет коэффициентов производился средствами прикладного пакета обработки статистических данных SPSS Statistics с применением встроенной функции "Enter" [6]. Данный алгоритм, также как программа Microsoft Excel, вначале включает в уравнение (1) все независимые переменные  $x_i$ ,  $x_i^2$ ,  $x_i x_j$ , но затем, в отличие от Excel, производит отбор слагаемых: те, которые имеют наименьшие коэффициенты частной корреляции с зависимой переменной ( $Y$ ), исключаются, на основе оценки значимости (вероятности)  $F$ -статистики (пороговые значения включения 5%, исключения - 10%). Такой подход позволяет минимизировать число членов уравнения регрессии при высокой степени адекватности модели.

В результате расчёта для модели (1) было получено следующее многофакторное регрессионное уравнение:

$$V = 1097,66 - 2,87 \omega \rho - 5,57 \omega A - 2,59 \omega q - 202,83 \rho^2 + \\ + 39,79 A^2 - 18,17 A q + 24,79 q^2, \quad R^2 = 0,997 \quad (4)$$

Полученная обобщенная регрессионная модель имеет более высокую степень аппроксимации по сравнению с более простой моделью (3).

По результатам проведенных экспериментов были рассчитаны такие характеристики вибрационного процесса, как виброскорость и виброускорение. Виброскорость характеризует мощность колебательного процесса, а виброускорение - инерционную силу, которая воздействует на объект при вибрации. Эти параметры определялись по формулам [5]:

$$v = 2\pi * A * \omega, \quad (\text{мм/с}),$$

$$a = 2\pi * A * \omega * \omega, \quad (\text{мм/с}^2)$$

где  $A$  (мм) - среднеквадратичное значение амплитуды колебаний,  $\omega$  (Гц) – частота вибрации.

Анализ базы данных, в которой фигурирует виброскорость  $v$  выполнялся с помощью программы SPSS Statistics с применением встроенной процедуры “Enter” и критерия отбора на основе значимости (вероятности)  $F$ - статистики 0,05-0,1, [6]. Было получено следующее уравнение:

$$V = -1540,73 + 474,21\rho + 8,6v - 2,28\rho v + 97,93\rho q - 0,01v^2 - 0,05vq - 69,74q^2, \quad R^2 = 0,990 \quad (5)$$

Для анализа базы данных, в которой фигурирует виброускорение  $a$ , была использована программа Microsoft Excel, опция “Регрессия”, поскольку методы отбора переменных в программе SPSS Statistics, хотя и позволяют сократить число членов в уравнении, но коэффициент детерминации  $R^2$  при этом не достаточный - не выше 0,67. Получено:

$$V = 46010,55 - 68499,7\rho + 3,294a + 22046,3\rho^2 - 1,131\rho a + 61,522\rho q - 0,003aq - 43,052q^2, \quad R^2 = 0,999 \quad (6)$$

Регрессионное уравнение (6) с высокой достоверностью описывает изменение скорости всплытия янтаря от виброускорения, плотности среды и объема подаваемого воздуха.

### **Выводы.**

В процессе всплытия янтаря при комплексном воздействии воды, воздуха и вибрации на увеличение скорости всплытия наиболее сильно влияет плотность среды, далее, в порядке убывания степени влияния, следуют: объем воздуха, подаваемого для барботации, амплитуда и частота вибрации. На увеличение скорости всплытия янтаря положительно влияет увеличение амплитуды колебаний, увеличение же остальных параметров ведет к тому, что величина скорости снижается.

С помощью современных методов компьютерного анализа разработаны регрессионные модели описывающие изменение скорости всплытия янтаря от варьируемых показателей: плотности среды, частоты и амплитуды вибрации, объема подаваемого воздуха, а также модели, включающие производные показатели вибрации - виброскорость и виброускорение, а также плотность среды и объем воздуха. Разработанные модели охватывают следующий диапазон изменения параметров: частота вибрации:  $20 \div 36,7$  Гц; амплитуда:  $1 \div 2,5$  мм; плотность среды:  $1,68 \div 2,0$  г/см<sup>3</sup>; объем воздуха для барботации суспензии  $1,11 \div 1,67$  см<sup>3</sup>/с. При этом скорость всплытия янтаря определяется уравнениями (4) - (6) и изменяется в диапазоне  $40 \div 135$  мм/с.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Булат, А.Ф. Опыт применения вибрационных установок в технологии добычи янтаря / А.Ф.Булат, В.П.Надутьй, В.Я. Корниенко // Вібрації в техніці та технологія: Всеукр. наук.-техн. журнал. – Вінниця, 2015. – Вип. 4(80).– С.128-131.
2. Пат. 120248 UA, МПК (2017.01), В03В 5/00, 5/12, 5/28, 5/30 (2006.01), МПК8 В03В 1/00, В03D 1/00. Спосіб вилучення бурштину / Надутьй В.П., Маланчук З.Р., Чолишкіна В.В., Корнієнко В.Я.; заявник і патентовласник ІГТМ НАН України. - №U201704378; заявл. 03.05.2017; опубл. 25.10.2017, Бюл. № 20.
3. Пат. 102869, UA, МПК8 В03В 5/52. Вібраційний класифікатор / Надутьй В.П., Чолишкіна В.В., Сухарєв В.В., Корнієнко В.Я.; заявник і патентоволодар - ІГТМ НАН України. - № U201504518; заявл.08.05.2015; опубл. 25.11.15, Бюл. № 22.
4. Дослідження процесу вилучення бурштину з бурштиновмісних родовищ вібраційним класифікатором / Надутьй В.П., Сухарєв В.В., Чолишкіна В.В., Корнієнко В.Я. // Вібрації в техніці і технологія: Всеукраїнський наук.-техніч. журнал/ ВНАУ.- Вінниця, 2016.- Вип.3 (83).-С.117-122.
5. Вибрации в технике. Справочник в 6 т./ В.Н.Челомей [и др.]. -М.:Машиностроение,1978.- т.1.- с.28-30.
6. Бююль, А. SPSS: искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей / А. Бююль, П. Цефель.: Пер. с нем. – СПб.: ООО «Диа-СофтЮП», 2005. – 608 с.

## REFERENCES

1. Bulat, A.F., Nadutiy V.P. and Kornienko V.Ya. (2015), «Experience of using vibrating units in amber extraction technology», *Vibration in technique and technology, VNAU*, Vinnitsa, no. 4(80), pp.128-131.
2. Nadutiy V.P., Malanchuk Z.R., Chelishkina V.V. and Korniyenko V.Ya. (2017), *Zayavnyk i patentovolodar IGTM NAN Ukrainy, Sposib viluchennya burshtinu* [Amber extraction method], State Register of Patents of Ukraine, Dnieper, UA, Pat. 120248.
3. Nadutiy V.P., Chelishkina V.V., Suhariyev V.V. and Korniyenko V.Ya. (2015), *Zayavnyk i patentovolodar IGTM NAN Ukrainy (2015), Vibratziynyy klasifikator* [Vibration Classifier], State Register of Patents of Ukraine, Dnieper, UA, Pat. 102869.
4. Nadutiy V.P., Suhariyev V.V., Chelishkina V.V. and Korniyenko V.Ya. (2016), *Doslidzhennya protsesu vyluchennya burshtynu z burshtynovmisnyh rodovysch vibratsiynym klasyfikatorom* [Investigation of the process of extracting amber from amber deposits on a vibration classifier], *Vibration in technique and technology, VNAU*, Vinnitsa, no.3 (83), pp.117-122.
5. Chelomey V.N. [and others] (1978), *Vibratsii v tekhnike. Spravochnik v 6 tomakh* [Vibration in engineering. Reference book involve 6 tomes], Vol. 1, pp. 28-30.
6. Buyul A.and Tsefel P. (2005), *SPSS: iskusstvo obrabotki informatsii. Analiz statisticheskikh dannykh i vosstanovleniye skrytykh zakonemernostey* [SPSS: the art of information processing. Analysis of statistical data and restoration of hidden patterns], Dia-SoftYuP, St. Petersburg, Russia.

## Об авторах

**Булат Анатолий Федорович**, академик Национальной академии наук Украины, доктор технических наук, профессор, директор института, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, office.igtm@nas.gov.ua

**Надутьй Владимир Петрович**, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, nadutyvp@gmail.com

**Корниенко Валерий Яковлевич**, кандидат технических наук, доцент Национального университета водного хозяйства и природопользования (г. Ровно, Украина), докторант Института геотехнической механики НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина.

**Чельшикина Валентина Васильевна**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник отдела механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, chel.valenti@gmail.com

### About the authors

**Bulat Anatoly Fedorovich**, Academician of the National Academy of Science of Ukraine, Doctor of Technical Sciences (D. Sc), Professor, Director of the Institute, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine, office.igtm@nas.gov.ua

**Nadutyi Vladimir Petrovich**, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of the Department Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine, nadutyvp@gmail.com

**Korniyenko Valeriy Yakovlevich**, Ph.D. (Tech.), Associate Professor of National University of Water Resources and Environmental Management (Rovno, Ukraine), Doctoral Student of M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under NAS of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine

**Chelyshkina Valentina Vasilievna**, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher, Senior Researcher in the Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under NAS of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepr, Ukraine, chel.valenti@gmail.com

**Анотація.** Розроблено спосіб і пристрої для вилучення бурштину з використанням води, повітря та вібрації. При експериментальних випробуваннях в лабораторних умовах отримана велика база даних, яка оброблялася методами кореляційного і багатофакторного регресійного аналізу з метою розробити узагальнену регресійну модель залежності швидкості спливання бурштину від чотирьох незалежних параметрів: щільності середовища, частоти і амплітуди вібрації, обсягу повітря для барботування суспензії. Аналіз наближеною моделі лінійної регресії показав, що на збільшення швидкості спливання бурштину найбільш сильно впливає щільність середовища, далі, за спаданням прямують обсяг повітря, амплітуда вібрації і частота. Збільшенню швидкості спливання сприяє збільшення амплітуди коливань, зростання інших параметрів веде до зниження швидкості. Отримано узагальнене регресійне рівняння, яке з високою адекватністю описує процес зміни швидкості спливання бурштину від зазначених чотирьох параметрів, а також похідні регресійні рівняння, в яких замість амплітуди і частоти використовуються віброшвидкість і віброприскорення коливань.

**Ключові слова:** бурштин, комплексний метод, щільність, вібрація, швидкість спливання.

**Annotation.** A new method and devices were developed for amber extraction with the help of water, air and vibration. During experimental tests in the laboratory conditions, a large database was created, which was processed by methods of correlation and multifactor regression analysis in order to develop a generalized regression model of dependence between the rate of amber surfacing and the following four independent parameters: density of the medium, frequency and amplitude of vibration, and air volume for the suspension bubbling. Analysis of approximate linear regression model showed that increase of the amber-surfacing rate primarily depended on density of the medium and, in descending order, volume of air, amplitude and frequency of vibration. Rate of surfacing is increased with increased amplitude of oscillations; at the same time, growing of the rest parameters slows down the rate. A generalized regression equation was formulated, which, with high adequacy, describes process of the amber surfacing rate changing depending on the above four parameters, as well as derivative regression equations, in which vibration velocity and vibration acceleration of oscillations are used instead of amplitude and frequency.

**Key words:** amber, complex method, density, vibration, surfacing rate.

*Статья поступила в редакцию 15.11.2017*

*Рекомендовано к печати д-ром техн. наук Б.А. Блюссом*