

РОЗРАХУНОК ГУМОМЕТАЛЕВИХ САЙЛЕНТ-БЛОКІВ ПРИ КВАЗИСТАТИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**¹Дирда В.І., ²Козуб Ю.Г., ¹Лисиця М.І., ¹Новікова А.В., ¹Філіпенко О.М.,
¹Агальцов Г.М.**

¹Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, ²Луганський національний університет імені Тараса Шевченка

РАСЧЕТ РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ САЙЛЕНТ-БЛОКОВ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

**¹Дырда В.И., ²Козуб Ю.Г., ¹Лисица Н.И., ¹Новикова А.В., ¹Филиппенко Е.Н.,
¹Агальцов Г.Н.**

¹Інститут геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, ²Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко

CALCULATION OF RUBBER-METAL SILENT-BLOCKS UNDER QUASI-STATIC LOADING

**¹Dyrda V.I., ²Kozub Yu.H., ¹Lysytsia M.I., ¹Novikova A.V., ¹Filipenko O.M.,
¹Ahaltsov H.M.**

¹Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of NAS of Ukraine, ²Luhansk Taras Shevchenko National University

Анотація. У даній роботі представлений алгоритм розрахунку гумометалевих сайлент-блоків (шарнірів) при дії бокового квазістатичного навантаження. Розглянуті сайлент-блоки зварного типу з нових марок гум, які широко використовуються у вібраційних машинах різних типів у якості пружних ланок.

Наведений розрахунок дуже довгого шарніра, для якого довжина велика у порівнянні з його зовнішнім діаметром. При розрахунку прийняте припущення, що осьові переміщення відсутні, а кутове та радіальне переміщення можна представити у вигляді добутку довільних функцій радіальної координати та синусу й косинусу кутової координати відповідно. Співвідношення між цими функціями отримане з умови нестисливості гуми. З умови мінімуму повної енергії системи маємо лінійне неоднорідне диференціальне рівняння третього порядку для однієї з цих функцій. Вирішуючи його при відомих граничних умовах, отримуємо остаточно вирази для радіального та кутового переміщення, а отже і для зміщення внутрішньої обойми.

З урахуванням цих виразів отриманий також розв'язок для шарніра, довжину якого не можна вважати нескінченною в порівнянні з його діаметром. В цьому випадку маємо враховувати також осьові переміщення. При цьому прийнято припущення, що функції радіальної координати для радіального і кутового переміщення можна представити у вигляді лінійної комбінації відповідних функцій для довгого шарніра. Відповідна ж функція для осьового переміщення може бути знайдена з умови постійності об'єму. Коефіцієнти лінійної комбінації отримані з системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь, до якої призводить умова мінімуму повної енергії системи.

Точний вираз для переміщення для короткого шарніра досить громіздкий. Але для найбільш поширених розмірів гумометалевих шарнірів можна скористатися розкладанням в ряд виразу для переміщення і таким чином отримати досить просту формулу. Співставивши отриманий вираз з виразом для переміщення довгого шарніра, можна побачити, що формулу для нескінченно довгого шарніра можна використовувати тільки у виконанні певної умови, що пов'язує розміри шарніра.

Наприкінці роботи наведений приклад розрахунку гумометалевого елемента ШРМ-102, що знаходиться під дією радіального навантаження. Гумовий шар в ньому виготовлений з нової середньонаповненої гуми з натурального каучуку. Отримане значення зміщення внутрішньої обойми добре співпадає з експериментальними даними.

Ключові слова: сайлент-блок, гумометалевий шарнір, квазістатичне навантаження, радіальне переміщення

Вступ. Сайлент-блоки (або гумометалеві шарніри) дуже поширені у машинобудуванні. Вони використовуються як з'єднання, що допускає поворот однієї деталі відносно іншої в певних межах. На відміну від звичайних шарнірів сайлент-блоки не потребують змащення та безшумні у роботі. Гумометалеві шарніри використовуються також як пружні елементи, що працюють на коаксіальне кручення та поздовжнє і бокове навантаження.

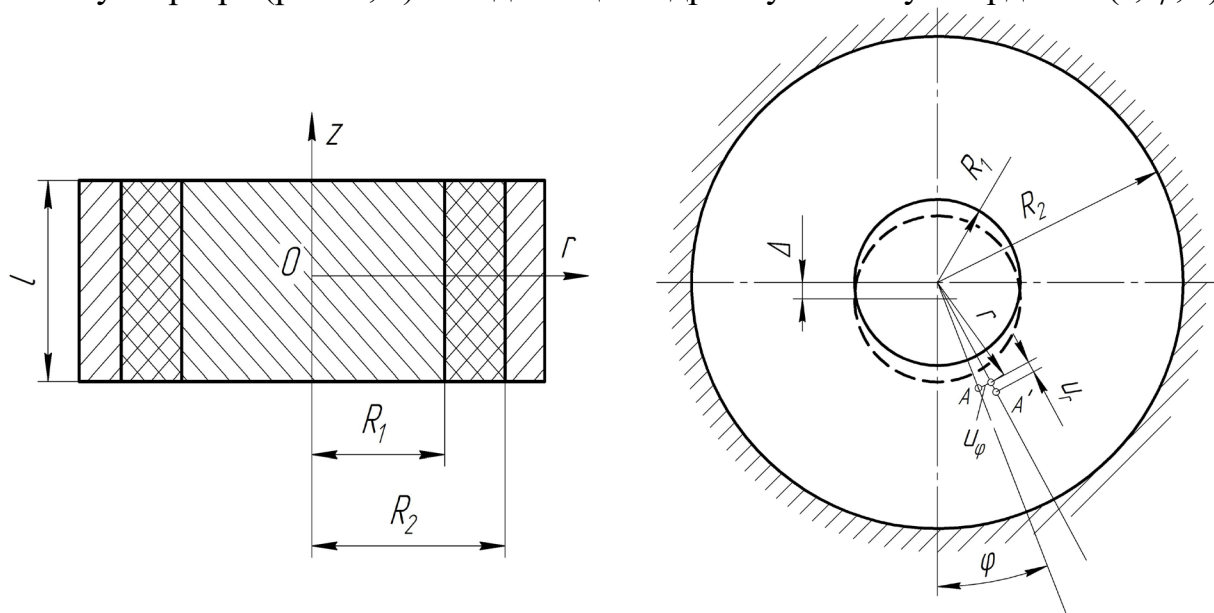
Сайлент-блок являє собою порожнистий гумовий циліндр, скріплений з внутрішньою та зовнішньою металевими обоймами. Скріплення досягається шляхом привулканізації гуми до металу або за допомогою запресування.

Різними аспектами розрахунків сайлент-блоків займалися автори робіт [1-6]. На сьогоднішній день у відомій літературі відсутні відомості про розрахунок сайлент-блоків зварного типу з нових марок гум. Такі сайлент-блоки широко використовуються у вібраційних машинах типу віброконвеєрів, віброгрохотів, віброживильників у якості основних і підтримуючих пружних ланок [7].

Метою даної роботи є розробка алгоритму розрахунку довгих та коротких гумометалевих сайлент-блоків зварного типу при квазістатичному навантаженні.

Основна частина. Зробимо розрахунок гумометалевого шарніра на бокове навантаження, користуючись алгоритмом, представленим в [8].

Позначимо через R_1 і R_2 внутрішній та зовнішній радіуси гумового шару, ℓ – довжину шарніра (рис. 1, а). Введемо циліндричну систему координат (r, φ, z) .



а – поздовжній переріз

б – поперечний переріз

Рисунок 1 – Розрахункова схема шарніра

Припустимо спочатку, що довжина шарніра ℓ велика в порівнянні з його діаметром $2R_2$. Тоді осьові переміщення u_z будуть відсутні.

Кутове та радіальне переміщення довільної точки A , що переходить у точку A' (рис. 1, б), можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} u_{\varphi} &= f_1(r) \sin \varphi; \\ u_r &= f_2(r) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Припустимо, що зовнішня обойма шарніра закріплена нерухомо, а внутрішня рухається під дією сили P у вертикальному напрямку. У цьому випадку переміщення u_r і u_{φ} повинні задовольняти наступним граничним умовам:

$$\begin{aligned} \text{при } r = R_2 \quad u_r = 0, u_\varphi = 0; \\ \text{при } r = R_1 \quad u_r = \Delta \cos \varphi, u_\varphi = -\Delta \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

де Δ – зміщення внутрішньої обойми.

З умов (2) випливає, що

$$f_1(R_2) = 0, \quad f_2(R_2) = 0, \quad f_1(R_1) = -f_2(R_1). \quad (3)$$

Співвідношення Коші в циліндричних координатах мають вигляд:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \\ \varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\varphi}{r} \right) \right], \quad \varepsilon_{\varphi z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Враховуючи вирази для переміщень (1) і те, що $u_z = 0$, для ненульових компонент деформації маємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} = f_2'(r) \cos \varphi; \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} = \frac{1}{r} [f_1(r) + f_2(r)] \cos \varphi; \\ \varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\varphi}{r} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[f_1'(r) - \frac{1}{r} (f_1(r) + f_2(r)) \right] \sin \varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Умова нестисливості в даному випадку має вигляд:

$$\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} = 0 \quad (6)$$

або

$$f_2'(r) + \frac{1}{r} [f_1(r) + f_2(r)] = 0. \quad (7)$$

З урахуванням цього співвідношення граничні умови (3) приводять до рівностей:

$$f_2'(R_1) = 0; \quad f_2'(R_2) = 0. \quad (8)$$

Обчислимо питому потенційну енергію гуми:

$$\begin{aligned} W = G [\varepsilon_{rr}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2 + 2\varepsilon_{r\varphi}^2] = G \left\{ \left[f_2'^2 + \frac{1}{r^2} (f_1 + f_2)^2 \right] \cos^2 \varphi + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[f_1' - \frac{1}{r} (f_1 + f_2) \right]^2 \sin^2 \varphi \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

З умови (7) маємо:

$$f_1(r) = -rf_2'(r) - f_2(r). \quad (10)$$

Підставляючи це співвідношення у вираз (9), отримуємо наступне:

$$W = G \left[2f_2'^2 \cos^2 \varphi + \frac{1}{2}(rf_2'' + f_2')^2 \sin^2 \varphi \right]. \quad (11)$$

Повну енергію деформації отримуємо інтегруванням по всьому об'єму гуми:

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^\ell \int_0^{2\pi} W d\varphi dz r dr = \pi G \ell \int_{R_1}^{R_2} \left[\frac{5}{2} r f_2'^2 + r^2 f_2' f_2'' + \frac{1}{2} r^3 f_2''^2 \right] dr. \quad (12)$$

Потенціал зовнішньої сили P дорівнює:

$$Q = -P\Delta = -P f_2(R_1) = P \int_{R_1}^{R_2} f_2' dr. \quad (13)$$

Тоді для повної енергії системи маємо:

$$\Pi = U + Q = \int_{R_1}^{R_2} \left[\pi G \ell \left(\frac{5}{2} r f_2'^2 + r^2 f_2' f_2'' + \frac{1}{2} r^3 f_2''^2 \right) + P f_2' \right] dr. \quad (14)$$

Умова мінімуму повної енергії системи призводить до диференційного рівняння Ейлера для функції $f_2'(r)$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f_2'} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial f_2''} \right) = 0, \quad (15)$$

де

$$\Phi = \pi G \ell \left(\frac{5}{2} r f_2'^2 + r^2 f_2' f_2'' + \frac{1}{2} r^3 f_2''^2 \right) + P f_2'. \quad (16)$$

Виразовуючи часткові похідні, отримуємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial f_2'} &= \pi G \ell (5r f_2' + r^2 f_2'') + P; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial f_2''} &= \pi G \ell (r^2 f_2' + r^3 f_2''). \end{aligned} \quad (17)$$

Підставляючи ці вирази у рівняння (15), маємо:

$$-r^3 f_2''' - 3r^2 f_2'' + 3r f_2' = -\frac{P}{\pi G \ell}. \quad (18)$$

Це лінійне неоднорідне диференційне рівняння третього порядку. Його розв'язком є сума загального розв'язку відповідного однорідного рівняння

$$-r^3 f_2''' - 3r^2 f_2'' + 3r f_2' = 0 \quad (19)$$

та часткового розв'язку неоднорідного рівняння.

Розв'язок однорідного рівняння (19) шукатимемо у вигляді:

$$f_2' = r^\alpha. \quad (20)$$

Підставляючи цей вираз у рівняння (19), отримаємо:

$$[-\alpha(\alpha - 1) - 3\alpha + 3]r^{\alpha+1} = 0. \quad (21)$$

Тоді параметр α визначається з квадратного рівняння:

$$\alpha^2 + 2\alpha - 3 = 0, \quad (22)$$

коренями якого є $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = -3$.

Отже, загальний розв'язок рівняння (19) має вигляд:

$$(f_2')_{3.o.} = C_1 r + \frac{C_2}{r^3}. \quad (23)$$

Можна показати, що функція

$$(f_2')_4 = -\frac{P}{4\pi G \ell} \cdot \frac{1}{r} \quad (24)$$

є частковим розв'язком неоднорідного рівняння (18).

Таким чином, для загального розв'язку рівняння (18) маємо вираз:

$$f_2'(r) = -\frac{P}{4\pi G \ell} \cdot \frac{1}{r} + C_1 r + C_2 \cdot \frac{1}{r^3}. \quad (25)$$

Постійні інтегрування визначимо з граничних умов (8). Тоді розв'язок (25) переписеться таким чином:

$$f_2'(r) = -\frac{P}{4\pi G \ell} \left[\frac{1}{r} - \frac{r}{R_1^2 + R_2^2} - \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} \cdot \frac{1}{r^3} \right]. \quad (26)$$

Інтегруючи цей вираз, отримаємо:

$$f_2(r) = -\frac{P}{4\pi G \ell} \left[\ln \frac{r}{R_2} + \frac{R_2^2 - R_1^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} - \frac{r^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} + \frac{R_1^2 R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} \cdot \frac{1}{r^2} \right]. \quad (27)$$

Зі співвідношення (10) та (26), (27) визначаємо функцію $f_1(r)$:

$$f_1(r) = \frac{P}{4\pi G \ell} \left[\ln \frac{r}{R_2} + \frac{3R_2^2 + R_1^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} - \frac{3r^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} - \frac{R_1^2 R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} \cdot \frac{1}{r^2} \right]. \quad (28)$$

Радіальне переміщення знаходимо за формулою:

$$\Delta = f_2(R_1) = \frac{P}{4\pi G \ell} \beta, \quad (29)$$

де β – коефіцієнт, що залежить від співвідношення R_2/R_1 і рівний

$$\beta = \ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 + R_1^2}. \quad (30)$$

При співвідношеннях $R_2/R_1 \leq 2$ можна користуватися формулою

$$\beta \approx \frac{8}{3} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \right)^3, \quad (31)$$

яку можна отримати з формули (30) розкладанням у ряд. У цьому випадку радіальне переміщення дорівнює:

$$\Delta = \frac{2P}{3\pi G \ell} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \right)^3. \quad (32)$$

Отриманий розв'язок є точним для дуже довгого гумометалевого шарніра, оскільки не було накладено ніяких обмежень на функції $f_1(r)$ та $f_2(r)$.

Далі розглянемо шарнір, довжину якого не можна вважати нескінченно великою у порівнянні з його зовнішнім радіусом. У цьому випадку окрім кутового та радіального переміщень треба враховувати і осьові переміщення.

Розташуємо початок координат у середньому перерізі шарніра. Для переміщень задамо наступні вирази:

$$\begin{aligned} u_\varphi &= g_1(r) \sin \varphi; \\ u_r &= g_2(r) \cos \varphi; \\ u_z &= g_3(r) z \cos \varphi. \end{aligned} \quad (33)$$

Для функцій $g_1(r)$ та $g_2(r)$ візьмемо отриманий вище розв'язок для довгого шарніра. У цьому випадку переміщення u_r і u_φ були пропорційні відповідно функціям:

$$\theta_1 = - \left[\ln \frac{r}{R_2} + \frac{3R_2^2 + R_1^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} - \frac{3r^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} - \frac{R_1^2 R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} \cdot \frac{1}{r^2} \right] \quad (34)$$

та

$$\theta_2 = \ln \frac{r}{R_2} + \frac{R_2^2 - R_1^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} - \frac{r^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} + \frac{R_1^2 R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)} \cdot \frac{1}{r^2}. \quad (35)$$

Ці функції задовольняють граничним умовам:

$$\begin{aligned} \theta_1(R_2) &= 0; \quad \theta_2(R_2) = 0; \\ \theta_1(R_1) + \theta_2(R_1) &= 0, \end{aligned} \quad (36)$$

а також умові постійного об'єму при плоскій деформації:

$$\theta_2' + \frac{1}{r}(\theta_1 + \theta_2) = 0. \quad (37)$$

За наявності осьових деформацій функції $g_1(r)$ та $g_2(r)$ повинні задовольняти тим же граничним умовам (36), що й функції θ_1 та θ_2 , але умова (37) вже не є обов'язковою.

Прийmemo

$$\begin{aligned} g_1(r) &= A\theta_1(r) - B\theta_2(r); \\ g_2(r) &= (A + B)\theta_2(r), \end{aligned} \quad (38)$$

де A і B – невизначені коефіцієнти.

Легко показати, що вирази (38) задовольняють граничним умовам (36).

Далі визначимо функцію $g_3(r)$, виходячи з умови постійності об'єму.

Лінійні деформації визначаються формулами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} = g_2'(r) \cos \varphi = (A + B)\theta_2' \cos \varphi; \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} = \frac{1}{r} [g_1(r) + g_2(r)] \cos \varphi = \frac{1}{r} A(\theta_1 + \theta_2) \cos \varphi; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} = g_3(r) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (39)$$

Умова постійності об'єму при малих деформаціях має вигляд:

$$\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz} = 0. \quad (40)$$

Підставляючи сюди вирази (39), отримаємо:

$$(A + B)\theta_2' + \frac{1}{r} A(\theta_1 + \theta_2) + g_3(r) = 0. \quad (41)$$

Враховуючи те, що функції θ_1 та θ_2 задовольняють рівнянню (37), маємо:

$$g_3(r) = -B\theta_2'. \quad (42)$$

Тоді для лінійних деформацій отримаємо вирази:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= (A + B)\theta_2' \cos \varphi; \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} &= -A\theta_2' \cos \varphi; \\ \varepsilon_{zz} &= -B\theta_2' \cos \varphi. \end{aligned} \quad (43)$$

Деформації зсуву визначаються формулами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r\varphi} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\varphi}{r} \right) \right] = \frac{1}{2} [A\theta_1' - (A + B)\theta_2'] \sin \varphi; \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{1}{2} B\theta_2'' z \cos \varphi; \\ \varepsilon_{\varphi z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right) = \frac{1}{2} B \frac{1}{r} \theta_2'' z \sin \varphi. \end{aligned} \quad (44)$$

Обчислимо потенційну енергію деформації гуми по всьому об'єму шарніра

$$U = G \int_{-\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \left[\varepsilon_{rr}^2 + \varepsilon_{\varphi\varphi}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + 2(\varepsilon_{r\varphi}^2 + \varepsilon_{\varphi z}^2 + \varepsilon_{rz}^2) \right] r d\varphi dr dz, \quad (45)$$

потенціал сили P

$$Q = -P\Delta = -Pg_2(R_1) = -P(A+B)\theta_2(R_1) \quad (46)$$

та повну енергію системи

$$\Pi = U + Q. \quad (47)$$

Підставивши вирази для компонент деформацій (43) та (44) у формулу (45) та обчисливши всі інтеграли, для повної енергії системи маємо:

$$\begin{aligned} \Pi = \pi G \ell \left\{ 2A^2 \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) + \left(\frac{5}{2} B^2 + 2AB \right) \left[\left(1 + \frac{2R_1^2 R_2^2}{(R_1^2 + R_2^2)^2} \right) \ln \frac{R_2}{R_1} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{3}{2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right] \right\} + \frac{\pi G \ell^3}{36} B^2 \frac{(R_2^2 - R_1^2)^3}{R_1^2 R_2^2 (R_1^2 + R_2^2)^2} - P(A+B) \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right). \end{aligned} \quad (48)$$

Для того, щоб повна енергія деформації була мінімальною, потрібно виконання наступних умов:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial B} = 0. \quad (49)$$

Підставляючи сюди вираз (48), для знаходження постійних A і B маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} & A \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) + \frac{1}{2} B \left(\frac{R_1^4 + R_2^4 + 4R_1^2 R_2^2}{(R_1^2 + R_2^2)^2} \ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{3}{2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) - \\ & - \frac{P}{4\pi G \ell} \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) = 0; \\ & \frac{1}{2} A \left(\frac{R_1^4 + R_2^4 + 4R_1^2 R_2^2}{(R_1^2 + R_2^2)^2} \ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{3}{2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) + \\ & + B \left\{ \frac{5}{4} \left(\frac{R_1^4 + R_2^4 + 4R_1^2 R_2^2}{(R_1^2 + R_2^2)^2} \ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{3}{2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) + \frac{\ell^2 (R_2^2 - R_1^2)^3}{72 R_1^2 R_2^2 (R_1^2 + R_2^2)^2} \right\} - \\ & - \frac{P}{4\pi G \ell} \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

З цієї системи можна знайти A і B , а далі і переміщення:

$$\Delta = (A + B) \left(\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \right). \quad (51)$$

Загальний вираз для переміщення досить громіздкий. Однак, для випадку, коли $R_2/R_1 < 2$, можна скористатися розкладанням у ряд за ступенями відношення $\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$.

Після нескладних перетворень отримаємо:

$$A = \frac{P}{4\pi G \ell} \frac{\ell^2 + \frac{6}{5}(R_2 - R_1)^2}{\ell^2 + 6(R_2 - R_1)^2}; \quad (52)$$

$$B = \frac{P}{4\pi G \ell} \frac{3(R_1 + R_2)^2}{\ell^2 + 6(R_2 - R_1)^2}.$$

Підставляючи ці вирази у співвідношення (51) та враховуючи, що

$$\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} \approx \frac{8}{3} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \right)^3, \quad (53)$$

знайдемо радіальне переміщення та радіальну жорсткість шарніра:

$$\Delta = \frac{2P}{3\pi G \ell} \frac{\ell^2 + 3(R_1 + R_2)^2}{\ell^2 + 6(R_2 - R_1)^2} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \right)^3; \quad (54)$$

$$C = \frac{P}{\Delta} = \frac{3}{2} \pi G \ell \frac{\ell^2 + 6(R_2 - R_1)^2}{\ell^2 + 3(R_1 + R_2)^2} \left(\frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1} \right)^3. \quad (55)$$

З отриманого виразу (54) бачимо, що формулу (32) для нескінченно довгого шарніра можна використовувати тільки у разі виконання умови:

$$\frac{\ell}{R_1 + R_2} > 6. \quad (56)$$

Для більш коротких шарнірів можливість поздовжніх переміщень призводить до значного збільшення піддатливості.

Приклад. Розглянемо гумометалевий елемент ШРМ-102, що знаходиться під дією радіального навантаження $P = 200$ кгс. Цей елемент має розміри: $R_1 = 3$ см, $R_2 = 5$ см, $\ell = 7$ см. Гумовий шар в ньому виготовлений з нової середньонаповненої гуми з натурального каучуку (наповнення нановуглецем до 45 мас.ч.), для якої $G = 7,4$ кгс/см².

Оскільки для цього елемента $R_2/R_1 \approx 1,66 < 2$ і $\ell/(R_1 + R_2) = 0,875 < 6$, для визначення радіального переміщення треба користуватися формулою (54). Після

підрахунків маємо: $\Delta \approx 0,89$ мм, що задовільно співпадає з експериментальними даними.

Висновки. 1. Наведений алгоритм розрахунку гумометалевого шарніра на радіальне навантаження.

2. Розглянуто випадки дуже довгого шарніра і шарніра, діаметр якого сумірний з його довжиною.

3. Показано, що для розрахунку переміщення короткого шарніра треба користуватися формулою (54), а для довгого (при виконанні умови (56)) – більш простою формулою (32).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бидерман В.Л., Мартянова Г.В. Влияние сжимаемости на радиальную податливость резинометаллического шарнира. *Расчеты на прочность*. М.: Машиностроение, 1980. Вып. 21. С. 5-14.
2. Дымников С.И., Дружинин В.А. Влияние запрессовки резинового элемента на жесткость резинометаллического шарнира сборного типа. *Каучук и резина*. 1975. №11. С. 39-41.
3. Дружинин В.А. Исследование влияния предварительных деформаций на разрушение резиновых элементов комбинированного шарнира. *Вопросы динамики и прочности*. 1974. №42. С. 80-85.
4. Дружинин В.А. К вопросу об использовании гусениц с резинометаллическими шарнирами / В.А. Дружинин, В.А. Целищев. *Совершенствование систем автомобилей, тракторов и агрегатов*: сб. статей / под ред. В.А. Дружинина. Барнаул: АлГТУ им. И.И. Ползунова, 1999. С. 11-18.
5. Масленников В.Г. Расчетная оценка долговечности резинометаллических шарниров. *Каучук и резина*. 1983. №4. С. 31-33.
6. Дырда В.И., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Расчет силовых резинотехнических изделий, используемых в горном машиностроении. М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1991. Вып. 2. 64 с.
7. Эластомеры в горном деле / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.А. Логинова, В.Н. Пухальский, В.П. Надутый, Н.И. Лисица, В.Л. Морус. К.: *Наук. думка*, 2016. 384 с.
8. Расчеты на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев, В.М. Макушкин, Н.Н. Малинин, В.И. Феодосьев; под общ. ред. С.Д. Пономарева. М.: ГНТИМЛ, 1958. Т. 2. 974 с.

REFERENCES

1. Biderman, V.L. and Martyanova, G.V. (1980), "Influence of compressibility on the radial compliance of a rubber-metal hinge", *Raschety na prochnost*, no. 21, pp. 5-14.
2. Dymnikov, S.I. and Druzhinin, V.A. (1975), "Influence of pressing a rubber element on the stiffness of a rubber-metal hinge of a prefabricated type", *Kauchuk i rezina*, no. 11, pp. 39-41.
3. Druzhinin, V.A. (1974), "Investigation of the influence of preliminary deformations on the destruction of rubber elements of the combined hinge", *Voprosy dinamiki i prochnosti*, no. 42, pp. 80-85.
4. Druzhinin, V.A. and Tselishchev, V.A. (1999), "On the issue of using caterpillars with rubber-metal hinges", *Sovershenstvovaniye sistem avtomobiley, traktorov i agregatov*, pp. 11-18.
5. Maslennikov, V.G. (1983), "The estimated assessment of the durability of rubber-metal hinges", *Kauchuk i rezina*, no. 4, pp. 31-33.
6. Dyrda, V.I., Maznetsova, A.V. and Tverdokhleby, T.Ye. (1991), *Raschet silovykh rezinotekhnicheskikh izdeliy, ispol'zuyemykh v gomom mashinostroyenii* [Calculation of power rubber products used in mining engineering], TSNIITЭнефтехим, Moscow, USSR.
7. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagil'skiy, Ye.L., Loginova, A.A., Pukhalskiy, V.N., Zaduty, V.P., Lisitsa, N.I. and Morus, V.L. (2016), *Elastomery v gomom dele* [Elastomers in mining], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
8. Ponomarev, S.D., Biderman, V.L., Likharev, K.K., Makushkin, V.M., Malinin, N.N. and Feodosyev, V.I. (1958), *Raschety na prochnost v mashinostroyenii* [Strength calculations in mechanical engineering], in Ponomarev, S.D. (ed.), GNTIML, Moscow, USSR.

Про авторів

Дирда Віталій Ілларіонович, доктор технічних наук, професор, завідувач відділу механіки еластомерних конструкцій гірничих машин, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України (ІГТМ НАН України), м. Дніпро, Україна, vita.igtm@gmail.com

Козуб Юрій Гордійович, доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри фізико-технічних систем та інформатики, Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Старобільськ, Україна, kosub.yg@gmail.com

Лисиця Микола Іванович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник відділу механіки еластомерних конструкцій гірничих машин, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України (ІГТМ НАН України), м. Дніпро, Україна, vita.igtm@gmail.com

Новікова Аліна Вячеславівна, магістр, молодший науковий співробітник відділу механіки еластомерних конструкцій гірничих машин, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України (ІГТМ НАН України), м. Дніпро, Україна, alina.goncharenko@gmail.com

Філіпенко Олена Миколаївна, магістр, інженер I категорії відділу механіки еластомерних конструкцій гірничих машин, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України (ІГТМ НАН України), м. Дніпро, Україна, ElenaFilipenko123@gmail.com

Агальцов Геннадій Миколайович, інженер, молодший науковий співробітник відділу механіки еластомерних конструкцій гірничих машин, Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України (ІГТМ НАН України), м. Дніпро, Україна, ag.gena@gmail.com

About the authors

Dyrda Vitalii Illarionovych, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Science of Ukraine, Dnipro, Ukraine, vita.igtm@gmail.com

Kozub Yurii Hordiiovych, Doctor of Technical Science (D.Sc.), Associate Professor, Head of Department of Physical-Technical Systems and Informatics, Luhansk Taras Shevchenko national university, Starobilsk, Ukraine, kosub.yg@gmail.com

Lysytsia Mykola Ivanovych, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Researcher, Senior Researcher in Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Science of Ukraine, Dnipro, Ukraine, vita.igtm@gmail.com

Novikova Alina Viacheslavivna, Master of Science, Junior Researcher of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Science of Ukraine, Dnipro, Ukraine, alina.goncharenko@gmail.com

Filipenko Olena Mykolaiivna, Master of Science, Engineer of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Science of Ukraine (IGTM NASU), Dnipro, Ukraine, ElenaFilipenko123@gmail.com

Ahaltsov Hennadii Mykolaiovych, Master of Science, Junior Researcher of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Science of Ukraine, Dnipro, Ukraine, ag.gena@gmail.com

Аннотация. В данной работе представлен алгоритм расчёта резинометаллических сайлент-блоков (шарниров) под действием боковой квазистатической нагрузки. Рассмотрены сайлент-блоки сварного типа из новых марок резин, которые широко используются в вибрационных машинах разных типов в качестве упругих звеньев.

Приведён расчёт очень длинного шарнира, для которого длина велика по сравнению с его внешним диаметром. При расчёте принято предположение, что осевые перемещения отсутствуют, а угловое и радиальное перемещения можно представить в виде произведения произвольных функций радиальной координаты и синуса и косинуса угловой координаты соответственно. Соотношение между этими функциями получено из условия несжимаемости резины. Из условия минимума полной энергии системы имеем линейное неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка для одной из этих функций. Решая его при известных граничных условиях, получаем окончательно выражения для радиального и углового перемещения, а следовательно, и для смещения внутренней обоймы.

С учётом этих выражений получено также решение для шарнира, длину которого нельзя считать бесконечной по сравнению с его диаметром. В этом случае следует учитывать также осевые перемещения. При этом принято предположение, что функции радиальной координаты для радиального и углового перемещения можно представить в виде линейной комбинации соответствующих функций для длинного шарнира. Соответствующая же функция для осевого перемещения может быть найдена из условия постоянства объёма. Коэффициенты линейной комбинации получены из системы двух линейных алгебраических уравнений, к которой приводит условие минимума полной энергии системы.

Точное выражение для перемещения для короткого шарнира достаточно громоздкое. Но для наиболее распространённых размеров резинометаллических шарниров можно воспользоваться разложением в ряд выражения для перемещения и таким образом получить достаточно простую формулу. Сопоставив полученное выражение с выражением для перемещения длинного шарнира, можно увидеть, что формулу для бесконечно длинного шарнира можно использовать только при выполнении определенного условия, которое связывает размеры шарнира.

В конце работы приведён пример расчёта резинометаллического элемента ШРМ-102, который находится под действием радиальной нагрузки. Резиновый слой в нем изготовлен из новой средненаполненной резины из натурального каучука. Полученное значение смещения внутренней обоймы хорошо совпадает с экспериментальными данными.

Ключевые слова: сайлент-блок, резинометаллический шарнир, квазистатическая нагрузка, радиальное перемещение

Abstract. In this paper, an algorithm for calculating rubber-metal silent blocks (hinges) under the action of a lateral quasi-static load is presented. Silent blocks of a welded type made of new brands of rubbers, which are widely used in vibration machines of various types as elastic links, are considered.

A calculation is given for a very long hinge, for which the length is large compared to its outer diameter. In the calculation, it was assumed that there are no axial displacements, and the angular and radial displacements can be represented as a product of arbitrary functions of the radial coordinate and the sine and cosine of the angular coordinate, respectively. The relationship between these functions is obtained from the condition of rubber incompressibility. From the condition of the minimum total energy of the system, we have a linear inhomogeneous differential equation of the third order for one of these functions. By solving it under known boundary conditions, we obtain final expressions for the radial and angular displacement, and, consequently, for the displacement of the inner cage.

With taking these expressions into account, a solution was also obtained for the hinge, the length of which cannot be considered infinite in comparison with its diameter. In this case, axial displacements should also be considered. Besides, it is assumed that the functions of the radial coordinate for the radial and angular displacement can be represented as a linear combination of the corresponding functions for the long hinge. The corresponding function for axial displacement can be found from the condition of volume constancy. The linear combination coefficients are obtained from a system of two linear algebraic equations, to which the minimum condition for the total energy of the system leads.

The exact expression for the movement for the short hinge is rather cumbersome. But for the most common sizes of rubber-metal hinges, you can use a series expansion of the expression for displacement and thus get a fairly simple formula. By comparing the resulting expression with the expression for displacement of the long hinge, you can see that the formula for the infinitely long hinge can only be used if a certain condition is met that binds the dimensions of the hinge.

At the end of the paper, an example of calculating a rubber-metal element ШПМ-102, which is under the action of a radial load, is given. The rubber layer in it is made of a new medium-filled rubber made of natural rubber. The obtained value of the displacement of the inner cage is in good agreement with the experimental data.

Keywords: silent-block, rubber-metal hinge, quasi-static load, radial displacement.

Стаття надійшла до редакції 04.03.2021