

УДК 504.3.054

В. В. Рязанов

Институт ядерных исследований НАН Украины, г. Киев

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРОИЗВОДЯЩЕГО ФУНКЦИОНАЛА К ЗАДАЧАМ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ

Предлагается обобщенный подход к описанию процесса загрязнения атмосферы источниками, расположенными в пределах одного региона. Сами источники могут быть как стационарными, так и мобильными, а их число, расположение и режим работы могут носить вероятностный характер. В зависимости от обстановки, а также различных требований и ограничений допускается использование произвольных существующих моделей распространения загрязнений. В основе подхода лежит концепция вероятностного поведения частиц загрязнения. В качестве математического аппарата используется метод производящего функционала.

Ключевые слова: распространение радионуклидов, производящий функционал, выбросы, моделирование.

Движение масс атмосферного воздуха, переноса загрязняющих примеси, носит стохастический характер. Случайны чаще всего и события выбросов, и их интенсивность. Поэтому использование математического аппарата теории случайных процессов в задачах моделирования распространения загрязнений представляется оправданным и эффективным. Стохастические уравнения переноса проанализированы в [1], продемонстрирована их эффективность в математическом моделировании процессов распространения радиоактивных примесей в атмосфере.

В настоящей работе предлагается подход, позволяющий объединить существующие модели распространения загрязняющих веществ и основанный на общих соотношениях теории случайных процессов. Объединение производится путем отбора оптимальных моделей для данной конкретной ситуации, оценками их достоверности, возможной коррекцией и заменой другими методиками при изменяющихся условиях. Рассмотрен единый подход к описанию процесса загрязнения атмосферы источниками, расположенными в пределах одного региона, причем сами источники могут быть как стационарными, так и мобильными, а их число, расположение и режим работы могут иметь вероятностную оценку. Предлагаемый подход основан на статистическом характере движения примесей в атмосфере и использует метод производящего функционала (ПФ) [2], развиваемый в направлении моделирования физических статистических систем [3—5].

Метод позволяет учитывать разные режимы выбросов, их различное местонахождение, особенности поведения атмосферы в зависимости от масштаба описания и наблюдения. Предлагаемый подход допускает использование любых существующих моделей распространения загрязнений в зависимости от обстановки, а также различных требований и ограничений.

Флуктуационный характер поведения частиц примеси в атмосфере позволяет рассматривать их расположение во времени и пространстве как множество реализаций некоторого случайного процесса. В качестве вероятностной меры, характеризующей распределение частиц загрязнения, может рассматриваться решение диффузионного уравнения — основного уравнения распространения загрязнений. Введение коэффициента диффузии, учитывающего крупномасштабные вихревые флуктуации движения атмосферы, соответствует [6] переходу от детерминированного описания к статистическому учету флуктуаций, и решение уравнения приобретает вероятностный характер, представляя собой множество возможных реализаций облака загрязнений в зависимости от статистической структуры флуктуаций.

Число частиц примеси в атмосфере характеризуется ПФ случайной меры ν , описывающей число частиц примеси:

$$F(s) = E \left\{ \exp \left[\int_{\Omega} \ln f(s; r) \nu(dr) \right] \right\}, \quad (1)$$

где $E\{\dots\}$ — усреднение, символ математического ожидания; $f(s; r)$ — аргумент ПФ (его иерархический вид, зависящий от простого аргумента $s(r)$); Ω — пространство, в котором происходят события. Это пространство может быть достаточно общим. Пространственную переменную r можно заменить некоторой более общей переменной x . С выбором пространства связан и выбор аргумента ПФ и вероятностных мер, по которым производится усреднение $E\{\dots\}$ по всем возможным реализациям случайной функции dv/dx .

Для одноуровневого ПФ с точечными частицами, когда $f(s; r) \rightarrow s(r)$, $\nu(dr) = \frac{dv}{dr} dr = \sum_{i=1}^N \delta(r - r_i) dr$,

N — случайное число точечных частиц, r_i — точки их местонахождения, $\frac{dv}{dr} = \sum_{i=1}^N \delta(r - r_i)$ — плотность числа частиц, выражение (1) принимает вид

$$F(s) = E \left\{ \prod_{k=1}^N s(r_k) \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\Omega} \dots \int_{\Omega} D_n \prod_{k=1}^n s_k dr_k, \quad (2)$$

где $s_k = s(r_k)$ — аргумент ПФ; $D_n(r_1 - r_0, t'_1 - t_1; \dots; r_n - r_0, t'_n - t_n; X_1, \dots, X_n)$ — вероятностные меры, которые для загрязняющих источников характеризуют вероятность того, что из источника, расположенного в точке $r_0 \in V$ (V — объем системы), вылетит n частиц в моменты $t_1, \dots, t_n \in (0, T)$ при условиях X_1, \dots, X_n (эти условия описывают состояние окружающей среды, метеоусловия и т. д.), и эти частицы будут находиться в точках $r_1, \dots, r_n \in V$ в моменты $t'_1, \dots, t'_n \in (0, T)$. Для ПФ гиббсовской статистической системы большого канонического ансамбля, определенного в [2] и примененного в [3, 4], эти вероятностные меры имеют вид

$$D_k = (k!Q)^{-1} z_1 \dots z_k \exp[-U_k/(k_B T)], \quad (3)$$

где $z_k = \exp[-\mu_k/(k_B T)]$ — активность частицы в k -й точке; μ_k — химический потенциал этой частицы; k_B — постоянная Больцмана; U_k — потенциальная энергия системы из k частиц; для парно-аддитивного взаимодействия при отсутствии внешнего поля $U_k = \sum_{i=1, j=1; i \neq j}^k \varphi(|r_i - r_j|)$; $\varphi_{ij} = \varphi(|r_i - r_j|)$ — потенциал парного взаимодействия между частицами в точках r_i и r_j ; Q — большая статистическая сумма.

В нашем случае в (2) фигурируют более сложные вероятностные меры D_n . Зададим их в виде

$$D_n = \prod_{i=1}^n G_i(r_i - r_0, t'_i - t_i, X_i) \times \xi_{i(j)}(r_i - r_0, t'_i - t_i, X_i) \times Q_{i(j)} W_n(t_1, \dots, t_n, r_0, X_1, \dots, X_n), \quad (4)$$

где $\xi_{i(j)} = \exp \left\{ -(\lambda_j + \lambda_q) \frac{x_i}{u_i} - \frac{u_{qi}}{u_i} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_{zi}} \exp \left[-\frac{u_{ef}}{2\sigma_{zi}^2} \right] dx \right\}$ — коэффициент истощения факела для j -го сорта примеси и частицы, вылетевшей в i -й момент [7, 8]; λ_j — постоянная распада (или химических превращений, теплоотдачи и т. д.); λ_q — коэффициент мокрого вымывания; u_{qi} — скорость осаждения, равная 0...1 см/с; u_i — скорость частицы, x_i — ее положение; $Q_{i(j)}$ — активность (в случае радиационных загрязнений — радиационная, в случае химических загрязнений — химическая, в случае тепловых загрязнений — тепловая) частицы j -го

сорта, вылетевшей в i -й момент времени; u_{ef} — эффективная скорость, σ_{zi} — дисперсия факела; W_n — вероятность того, что вылетит n частиц в моменты t_1, \dots, t_n ; G_i — фактор метеорологического разбавления, вероятностная мера, характеризующая положение частицы, вылетевшей из источника в i -й момент времени. В качестве такой меры можно использовать вероятностные меры различных методик распространения примесей, например методику МАГАТЭ [9].

Применение функционального дифференцирования к выражению (2) приводит к соотношениям

$$\delta^n F(s) / \delta s_1 \dots \delta s_n |_{s=0} = n! D_n; \quad (5)$$

$$\delta^n F(s) / \delta s_1 \dots \delta s_n |_{s=1} = \rho^{(n)}(r_1, \dots, r_n); \quad (6)$$

где $\rho^{(n)}$ — корреляционные функции n -го порядка. Корреляционная функция первого порядка $\rho^{(1)}$ представляет собой плотность числа частиц или концентрацию радионуклидов в случае, когда каждый радионуклид можно рассматривать независимо от других.

Способы моделирования статистических систем при помощи задания ПФ и вероятностных мер D_n описаны в [3, 4, 10—13]. Они с незначительными изменениями переносятся на рассматриваемые задачи распространения радионуклидов. Применение соотношений (5) и (6), использование выражений (4) с конкретными значениями G_i , задание аргументов s , связанных со значениями сомножителей в (4), разложение ПФ в функциональный ряд Тейлора и другие преобразования позволяют описывать различные физические ситуации.

Рассмотрим два основных случая: 1) нормальная эксплуатация, когда частицы выходят со стационарной скоростью, и 2) залповые выбросы.

В случае нормальной эксплуатации в наблюдаемом интервале времени $(0, T)$ вылетит вполне определенное число частиц N , зависящее от мощности источника и скорости выхода из него, а величина W_n пропорциональна символу Кронекера: $W_n \sim \delta Nn$; $\delta Nn=1, N=n$; $\delta Nn=0, N \neq n$.

Из ряда (2) остается один член с $n=N$, и в пространстве координат и времени, при $\Omega = \{V, (0, T)\}$,

$$F_j^N(s) = \int_V \dots \int_V \int_{t_{01}}^T \dots \int_{t_{0N}}^T \prod_{i=1}^N G_i \xi_{i(j)} Q_{i(j)} s_i dr_i dt_i, \quad (7)$$

где j — индекс, указывающий на сорт примеси; N — число частиц, вылетевших за время $(0, T)$; $G_i(r_i, t_i) = G(r_i - r_0, t_i - t_{0i})$; $Q_{i(j)} = Q_j(t_{0i})$ — активность частицы j -го сорта, вылетевшей в момент t_{0i} .

Применив к (7) соотношение (6) при $n=1$, положив $s=1$, получим с учетом нормировки $\int_V \int_{t_{0i}}^T G_i \xi_i Q_i dr_i dt_i = 1$ выражение для концентрации загрязнения в точке r_i :

$$c_j^H(r_l, t_l - t_{0(j)}) = \left. \frac{\delta F_j^N(s)}{\delta s(r_l)} \right|_{s=1} = \int_0^{t_l} Q_j(t_{0(j)}) G_l(t_l - t_{0(j)}, r_l - r_0) \xi_j(t_l - t_{0(j)}) dt_{0(j)}, \quad (8)$$

где верхний индекс отмечает нормальную эксплуатацию.

Аналогично записываются корреляционные функции более высоких порядков.

Для ПФ, описываемой выражением (7),

$$\rho^{(2)}(r_l, r_n) = c(r_l - r_0, t_l - t_0) c(r_n - r_0, t_n - t_0).$$

В случае залповых, аварийных выбросов характер временной зависимости величин W_n и D_n в (4) неоднороден, и надо задаваться каким-то аналитическим видом этой зависимости. Если использовать для этой цели выражение, полученное в [1], то имеем соотношение

$$W_n = \delta n H_0 \prod_{i=1}^{H_0} t_i^{\alpha\beta} e^{-\beta t_i}, \quad (9)$$

где H_0 — общее число вылетевших частиц; α и β — параметры процесса.

Выражение для концентрации, полученное из ПФ при подстановке (9) в (4) и (2), имеет вид

$$c_j^{(\text{залп})}(r_l) = \frac{H_{0j}(t_l)}{t_l} \int_0^{t_l} e^{-\beta_j(t_l - t_0)} (t_l - t_0)^{\alpha_j \beta_j} \times G_l(t_l - t_0, r_l - r_0) \xi_j(t_l - t_0) Q_j(t_0) dt_0, \quad (10)$$

где $H_{0j}(t_l)$ обозначает долю частиц от их общего числа H_{0j} , вылетевшую за время $(0, t_l)$.

Если имеется несколько случайных источников, региональное загрязнение среды может описываться сложным ПФ, аргументом которого будет служить ПФ для одного источника.

Если известны число источников m и их расположение R_{0i} , то

$$W_n \sim \prod_{i=1}^m \delta N_i n \cdot \delta(r_{0i} - R_{0i}),$$

где N_i — число частиц, вылетевших из i -го источника за время $(0, t_l)$.

Тогда для случая нормальной эксплуатации получим из (6)—(8), что при $s=1$ суммарная концентрация в точке r_l

$$c_j^H(r_l) = \sum_{i=1}^m \int_0^{t_l} Q_j(t_{0i}) \xi_j(t_l - t_{0i}) \times G_l(t_l - t_{0i}, r_l - r_{0i}) dt_{0i} = \sum_{i=1}^m c_j^H(r_l - r_{0i}, t_l - t_{0i}), \quad (11)$$

где m — число нормально работающих источников; значение $c_j^H(r_l - r_{0i}, t_l - t_{0i})$ определяется по (8).

Выражение, аналогичное (11), будет и для залпового режима выбросов (10).

Если, например, в регионе m источников работают в нормальном режиме, а k источников — в режиме залповых выбросов с характеристикой выброса (9), то концентрация загрязнения от этих выбросов в произвольной точке региона

$$c_j(r_l) = c_j^H(r_l) + c_j^{(\text{залп})}(r_l) = \sum_{i=1}^N \int_0^{t_l} Q_j(t_{0i}) G_l(t_l - t_{0i}, r_l - r_{0i}) \xi_j(t_l - t_{0i}) W_m dt_{0i} + \sum_{i=1}^n \frac{H_{0j}(t_l)}{t_l} \int_0^{t_l} W_k e^{-\beta_j(t_l - t_{0i})} (t_l - t_{0i})^{\alpha_j \beta_j} Q_j(t_{0i}) \times G_j(t_l - t_{0i}, r_l - r_{0i}) \xi_j(t_l - t_{0i}) dt_{0i}$$

при $T < t_l$, $t_l \rightarrow T$; N и n — максимально возможное случайное число источников, работающих в нормальном и залповом режимах.

Общий вид регионального ПФ позволяет исследовать случай неизвестного (задаваемого с какой-то вероятностью W_n) числа источников в регионе с неопределенным местонахождением. Это применимо, например, в аварийных ситуациях, когда только с определенной вероятностью предполагаются число точек выхода загрязняющих веществ и их расположение. Сюда включается также случай изменения режима работы несколькими источниками. Возможность получения выражений для произвольных $\rho^{(k)}$ позволяет оценить статистические характеристики региона, например вероятность превышения наблюдаемой концентрацией заданного уровня, а также может оказаться полезной для организации сети измерительного мониторинга. Предлагаемый подход применим к описанию развития аварий и оценкам влияния источников различной природы.

С достаточной хорошей точностью можно считать частицы загрязнения независимыми. Тогда используется явный вид ПФ пуассоновского распределения. Аргумент ПФ интерпретируется как внешнее поле, действующее на систему. В других ситуациях этот аргумент может рассматриваться как фактор, компенсирующий неточности используемой методики распространения, некоторый корректировочный параметр модели. Сравнивая рассчитанные и измеренные значения концентрации загрязнения, находятся значения аргумента ПФ, оптимальные для данной совокупности точек измерения. Метод ПФ и использование функционала плотности вероятности, отражающего свойства реализаций случайного процесса на интервале его задания (для более вероятных реализаций значения

этого функционала больше, чем для менее вероятных) дают возможности применять статистически оптимальные решающие правила (операторы, алгоритмы) для определения оптимальных параметров моделей.

Полученные результаты моделирования анализируются по вероятностным критериям и проводится корректировка моделей. Если полученные значения в статистическом смысле выходят за допустимые пределы, осуществляется вариация параметров модели, описывающей данный источник, либо производится переход к другой модели (методике). Также можно изменять вероятностные характеристики и другие параметры, перебирая их (коэффициенты влияния, усреднение гидрометеофакторов, режимы работы источников и пр.).

К достоинствам предлагаемого метода можно отнести:

- возможность оценки степени достоверности данных моделирования (при использовании различных моделей распространения загрязнений) и выдачи рекомендаций по адаптации моделей или замене их другими моделями;
- возможность учета характера выбросов и степени достоверности пространственной ориентации источника выбросов;
- возможность эффективного сглаживания результатов моделирования при переходе от локальных моделей к региональным и синоптическим;

- возможность учета совместного влияния на регион ряда источников загрязнений;
- принципиальную возможность сокращения размерности модели до «разумного» уровня, диктуемого требованиями оперативности оценки ситуации и допустимой степени достоверности;
- возможность эффективного анализа чувствительности моделей к вариациям тех или иных параметров.

Использование метода ПФ представляется перспективным, позволяя объединить существующие методики (варьируя их) распространения загрязнений. Эти методики базируются на различных предположениях и обладают достоинствами или недостатками в зависимости от погодных условий, рельефа местности, режима выбросов и других факторов. С применением предлагаемого подхода могут строиться автоматизированные системы модельного и гибридного мониторинга окружающей среды, предназначенные для оперативного контроля и оценки экологического состояния региона. Метод ПФ может служить основой структуры имитационной модели региона, в которую необходимо заложить набор математических моделей распространения, а также систему сопоставления и анализа, обеспечивающую проверку адекватности и адаптацию моделей к реальной обстановке путем коррекции или замены другими моделями из имеющегося набора.

Список использованной литературы

1. *Теворовский Е. Н.* Автоматизированные системы прогнозирования и контроля загрязнения атмосферы при разовых выбросах из ЯЭУ / Е. Н. Теворовский, Е. С. Дмитриев, Г. С. Кирдин. — М. : Энергоиздат, 1983. — 136 с.
2. *Коваленко И. Н.* Случайные процессы. Справочник / И. Н. Коваленко, Н. Ю. Кузнецов, В. М. Шуренков. — К. : Наук. Думка, 1982. — 366 с.
3. *Рязанов В. В.* Моделирование статистических систем / В. В. Рязанов // Укр. Физический журнал. — 1978. — Т. 23, № 6. — С. 965—972; № 7. — С. 1136—1146.
4. *Рязанов В. В.* Построение корреляционных функций с помощью производящего функционала / В. В. Рязанов. — Изв. Вузов СССР. Физика. — 1977. — № 3. — С. 86—92.
5. *Рязанов В. В.* Динамика систем с иерархической структурой / В. В. Рязанов. — Изв. Вузов СССР. Физика. — 1982. — № 9. — С. 65—71.
6. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. — М. : Наука, 1982. — 320 с.
7. *Гусев Н. Г.* Радиоактивные выбросы в атмосфере. Справочник / Н. Г. Гусев, В. А. Беляев. — М. : Энергоиздат, 1986. — 349 с.
8. *Егоров Ю. А.* Радиационная безопасность и защита АЭС / Ю. А. Егоров. — М. : Наука, 1982. — 245 с.
9. *Atmospheric dispersion in nuclear power plant siting: A safety guide.* — Vienna : IAEA, 1980. — 24 p. — (Safety series No 50-SG-53).
10. *Рязанов В. В.* Функциональные соотношения для производящего функционала иерархических гиббсовских систем / В. В. Рязанов // Укр. Физический журнал. — 1985. — Т. 30, № 11. — С. 1754—1759.
11. *Рязанов В. В.* Модели производящего функционала статистической системы в области фазового перехода / В. В. Рязанов // Изв. ВУЗов СССР. Физика. — 1983. — Вып. 9. — С. 44—47.
12. *Рязанов В. В.* Моделирование производящей функции для числа частиц ветвящимся процессом с иммиграцией / В. В. Рязанов // Физика жидкого состояния. — К. : Вища шк., 1983. — Вып. 11. — С. 40—44.
13. *Рязанов В. В.* Моделирование уравнения состояния пересыщенного пара и зависимости его равновесного давления от радиуса зародышевой капли / В. В. Рязанов // Журнал физической химии. — 1984. — Т. 58, вып. 1. — С. 72—74.

Получено 24.03.2014