

ДО ПОБУДОВИ ЗОВНІШНЬОГО КОНТУРА СОПЛА ФРАНКЛЯ ЗА КВАДРАТИЧНОЮ КРИВИНОЮ

Вступ. Проектування сопел – важливий елемент при проектуванні авіаційних двигунів [1]. Сопла (Лаваля, Стентона, Франкля) відрізняються, зокрема, формою зовнішнього контура, вигляд яких показано на рис. 1.

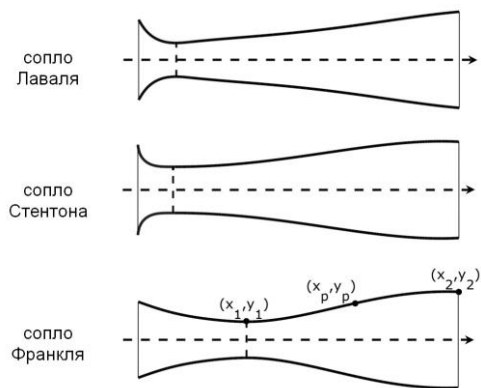


РИС. 1. Форма зовнішнього контура сопла авіаційних двигунів

Досліджується задача побудови кривої лінії у натуральній параметризації, яка проходить через дві задані точки з заданими кутами нахилу дотичної у них та забезпечує заданий кут нахилу дотичної у точці з відомою абсцисою. Наведена система нелінійних інтегральних рівнянь для квадратичної кривини, досліджено її властивості щодо масштабування, описано відповідну задачу мінімізації негладкої функції та алгоритм її розв'язання. Для проектування фрагменту надзвукової частини зовнішнього контура сопла типу Франкля проведено обчислювальні експерименти, які показали ефективність розробленого методу та алгоритму.

Ключові слова: контур сопла, натуральна параметризація, кривина, негладка оптимізація, r -алгоритм.

Мета роботи – розробка методу та алгоритму для побудови зовнішнього контура сопла типу Франкля у надзвуковій частині за допомогою S -подібних кривих з використанням натуральної параметризації [2, 3].

Відомими є точки (x_1, y_1) , (x_2, y_2) та кути нахилу дотичних у них, а також кут нахилу дотичної у точці (x_p, y_p) та її абсциса x_p для керування точкою перегину S -подібної кривої.

Кути нахилу дотичних визначаються за формулою:

$$\varphi(s) = \varphi(0) + \int_0^s k(s) ds, \quad (1)$$

а координати точок контура – за формулами:

$$x(s) = x(0) + \int_0^s \cos \varphi(s) ds, \quad y(s) = y(0) + \int_0^s \sin \varphi(s) ds, \quad (2)$$

де $k(s)$ – задана функція кривини, яка залежить від s – довжини кривої.

1. Задача та її властивості. Задача полягає у наступному. Потрібно так з'єднати точки (x_1, y_1) та (x_2, y_2) кривою лінією у натуральній параметризації, де кривина $k(s) = as^2 + bs + c$ має квадратичну залежність від довжини дуги, щоб забезпечити в точках (x_1, y_1) та (x_2, y_2) задані значення кутів нахилу дотичних φ_1 та φ_2 , а в точці з абсцисою x_p , де $x_1 < x_p < x_2$, забезпечити кут рівний φ_p . Кути вимірюються в радіанах.

Нехай S – довжина кривої від точки (x_1, y_1) до точки (x_2, y_2) , а s_p – довжина кривої від точки (x_1, y_1) до точки (x_p, y_p) . Знаходженню параметрів кривини a, b, c та довжин S, s_p відповідає система із п'яти нелінійних рівнянь:

$$x_2 = x_1 + \int_0^S \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \tag{3}$$

$$y_2 = y_1 + \int_0^S \sin \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \tag{4}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{aS^3}{3} + \frac{bS^2}{2} + cS, \tag{5}$$

$$x_p = x_1 + \int_0^{s_p} \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \tag{6}$$

$$\varphi_p = \varphi_1 + \frac{as_p^3}{3} + \frac{bs_p^2}{2} + cs_p. \tag{7}$$

Тут рівняння (3) та (4) зв'язують між собою точки (x_1, y_1) та (x_2, y_2) за формулами (2). Рівняння (5) за формулою (1) забезпечує потрібний кут φ_2 в точці (x_2, y_2) , який визначається за заданим кутом φ_1 у точці (x_1, y_1) . Рівняння (6) та (7) забезпечують кут рівний φ_p у точці з абсцисою x_p . Зазначимо, що ордината y_p не використовується як невідома змінна. Її значення можна обчислити за формулою $y_p = y_1 + \int_0^{s_p} \sin \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds$ для отриманого значення s_p .

Лема (про масштабування). Якщо a^*, b^*, c^*, S^* та s_p^* є розв'язком системи (3) – (7), то $a^{**} = a^* / \mu^3, b^{**} = b^* / \mu^2, c^{**} = c^* / \mu, S^{**} = \mu S^*$ та $s_p^{**} = \mu s_p^*$ – розв'язок наступної системи рівнянь:

$$\mu x_2 = \mu x_1 + \int_0^S \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \tag{8}$$

$$\mu y_2 = \mu y_1 + \int_0^S \sin \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \tag{9}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{aS^3}{3} + \frac{bS^2}{2} + cS, \tag{10}$$

$$\mu x_p = \mu x_1 + \int_0^{s_p} \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \quad (11)$$

$$\varphi_p = \varphi_1 + \frac{as_p^3}{3} + \frac{bs_p^2}{2} + cs_p. \quad (12)$$

Доведення. Рівняння (8), (9) та (11) можна записати у такому вигляді:

$$x_2 = x_1 + \int_0^S \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) d \left(\frac{s}{\mu} \right), \quad (13)$$

$$y_2 = y_1 + \int_0^S \sin \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) d \left(\frac{s}{\mu} \right), \quad (14)$$

$$x_p = x_1 + \int_0^{s_p} \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) d \left(\frac{s}{\mu} \right). \quad (15)$$

Зробивши заміну $s' = s/\mu$, $a' = a\mu^3$, $b' = b\mu^2$ та $c' = c\mu$, отримаємо:

$$\frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs = \frac{a'(s')^3}{3} + \frac{b'(s')^2}{2} + c's'. \quad (16)$$

Підставивши (16) у рівняння (13) – (15) та замінивши верхні границі в інтегралах, враховуючи що $S' = S/\mu$ та $s'_p = s_p/\mu$, отримуємо рівняння:

$$x_2 = x_1 + \int_0^{S'} \cos \left(\varphi_1 + \frac{a'(s')^3}{3} + \frac{b'(s')^2}{2} + c's' \right) ds', \quad (17)$$

$$y_2 = y_1 + \int_0^{S'} \sin \left(\varphi_1 + \frac{a'(s')^3}{3} + \frac{b'(s')^2}{2} + c's' \right) ds', \quad (18)$$

$$x_p = x_1 + \int_0^{s'_p} \cos \left(\varphi_1 + \frac{a'(s')^3}{3} + \frac{b'(s')^2}{2} + c's' \right) ds', \quad (19)$$

які повністю еквівалентні рівнянням (3), (4) та (6).

Враховуючи (16), отримаємо, що рівняння (10) та (12) еквівалентні рівнянням:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{a'(S')^3}{3} + \frac{b'(S')^2}{2} + c'S', \quad (20)$$

$$\varphi_p = \varphi_1 + \frac{a'(s'_p)^3}{3} + \frac{b'(s'_p)^2}{2} + c's'_p, \quad (21)$$

які співпадають з рівняннями (5) та (7). Лема доведена.

Лема дає можливість досить точно знаходити розв'язки системи (3)–(7) для погано масштабованих задач. Так, наприклад, якщо значення координат точки (x_2, y_2) є великими (порядка 1000), то система буде сингулярною, тобто її розв'язок буде включати різного порядку величини, так a^* буде порядку 10^{-9} , а S^* буде порядку 10^3 . Тому далеко не кожен метод розв'язання системи нелінійних рівнянь здатен знайти ці параметри з необхідною точністю.

Водночас нескладна процедура масштабування, де $\mu = 10^{-3}$, призводить до того, що усі компоненти розв'язку нової системи мають один порядок. Це дає змогу для компонент розв'язку знайти точними більше значащих цифр, ніж це можна зробити, якщо розв'язувати немасштабовану систему (3) – (7). Для цього достатньо знайти розв'язок масштабованої задачі та перерахувати розв'язок для немасштабованої задачі за формулами леми.

2. Про методи розв'язання задачі. Один із методів знаходження розв'язку системи (3) – (7) наведено у роботі [4]. Тут невідома довжина s_p замінена на невідому частку p , таку що $0 < p < 1$, яка визначає долю довжини s_p у повній довжині S , тобто $S = ps_p$. Метод розв'язання задачі виглядає наступним чином. Спочатку з рівнянь (5) та (7) виражаємо невідомі коефіцієнти a і c через невідомий коефіцієнт b та невідомі довжини s_p , S . Підставляючи їх у рівняння (3), (4) та (6) отримуємо три інтегральні рівняння, де кількість невідомих зменшилася до трьох (b , S , s_p), але це відбулося за рахунок ускладнення підінтегральних виразів. Отримана система трьох інтегральних рівнянь розв'язується за допомогою метода Хука – Дживса.

Складні вирази для підінтегральних функцій затрудняють контроль стартових точок для методу Хука – Дживса, що також буде мати місце і при використанні інших методів (наприклад, ньютонівських та квазиньютонівських). Далі розглянемо метод, який у значній мірі звільнений від вказаних недоліків. У його основу покладемо модифікацію r -алгоритму [5] для розв'язання спеціальної задачі мінімізації негладкої функції (сума модулів нев'язок системи (3) – (7)) при контролі обмежень на довжини s_p , S , щоб гарантувати їх додатні значення із допустимих діапазонів.

Функції нев'язок для рівнянь (3) – (7) мають такий вигляд:

$$f_1(a, b, c, S) = x_2 - x_1 - \int_0^S \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \quad (22)$$

$$f_2(a, b, c, S) = y_2 - y_1 - \int_0^S \sin \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \quad (23)$$

$$f_3(a, b, c, S) = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{aS^3}{3} - \frac{bS^2}{2} - cS, \quad (24)$$

$$f_4(a, b, c, s_p) = x_p - x_1 - \int_0^{s_p} \cos \left(\varphi_1 + \frac{as^3}{3} + \frac{bs^2}{2} + cs \right) ds, \quad (25)$$

$$f_5(a, b, c, s_p) = \varphi_p - \varphi_1 - \frac{as_p^3}{3} - \frac{bs_p^2}{2} - cs_p. \quad (26)$$

Спеціальна задача мінімізації суми модулів функцій (22) – (26) має вигляд: знайти

$$f^* = f(a^*, b^*, c^*, S^*, s_p^*) = \min_{a, b, c, S, s_p} \left\{ f(a, b, c, S, s_p) = \sum_{i=1}^3 |f_i(a, b, c, S)| + \sum_{i=4}^5 |f_i(a, b, c, s_p)| \right\} \quad (27)$$

при обмеженнях

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \leq S \leq q \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (28)$$

$$|x_p - x_1| \leq s_p \leq S, \quad (29)$$

де $q > 1$ – параметр для управління верхньою межею на загальну довжину кривої. Чим ближчим до одиниці є значення параметра q , тим легше уникнути "циклічних" розв'язків системи (3) – (7).

Алгоритм розв'язання задачі (27) – (29) реалізований за допомогою методу мультистарту й octave-функції **ralgb5a** [6] та знаходить найкращий локальний мінімум негладкої функції за допомогою запуску модифікації r -алгоритму із заданої кількості стартових точок. Алгоритм використовує аналітичний спосіб обчислення узагальнених градієнтів цільової функції (27) та метод трапецій для обчислення інтегралів у формулах (22), (23) та (25).

Якщо в результаті пошуку локального мінімуму для задачі (27) – (29) отримуємо $f^* = 0$, то знайдена точка локального мінімуму $a^*, b^*, c^*, S^*, s_p^*$ є розв'язком системи (3) – (7). Якщо отримуємо $f^* > 0$, то знайдена точка $a^*, b^*, c^*, S^*, s_p^*$ не є розв'язком системи (3) – (7). Це може бути як у випадку відсутності розв'язку в системі (3) – (7), так і у випадку, якщо алгоритм застряє в "неоптимальній" точці, враховуючи, що для великих значень параметра q задача (27) – (29) – багатоекстремальна та має багато розв'язків. Обидва ці випадки проаналізуємо далі.

3. Обчислювальний експеримент. Проводився для проектування фрагмента надзвукової частини зовнішнього контуру сопла типу Франкля при наступних вихідних даних:

$$x_1 = 0, y_1 = 246, \varphi_1 = 0^\circ; \quad x_2 = 100, y_2 = 275, \varphi_2 = 0^\circ; \quad x_p = 70, \varphi_p = 12^\circ, \quad (30)$$

які при масштабуванні, де $\mu=100$, приводилися до таких даних:

$$x_1 = 0, y_1 = 2.46, \varphi_1 = 0; \quad x_2 = 1, y_2 = 2.75, \varphi_2 = 0; \quad x_p = 0.7, \varphi_p = 0.209440. \quad (31)$$

Для даних (30) кути нахилу дотичних задані в градусах, а для даних (31) – в радіанах.

Результатом роботи алгоритму для масштабованих даних (31) є фрагмент контуру, який показано на рис. 2 (вверху, зліва).

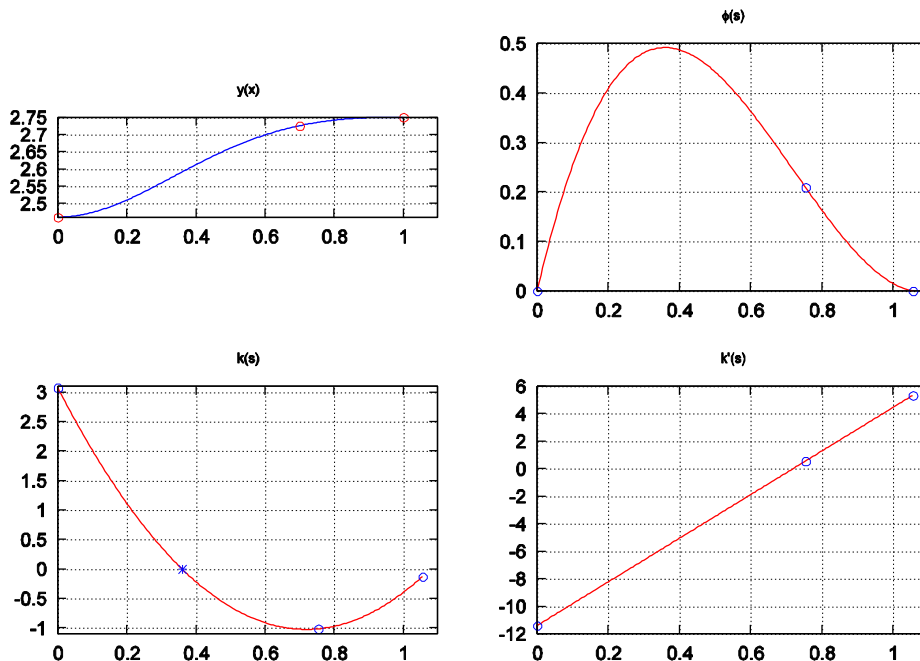


РИС. 2. Розв'язок системи (3) – (7) для даних (31), одна точка перегину

На даному рисунку показано наступні характеристики контура – графік кутів нахилу дотичних (вверху, праворуч), графіки кривини (знизу, ліворуч) та її похідної (знизу, праворуч). Із графіка кривини бачимо, що профіль адекватно представляється S -подібною кривою, так як точка перегину єдина, їй відповідає рівне нулю значення кривини (позначена "*" на графіку).

Профіль, що показано на рис. 2, дозволяє моделювати вигляд зовнішнього контура сопла типу Франкля. Йому відповідає наступний розв'язок системи (3)–(7) з масштабованими даними (31):

$$a^* b^* c^* S^* s_p^* = 7.92822e+000 - 1.14065e+001 3.07557e+000 1.05562e+000 7.53992e-001, \quad (32)$$

який для немасштабованих даних є таким:

$$a^{**} b^{**} c^{**} S^{**} s_p^{**} = 7.92822e-006 - 1.14065e-003 3.07557e-002 1.05562e+002 7.53992e+001, \quad (33)$$

що легко перераховується за допомогою формул вищенаведеної лемі.

Алгоритм виявився стійким при пошуку контура (32). Це пояснюється тим, що дані (31) – добре масштабовані і відношення максимальної по модулю компоненти розв'язку до мінімальної є невеликим та рівним $11.4065/0.753992$. Тому при параметрі $q = 1.2$ з усіх п'ятдесяти стартових точок, які вибирались випадковими із інтервалу $[0, 1]$, алгоритм збігається до одного і того ж розв'язку системи (3) – (7). Це також справедливо, якщо стартові точки вибирати випадковими з інтервалу $[0, 10]$. Однак, при виборі стартових точок з інтервалу $[0, 50]$ алгоритм у дев'ятнадцяти випадках знайшов розв'язок, а в тридцять першому випадку не зміг знайти розв'язку та зупинився в точках, де значення цільової функції (27) є більшим нуля. Це зумовлено тим, що при $q = 1.2$ розв'язок єдиний і йому відповідає довжина $S^* = 1.05562$, а стартова точка градієнтний процес направляє в ті області, де є інший розв'язок, якому відповідає суттєво більша довжина кривої.

Такі розв'язки можна знайти, якщо вибрати значення параметра q більшим, але вони не мають змісту для моделювання зовнішнього контуру сопла типу Франкля. Так, наприклад, на рис. 3 показано розв'язок, який складається із двох ділянок, кожна із яких є S -кривою.

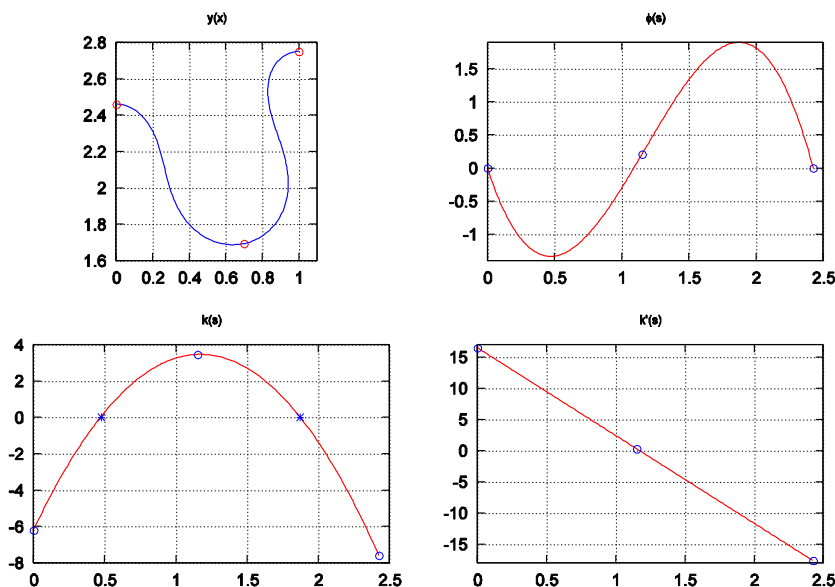


РИС. 3. Розв'язок системи (3) – (7) для даних (31), дві точки перегину

Цей розв'язок має дві точки перегину (позначені "*" на графіку кривини) та не задовольняє вигляду зовнішнього контура сопла Франкля. Йому відповідають такі значення компонент:

$$a^* \ b^* \ c^* \ S^* \ s_p^* = -7.03716e+000 \ 1.64890e+001 \ -6.19900e+000 \ 2.42487e+000 \ 1.15072e+000, \quad (34)$$

звідки легко бачити, що профіль (34) характеризується довжиною $S^* = 2.42487$, яка є значно більшою за довжину $S^* = 1.05562$ профілю (32).

Висновки. Запропонований метод і алгоритм побудови зовнішнього контура сопла за допомогою S -подібних кривих з використанням натуральної параметризації дозволяє управляти формою контура за допомогою мінімальної кількості параметрів (кут нахилу дотичної у точці з відомою абсцисою). При цьому кривина контура змінюється плавно, забезпечуючи тим самим, зокрема, його необхідні геометричні та газодинамічні властивості.

Обчислювальні експерименти підтверджують стійку роботу алгоритму для добре масштабованих даних контура, який проектується. Використовуючи отриманий розв'язок легко знаходити досить точні розв'язки для погано масштабованих даних простим їх перерахунком за формулами доведеної леми.

У подальшому планується розробити незалежні від масштабу даних методи та алгоритми знаходження розв'язку системи (3) – (7), використовуючи модифікації r -алгоритмів, ньютонівські та квазиньютонівські методи.

Запропонований підхід до побудови контуру за допомогою S -подібних кривих передбачається використати для розробки геометричної моделі побудови зовнішнього та внутрішнього контурів сопла з центральним тілом. Це одна з актуальних задач для підвищення експлуатаційних якостей сучасних авіаційних двигунів.

Список літератури

1. Алемасов В.Е. Теория ракетных двигателей: Учебник для студентов высших технических учебных заведений / В.Е. Алемасов, А.Ф. Дрегалин, А.П. Тишин; Под ред. В.П. Глушко. М.: Машиностроение. 1989. 464 с.
2. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. 4-е изд. М.: Гостехиздат. 1956. 420 с.
3. Борисенко В., Агарков О., Палько К., Палько М. Моделювання плоских кривих у натуральній параметризації. Геометричне моделювання та інформаційні технології. 2016. № 1. С. 21–27.
http://nbuv.gov.ua/UJRN/gmtit_2016_1_6
4. Борисенко В.Д., Устенко С.А., Устенко И.В. Геометрическое моделирование s -образных скелетных линий профилей лопаток осевых компрессоров. *Вестник двигателестроения*. 2018. № 1. С. 45 – 52.
<https://doi.org/10.15588/1727-0219-2018-1-7>
5. Шор Н.З., Стецюк П.И. Использование модификации r -алгоритма для нахождения глобального минимума полиномиальных функций. *Кибернетика и системный анализ*. 1997. № 4. С. 28 – 49.
<https://doi.org/10.1007/BF02733104>
6. Стецюк П.И. Комп'ютерна програма "Octave-програма galgb5a: $r(\alpha)$ -алгоритм з адаптивним кроком". Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 85010. Україна. Міністерство економічного розвитку і торгівлі. Державний департамент інтелектуальної власності. Дата реєстрації 29.01.2019.

Одержано 09.02.2020

Стецюк Петро Іванович,
доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
stetsyukp@gmail.com

Ткаченко Александр Владимирович,
кандидат фізико-математичних наук,
начальник відділу ДП "Івченко-Прогрес", Запоріжжя,
avt2007@outlook.com

Грицай Ольга Лук'янівна,
інженер-програміст
ДП "Івченко-Прогрес", Запоріжжя.
grlelya@gmail.com

УДК 519.85

П.И. Стецюк ¹, А.В. Ткаченко ², О.Л. Грицай ²

К ПОСТРОЕНИЮ ВНЕШНЕГО КОНТУРА СОПЛА ФРАНКЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАДРАТИЧНОЙ КРИВИЗНЫ

¹ *Институт кибернетики имени В.М. Глушкова, Киев, Украина*

² *ГП "Ивченко-Прогресс", Запорожье, Украина*

¹ *Переписка: stetsyukp@gmail.com*

Цель работы. Разработка метода, алгоритма и его программной реализации для построения внешнего контура сопла Франкля в сверхзвуковой части с помощью S -образных кривых. В основу метода положено задачу построения кривой в натуральной параметризации, которая проходит через две заданные точки с заданными углами наклона касательных в них и обеспечивает заданный угол наклона касательной в точке с заданной абсциссой [4]. Для управления точкой перегиба S -образной кривой используется угол наклона касательной в точке с известной абсциссой. Для задачи, где кривизна задается квадратичной функцией, **сформулирована система** пяти нелинейных уравнений, среди которых три уравнения являются интегральными. Система имеет пять неизвестных – три коэффициента квадратичной функции, общая длина кривой и длина участка кривой к точке с известной абсциссой.

Доказана лемма о связи решений исходной системы и масштабируемой системы, в которой координаты точек домножаются на одинаковую величину. С помощью леммы можно, используя полученное решение для хорошо масштабируемой системы, легко находить соответствующее ему решение для плохо масштабируемой (сингулярной) системы. Для нахождения решения системы **предложено** использовать модификацию r -алгоритма [5] для решения специальной задачи минимизации негладкой функции (сумма модулей невязок системы) при контроле ограничений на неизвестные длины, чтобы гарантировать их допустимые значения.

Алгоритм реализован с помощью метода мултистарта и octave-функции **ralgb5a** [6]. Он находит наилучший локальный минимум негладкой функции с помощью запуска модификации r -алгоритма с заданного количества стартовых точек. Алгоритм использует аналитическое вычисление обобщенных градиентов целевой функции и метод трапеций для вычисления интегралов.

Проведен вычислительный эксперимент для проектирования фрагмента сверхзвуковой части внешнего контура сопла типа Франкля. Он показал эффективность разработанного алгоритма для построения S -образных кривых.

Ключевые слова: контур сопла, натуральная параметризация, кривизна, негладкая оптимизация, r -алгоритм.

UDC 519.85

P. Stetsyuk ¹, O. Tkachenko ², O. Gritsay ²**ON CONSTRUCTION OF THE EXTERNAL FRANKL NOZZLE CONTOUR USING QUADRATIC CURVATURE**¹ *V.M. Glushkov Institute of Cybernetics, Kyiv, Ukraine*² *SE "Ivchenko-Progress", Zaporozhye, Ukraine*¹ *Correspondence: stetsyukp@gmail.com*

The aim of the article is to develop a method, an algorithm, and appropriate software for constructing the external contour of the Frankl nozzle in the supersonic part using S -shape curves. The method is based on the problem of constructing a curve with the natural parameterization. The curve passes through two given points with the given inclination angles of the tangents and provides the given inclination angle of the tangent at the point with the given abscissa [4]. To control the inflection point of the S -shaped curve, the inclination angle of the tangent at a point with the known abscissa is used.

In the case, when the curvature is given by a quadratic function, **the system** of five nonlinear equations **is formulated**, among which three equations are integral. The system has five unknown variables – three coefficients of the quadratic function, the total length of the curve and the length of the curve to the point with a known abscissa.

The lemma on the relation between solutions of the original and the scalable systems, in which the coordinates of the points are multiplied by the same value, **is proved**. Due to this lemma, it becomes possible, using the obtained solution of the well-scalable system, to find easily the corresponding solution of a bad-scalable (singular) system. To find a solution to the system, **we suggest** to use the modification of the r -algorithm [5] solving special problem on minimization of the nonsmooth function (the sum of the modules of the residuals of the system), under controlling of the constraints on unknown lengths, in order to guarantee their feasible values.

The algorithm is implemented using the multistart method and the **ralgb5a** octave function [6]. It finds the best local minimum of nonsmooth function by starting the modification of the r -algorithm from a given number of starting points. The algorithm uses an analytical computation of generalized gradients of the objective function and the trapezoid rule to calculate the integrals.

The computational experiment was carried out to design the fragment of supersonic part in the external contour of a Frankl-type nozzle. The efficiency of the algorithm, developed for constructing S -shape curves, is shown.

Keywords: nozzle contour, natural parameterization, curvature, nonsmooth optimization, r -algorithm.