

## ОПТИМІЗАЦІЯ МАРШРУТІВ ПРИ ПЛАНУВАННІ МІСІЙ ГІБРИДНИХ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ "ДРОН+ТРАНСПОРТНИЙ ЗАСІБ"

**Вступ.** Протягом останніх десятиліть вивчення проблем планування місії дронів, перш за все, БпЛА стало сферою інтенсивних досліджень з великою кількістю застосувань. Прямо чи опосередковано БпЛА використовуються при моніторингу, спостереженнях, доставці ліків і товарів, проведенні пошуково-рятувальних робіт у зоні стихійного лиха, організації мобільних мереж, зборі даних; окремим напрямом є мілітарні застосування [1–10]. При такому плануванні виникають проблеми оптимізації, від розв'язування яких у межах обмеженого часу планування залежить ефективність виконання поставлених завдань.

Дослідження і розв'язування багатьох таких оптимізаційних проблем є розвитком тематики, яка стосується задач маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem, VRP) [11]. Специфіка прикладних задач, які розглядаються, вносить корективи до тлумачення як терміну "вартість перевезень", так і "транспортний засіб". Особливий клас задач породжують ситуації, у яких БпЛА можуть стартувати із декількох, зокрема, рухомих пунктів базування та фінішувати у низці цих чи інших пунктів – такі задачі актуальні, перш за все, у логістиці і військовій сфері. При оптимізації маршрутів у цьому випадку вантажопідйомність БпЛА може не відігравати ключову роль (наприклад, при аеророзвідці), але більш суттєве значення мають обмеження на ресурс дрона – обсяг пального чи ємність акумулятора.

Найновіші дослідження стосуються питань оптимізації рішень при плануванні місії гібридних систем, які складаються із транспортного засобу, який у ході виконання завдань може перевозити один чи декілька БпЛА. Більшість публікацій розглядає як транспортний засіб саме вантажівку, але у подальшому ми не будемо обмежуватися лише вантажівками. Такі проблеми із застосуванням гібридних транспортних систем у логістиці зазвичай характеризуються поєднанням "Дрон+Вантажівка" ("Drone+Truck"), вони породжують цілий клас задач оптимізації. Автори досліджень таких задач враховують різні характеристики, умови та

*Пропонується математична модель, яка дозволяє охопити декілька етапів планування місії гібридної системи "Дрон+ТЗ" при обстеженні чи обслуговуванні заданої множини цілей і спрямована на мінімізацію часу її виконання. Для розв'язування сформульованої задачі комбінаторної оптимізації розроблено алгоритми жадібного типу, детермінованого локального пошуку та ОМК. Результати обчислювального експерименту продемонстрували перевагу алгоритму ОМК над комбінованим алгоритмом "жадібний алгоритм + детермінований локальний пошук".*

**Ключові слова:** безпілотні літальні апарати, гібридні системи, планування місії, оптимізація маршрутів, математичне моделювання, оптимізація мурашиними колоніями, логістика.

обмеження, що виникають на практиці, чим і пояснюється різноманіття назв конкретних задач. Як і в більшості публікацій, далі будемо теж вживати назву дрон, розуміючи саме БпЛА.

У першій публікації, де розглядалась взаємодія одного дрона з вантажівкою при доставці товарів, припускалося, що за один виліт дрон обслуговує одного клієнта, а відповідна проблема оптимізації була названа Flying Sidekick Traveling Salesman Problem (FSTSP) – задача комівояжера з літаючим помічником [12]. В роботі [13] розглядається задача, у якій дрон за один виліт може обслуговувати уже декількох клієнтів, місця зустрічі вантажівки та дрона не визначено заздалегідь, а вантажівка теж бере участь в обслуговуванні клієнтів. Робота [14] зосереджується на питаннях економії ресурсів як дрона, так і вантажівки. В роботі [15] пропонується гнучка методологія підзарядки акумулятора дрона, яка відкидає припущення, що акумуляторну батарею слід замінювати повністю зарядженою після кожного польоту. Автори роботи [15] припускають, що дрон може злітати з вантажівки, а приземлятися для поповнення ресурсу в одному із сервісних центрів, щоб продовжити рух, можливо, з іншої вантажівки. В роботі [16] розглядається варіант задачі мінімізації загальних витрат системи "дрон+вантажівка", у якій дрон може не тільки обслуговувати декількох користувачів за один політ, а і поєднувати доставку із збиранням посилок від користувачів. При цьому при розрахунку затрат польотного ресурсу враховується не лише довжина маршрутів, а і вага вантажів.

Розширенню класу задач з одним транспортним засобом та дроном присвячена робота [17], де материнський корабель може нести один дрон – менший транспортний засіб, який перевозиться кораблем з можливістю запуску або повернення дрона в будь-якому місці, а не лише у певних вузлах графа. Дрон запускається до певного місця, а потім повертається на корабель для дозаправки або для того, щоб забрати новий вантаж перед наступним запуском.

Наступним кроком стали дослідження питань обслуговування групою дронів, зокрема, при доставці "останньої милі", які транспортуються однією вантажівкою. Така задача в [18] названа multiple flying sidekicks traveling salesman problem (mFSTSP), де, на відміну від [12], дронам дозволено відвідувати декількох споживачів за один політ. Розширена версія подібної задачі в [19] названа Truck-multi-Drone Team Logistics Problem (TmDTL), яка полягає у тому, щоб за мінімальний час, починаючи з певного місця і закінчуючи фінальним місцем на маршруті вантажівки, відвідати вантажівкою разом з командою дронів задану множину клієнтів, доставляючи легкі вантажі чи виконуючи місію розвідки, спостереження і рекогносцировки.

Задача маршрутизації вантажівки з групою дронів, які можуть доставляти по декілька пакетів одному чи більше користувачам, здійснюючи по декілька польотів, розглядається в [20], де вона названа k-Multi-visit Drone Routing Problem (k-MVDRP). Вантажівка виконує лише роль підтримки дронів (поповнення ресурсу, завантаження посилками). Тут, як і в ряді нових робіт, при розрахунку витрат енергоресурсу дронів враховується і вага пакетів, які доставляються [21, 22].

В роботі [23] для зменшення загального часу місії допускається повторне відвідування вантажівками місць обслуговування. Мінімізація експлуатаційних затрат в [24] досягається шляхом вибору швидкості дрона, значення якої вибирається із дискретного набору. В роботі [25] також пропонується швидкість дрона у задачі TSP-D визначати динамічно відповідно до ваги вантажу, який має перевозити дрон; при цьому один дрон за один політ може здійснити доставку лише одному користувачу. Задачі, у яких місця запуску дронів можуть знаходитися окремо від розташування клієнтів, стали об'єктом досліджень в [26], а їх розвиток, відображений у [27], стосується аналізу та розв'язування проблем створення місць для базування вантажівки, у яких забезпечується поповнення ресурсу дронів та їх завантаження.

До цього ж типу задач можна віднести і задачі оптимізації маршрутів команди гетерогенних дронів, які запускаються і приймаються великим транспортним літаком у виділених місцях траєкторії його польоту [28].

Враховуючи важливість тематики, з'явилося і з'являється велика кількість наукових публікацій, тому, в основному, виділено нові публікації, які відносяться до періоду 2020–2023 рр. і не є вичерпним оглядом релевантних робіт; більше інформації, особливо стосовно попереднього періоду досліджень, можна почерпнути із оглядових статей – див., напр., [11, 21, 28–31].

Переваги застосування гібридних систем, які далі будемо називати "Дрон+ТЗ" ("Drone+Vehicle"), розуміючи під ТЗ деякий транспортний засіб, а не лише вантажівку, мають свою ціну. Для ефективного використання таких систем обслуговування необхідна розробка і застосування як адекватних математичних моделей виникаючих проблем, так і ефективних алгоритмів оптимізації рішень при плануванні та прогнозування результатів їх місії.

У роботі розглядаються і досліджуються питання оптимізації рішень при плануванні логістичних чи розвідувальних місій одного дрона (БпЛА), який може транспортуватися спеціальним транспортом, що рухається по заданому маршруту, при виконанні завдання, яке полягає в обстеженні та/або обслуговуванні заданої множини клієнтів (цілей). Виникаюча задача комбінаторної оптимізації може бути віднесена до задач оптимізації маршрутів дрона з багатьма візитами, як згадана в [20] задача MVDRP.

### **1. Про основні проблеми оптимізації місій з дронами**

Розглядаються проблеми планування місії гібридної системи "Дрон+ТЗ", які полягають у виборі місць базування, розподілу цілей і оптимізації маршрутів одного дрона при виконанні поставленого завдання. Особливістю розглянутих далі проблем є те, що дрон переміщується спеціальним транспортом і при цьому мають виконуватися умови початку і завершення маршруту в місцях на траєкторії руху транспорту за наявності обмежень на ресурс дрона, але у деяких місцях запуск дрона може і не відбуватися.

В подальшому під транспортом розуміється засіб (автомобіль, літак, корабель тощо), який може перевозити (переміщувати) безпілотні апарати (дрони, надводні чи підводні роботизовані системи). Місця на маршруті транспорту, де може відбуватися старт, приймання і обслуговування дронів, називатимемо базами.

Серед задач маршрутизації дронів за наявності декількох баз виділимо такі, в яких:

- місця знаходження баз визначені на заданій траєкторії руху транспорту;
- ці місця формуються у процесі планування місії гібридної системи;
- бази можуть використовуватися для відновлення енергоресурсів дрона (підзаряджання акумуляторів, заправка паливом) з подальшим продовженням процесу виконання завдань;
- метою є відвідання максимальної кількості цілей (можливо, з урахуванням їх важливості), якщо наявний склад дронів та їх ресурси не дозволяють обслужити всі цілі.

У подальшому особлива увага буде приділена першому та третьому із названих типів задач. Ці дослідження є розвитком поданих в [28, 32] результатів.

При плануванні місії гібридної транспортної системи, пов'язаних із обстеженням чи обслуговуванням дронами заданої сукупності цілей (користувачів), можна виділити такі етапи:

1. Формування сукупності цілей для обстеження чи обслуговування.
2. Визначення місць розташування баз на маршруті транспорту.
3. Вибір баз для обслуговування дронів.
4. Розподіл цілей між всіма базами чи деякими із них.
5. Формування маршрутів дронів із урахуванням обмежень на польотний ресурс.
6. Підтримка функціонування мобільної мережі, що зв'язує дрони та транспорт, захист таких мереж та оптимізація передачі інформації у них.

Ці етапи породжують ряд задач, серед яких домінують задачі оптимізації, зокрема, комбінаторного типу. В низці публікацій такі задачі розглядаються як окремі, хоча на практиці часто слід враховувати їх взаємозв'язок.

Варто зазначити, що у випадку нестачі ресурсу дронів виникають задачі охоплення такої кількості цілей, які б максимізували ефект від застосування гібридної системи із урахуванням наявних характеристик цілей та дронів, а також обмежуючих умов.

Предметом подальшого розгляду стали задачі етапів 3–5, тобто вважається, що цілі визначено, а ресурсу дронів достатньо для їх обслуговування. Зрозуміло, що завдання носять оперативний характер, тобто як перелік цілей, так і маршрут транспорту може змінюватися щоденно чи навіть з меншим часовим інтервалом.

Виділимо два можливих напрями агрегування проблем: на рівні математичних моделей виникаючих задач (наприклад, задач розбиття множини цілей та задач комівояжера, які охоплюють етапи 4 та 5) чи/та шляхом розроблення алгоритмів, які орієнтовані на одночасне розв'язування задач, що виникають на кількох етапах.

Розглянемо одну із центральних проблем планування місії гібридної системи "Дрон +ТЗ" – розподіл цілей по базам, вибір задіяних баз із можливих та оптимізацію маршрутів дрона – перед якою стоїть завдання обстежити чи обслужити задану множину цілей на місцевості.

## **2. Змістовні постановки досліджуваних проблем оптимізації місії гібридної системи з одним дроном**

Задачі планування місії гібридної системи "Дрон+ТЗ" за наявності декількох баз на маршруті транспорту розглядається з урахуванням таких припущень.

1. Кожна ціль відвідується дроном один і тільки один раз. Транспорт в обстеженні цілей участі не бере.

2. Місцезнаходження баз на заданому маршруті транспорту вважаються фіксованими, а транспорт може відвідувати їх послідовно без повернень, починаючи із першої бази, з якої і може стартувати дрон.

3. За один політ дрон може відвідати декілька цілей (мультивізитність).

4. Дрон має обмеження на польотний ресурс.

5. Поповнення ресурсу дрона здійснюється на базах (зупинках транспорту).

6. Запасів для поповнення ресурсу дрона достатньо (акумулятори, паливо) для виконання місії.

7. Споживання енергії дроном відбувається за лінійним законом, тобто не враховуються можливі перевищення під час зльоту чи приземлення дрона чи під дією вітру.

8. Переліт між цілями чи цілями і базами здійснюється по прямій лінії, тобто не враховуються кути поворотів.

9. Загальний маршрут дрона може складатися з підмаршрутів, кожен із яких починається і закінчується на заданій базі маршруту транспорту, а час обстеження включених у кожний підмаршрут цілей не порушує обмеження на польотний ресурс. При цьому вибір баз та цілей для включення у підмаршрут здійснюється у ході виконання місії.

10. Транспорт може прибувати на чергову базу раніше дрона і очікувати на нього.

11. Транспорт починає рух до наступної бази, якщо вона не остання на його маршруті, від поточної бази після повернення дрона із останнього із запланованих на цій базі підмаршрутів.

Отже, маємо транспортний засіб, один дрон, задану множину цілей для обстеження та місцезнаходження послідовності баз на маршруті транспортного засобу. Дрон стартує з транспортного засобу, що знаходиться в даний момент на певній базі, починаючи із першої, а сам транспортний засіб після проходження підмаршруту дроном залишається на місці, якщо не всі заплановані підмаршрути пройдено, чи вирушає до наступної бази, якщо він не знаходиться на кінцевій базі.

## **3. Математична модель задачі**

Загальна схема розв'язування задачі полягає у розбитті множини цілей і призначенні їх наявним базам з подальшим таким їх розбиттям на підмаршрути, які починаються і закінчуються на призначеній базі і при цьому не порушують обмеження на польотний ресурс дрона.

Нагадаємо, що розбиттям довільної множини називається сімейство непустих диз'юнктних її підмножин, об'єднання яких дає всю множину; такі підмножини називаються блоками розбиття (БР) [33].

Розглядається планарна задача, тобто цілі і бази знаходяться на площині (двовимірне розташування на місцевості). Вхідні дані задачі подано у табл. 1.

ТАБЛИЦЯ 1. Вхідні дані задачі

Параметр	Пояснення
$B$	множина заданих на маршруті баз транспортного засобу
$b$	кількість баз на маршруті
$Z$	множина цілей
$n$	кількість цілей
$T$	ресурс дрона у часовому вимірі (час у польоті без поповнення)
$\theta$	час відновлення ресурсу (обслуговування) дрона
$v$	швидкість дрона
$w$	швидкість транспорту
$D$	матриця відстаней між цілями, базами та між цілями і базами

Задача полягає у мінімізації часу виконання всієї місії шляхом оптимізації загального маршруту дрона. Цей маршрут складається з підмаршрутів, які пов'язані з вибором баз для виконання завдань та з урахуванням ресурсу дрона, а також із визначенням графіка руху транспорту та дрона, що враховує рух до баз на маршруті та польоти з них для відвідування цілей, а також процес поповнення ресурсу. Важливо зауважити, що час прибуття транспорту на кожен базу не фіксований, його слід визначити під час планування місії. Іноді може бути доцільним, щоб не всі бази використовувалися, тобто дрон не буде злітати з деяких баз.

Пронумеруємо елементи множин  $Z$  та  $B$ .

Верхній рівень розбиття множини цілей, пов'язаних з базами, можна подати матрицею  $X = (x_{ij})_{b \times n}$ , у якій елементи  $x_{ij} \in \{0, 1\}$  визначаються так:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо ціль } j \text{ призначена на базу } i, \\ 0 & \text{в іншому разі,} \end{cases}$$

де  $i = 1, \dots, b$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Обмеження на ресурс дрона може призвести до необхідності виконання декількох вильотів з певної бази (підмаршрутів) для обстеження цілей.

Щоб відобразити цю ситуацію, введемо тензор  $U = (u_{lj}^i)_{n \times n \times b}$ ,

де  $u_{lj}^i = \begin{cases} 1, & \text{якщо на базі } i \text{ ціль } j \text{ включена в підмаршрут } l, \\ 0 & \text{в іншому разі,} \end{cases} \quad i = 1, \dots, b, \quad j = 1, \dots, n, \quad l \in \{1, \dots, n\}$ .

Тоді обмеження задачі можна подати так:

$$\sum_{i=1}^b x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$\sum_{l=1}^n u_{lj}^i = x_{ij}, \quad j = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, b, \quad (2)$$

$$\frac{S_{il}(X,U)}{v} \leq T, \quad i=1,\dots,b, l=1,\dots,n. \quad (3)$$

Тут  $S_{il}(X,U)$  – це довжина підмаршруту як результат розв'язування задачі комівояжера для підмаршруту  $l$  на базі  $i$ , якщо

$$\sum_{j=1}^n u_{lj}^i \neq 0, \quad l=1,\dots,n, \quad i=1,\dots,b, \quad (4)$$

або ж  $S_{il}(X,U) = 0$  якщо база  $A$  не задіяна, тобто вильоти з неї не передбачаються планом, що формується.

Цільова функція задачі визначається часом виконання місії, який складається із часів задіяння транспорту та дрона.

Зробимо припущення, яке природним чином виконується на практиці (особливо, якщо поповнення ресурсу дрона – це заміна акумулятора):  $\Theta < d(b_{i,i+1}) + d(b_{i+1,i+2})$ ,  $i \in \{1, \dots, b-2\}$ .

Наявність задіяної бази визначається нерівністю

$$\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^n u_{lj}^i \neq 0, \quad i=1,\dots,b. \quad (5)$$

Нехай  $I$  – максимальний номер задіяної бази при обраному розподілі цілей:

$$I = \max_{1 \leq i \leq b} \{i : \text{виконується умова (5)}\}. \quad (6)$$

Тоді час руху транспорту  $t_T$  із урахуванням можливої наявності незадіяних баз визначається так:

$$t_T = \sum_{i=1}^{I-1} t_{i,i+1}, \quad (7)$$

де

$$t_{i,i+1} = \begin{cases} \max\left\{\frac{d(b_i, b_{i+1})}{w}, \Theta\right\}, & \text{якщо для бази } i \text{ виконується нерівність (5),} \\ \frac{d(b_i, b_{i+1})}{w} & \text{– в іншому разі.} \end{cases} \quad (8)$$

Час  $t_A^i$  використання дрона на базі  $i$  обчислюватиметься тоді так:

$$t_A^i = \left(\sum_{l=1}^n \prod_{j=1}^n u_{lj}^i - 1\right)\Theta + \frac{S_{il}(X,U)}{v}. \quad (9)$$

Використовуючи зазначене, цільова функція задачі може бути подана так:

$$f(X,U) = \sum_{i=1}^{I_m} [t_{i,i+1} + \left(\sum_{l=1}^n \prod_{j=1}^n u_{lj}^i - 1\right)\Theta + \frac{S_{il}(X,U)}{v}]. \quad (10)$$

Рівняння (1) гарантує, що кожна ціль призначена на одну і тільки одну базу. Рівняння (2) визначає, що призначена на базу  $i$  ціль  $j$  включена в один із підмаршрутів  $l$  і не входить у підмаршрути на цій базі в іншому випадку. Нерівність (3) відображає обмеження на ресурс дрона. Рівняння (4) виділяє ті підмаршрути  $l$  на базі  $i$ , для яких розв'язується задача їх оптимізації. Умова, що база задіяна,

тобто їй приписана хоча б одна ціль, подана нерівністю (5). Співвідношення (6)–(9) подають детально принципи обчислення компонент цільової функції задачі, яка визначає час виконання місії.

Задача планування місії гібридної системи "Дрон+ТЗ" полягає у пошуку мінімуму функції (10) з урахуванням обмежень та позначень (1)–(9) і належить до класу задач комбінаторної оптимізації.

#### 4. Алгоритми розв'язування з використанням оптимізації мурашиними колоніями

Сформульована задача комбінаторної оптимізації належить до числа NP-складних, бо окремим випадком задач маршрутизації транспортних засобів, приналежність яких до цього класу складності доведено в [34]. Тому для її розв'язування доцільно застосовувати метаевристики, що відносяться до ройового інтелекту чи еволюційних обчислень [35–37].

Досвід розв'язування подібних задач маршрутизації свідчить, що раціонально розроблювати і застосовувати метаевристики, що базуються на оптимізації мурашиними колоніями із вбудованими алгоритмами покращення розв'язку.

Маршрут транспортного засобу, можливі точки запуску БПЛА (бази) та координати цілей задані в умовах кожної окремої задачі. Отриманий маршрут складається з циклічних фрагментів, що починаються і закінчуються у базах.

Для розв'язування поданої задачі було розроблено три алгоритми: жадібний, на базі методу оптимізації мурашиними колоніями (ОМК) та методу детермінованого локального пошуку (ДЛП). Зокрема, розв'язки, отримані за допомогою жадібного алгоритму використані як початкові наближення для методу ДЛП, а також для приблизної оцінки оптимальної вартості операції для корекції випаровування феромону у рамках спеціалізованого алгоритму на базі ОКМ. Також, алгоритм, що базується на ДЛП використовується для проміжного покращення результатів, що отримуються у ході роботи спеціалізованого алгоритму ОКМ.

Модель задачі подається у вигляді зваженого графа  $G(V, E)$ , де  $v_i \in V$ ,  $i = 1, \dots, n+k$  – вершини, що відповідають компонентам розв'язку;  $e_{ij} \in E$ ,  $e_{ij} = (v_i, v_j) \in V$  – ребра, які відповідають допустимим з'єднанням між відповідними вершинами (цільми).

Для кожного ребра визначена функція вартості з'єднання, що відповідає геодезичній відстані між вершинами, з'єднаними даним ребром.

На кожному кроці поданих алгоритмів для будь-якої вершини  $i \in V$  будується множина сусідніх вершин  $N_j$ .

Евристична інформація, позначена як  $\eta_{ij}$ , є числовим значенням, яке не залежить від результатів, отриманих на попередніх етапах розв'язку, і відображає ступінь бажаності включення ребра графа моделі, позначеного як  $e_{ij} \in E$ , до побудованого рішення. Ці евристичні значення ґрунтуються на апріорній інформації, що відображає умови конкретної задачі та надається джерелом, відмінним від мурах.

Рівень феромону, позначений як  $\tau_{ij}$ , асоціюється з кожним ребром  $e_{ij} \in E$ . Це додатне число, яке вказує на частоту використання цього ребра мураками на попередніх кроках або під час формування повного розв'язку. Феромонні сліди виконують функцію довготривалої пам'яті для мурах стосовно всього процесу пошуку.

Таким чином, ключовими елементами обчислювальної схеми, що використовується у мурашиних алгоритмах, є такі компоненти:

- модель поставленої задачі, яка подається у вигляді спеціального графу;
- значення феромонів, які відіграють важливу роль у визначенні шляхів та рішень;

- евристична інформація, яка впливає на процес прийняття рішень мурахами;
- пам'ять, яка поділяється на локальну і глобальну складові, і забезпечує збереження та обмін інформацією між мурахами.

Розроблений жадібний алгоритм (рис. 1) базується на схожій моделі, але не враховує евристичну інформацію та пам'ять, послуговуючись виключно інформацією про розташування вершин графу, а відтак відстанню між цілями та базами. Оскільки алгоритм є детермінованим, використання багатьох агентів не має сенсу, тож задіяно лише одного агента.

**procedure Greedy**

розмістити агента у початковій точці;  
 поки не відвідано всі цілі:  
     обчислити довжини допустимих шляхів до невідвіданих цілей;  
     вибрати найкоротший шлях;  
     якщо ресурс агента недостатній для відвідування цілі і повернення на базу:  
         перемістити агента на попередню базу;  
         перемістити агента у початкову точку;  
 інакше:  
     перемістити агента найкоротшим шляхом, позначити ціль як відвідану;

**end**

РИС. 1. Загальна обчислювальна схема жадібного алгоритму

Загальну обчислювальну схему алгоритмів ОМК (рис. 2) можна подати таким чином:

**procedure ACO**

ініціалізувати популяцію мурах у початковій точці;  
 отримати наближення розв'язку за допомогою жадібного алгоритму;  
 встановити параметри алгоритму (кількість мурах, швидкість випаровування феромонів і інші);  
 для кожної ітерації алгоритму:  
     поки не відвідано всі цілі:  
     для кожної мурахи:  
         якщо відсутні шляхи, після яких у мурахи вистачить ресурсу на повернення:  
             перемістити мурашу на попередню базу;  
             перемістити мурашу у початкову точку;  
         інакше:  
             обчислити шляхи на основі феромонів та евристичної інформації;  
             вибрати шлях на підставі імовірності, вага залежить від феромону та евристичної інформації;  
             перемістити мурашу вибраним шляхом, оновити феромони на ньому;  
     з фіксованою ймовірністю:  
         запустити ДЛП для можливого покращення результату;  
     оновити феромони на всіх шляхах відповідно до правила випаровування;  
     знайти та записати найкращий шлях;

**end**

РИС. 2. Загальна обчислювальна схема алгоритму ОМК



Розроблений спеціалізований ДЛП (рис. 3) базується на алгоритмі метода вектора спаду з використанням оператора 2-орт замін та здійснюється для кожного отриманого фрагменту маршруту БПЛА від вильоту з бази до наступного повернення до неї. Тобто, оптимізація відбувається тільки для фрагментів шляху БПЛА, що починаються з бази, закінчуються тою самою базою, а між ними містять виключно цілі.

**procedure** Execute\_LS

для кожного підмаршруту (між вильотом та прильотом з/у депо):

точка ініціалізації;

для кожної цілі у підмаршруті  $i$ :

для кожної цілі  $j$  у підмаршруті після  $i$ :

обрати фрагмент маршруту між базою та  $i$ ;

обрати обернений фрагмент маршруту між  $i$  та  $j$ ;

обрати фрагмент маршруту між  $j$  та базою;

якщо обраний маршрут коротший за початковий:

взяти обраний як початковий

перейти у точку ініціалізації;

**end**

РИС. 3. Загальна схема модифікації отриманих ОМК результатів

На початку роботи алгоритму усі наявні БПЛА розміщуються в точці, яку можна назвати "нульовою базою". Повернення до вихідної точки і безпосереднє пересування від неї до цілей заборонено. Усі ребра, які виходять з вихідної точки, мають нульову довжину:  $d_{st} = 0, s \in D, t \in B$ .

Переміщення з нульової бази до цілі складається з двох кроків: спершу переміщення до найближчої початкової бази (яке має нульову довжину), а потім переміщення з цієї бази до цілі. Таким чином, довжина переміщення обчислюється згідно формулі:  $d_{st} = \min\{d_{kt}\}$ ,  $s \in D, t \in N, k \in B$ .

Початкове розміщення БПЛА входить до складу отриманого розв'язку, оскільки оптимізація перельотів між нульовою базою та цільовою точкою, включаючи вибір початкового розміщення кожного БПЛА, є частиною загального алгоритму на поданому графі задачі.

У рамках жадібного алгоритму та алгоритму ОМК кожна мураха, що вибирає наступну вершину графа задачі, робить її недоступною для подальшого відвідування після переходу. Розроблений алгоритм ОМК є макс-мін алгоритмом з покроковою побудовою розв'язку.

### 5. Дослідження запропонованих алгоритмів

Для оцінки застосовності запропонованого підходу до планування операції гібридної системи «Дрон+ТЗ» проведено обчислювальний експеримент із розв'язування низки задач, сформованих на базі використання даних по задачам комівояжера із відомої бібліотеки TSPLIB, деякі із точок в яких вибиралися як точки зльоту та посадки на маршруті ТЗ.

Три з поданих задач було сформовано на реальних геоданих, а чотири – шляхом використання відомих задач із бібліотеки TSPLIB:

- задача 1 з 48 цілями та 4 базами, топологічно базується на задачі berlin52 з TSPLIB;
- задача 2 з 15 цілями та 5 базами;
- задача 3 з 24 цілями та 5 базами;
- задача 4 з 19 цілями та 3 базами;
- задача 5 з 12 цілями та 3 базами;
- задача 6 з 11 цілями та 3 базами, топологічно базується на задачі burma14 з TSPLIB;

- задача 7 з 15 цілями та 4 базами;
- задача 8 з 18 цілями та 4 базами;
- задача 9 з 36 цілями та 6 базами, топологічно базується на задачі danzig42 з TSPLIB;
- задача 10 з 19 цілями та 3 базами, топологічно базується на задачі ulysses22 з TSPLIB.

Для кожної задачі було виконано автоматичне налаштування параметрів мурашиного алгоритму шляхом формування спеціальної задачі оптимізації. З кожним набором параметрів виконано 3 запуски з різними ініціалізаторами генератора псевдовипадкових чисел. Час роботи алгоритму в усіх запусках для підбору параметрів обмежено 20 с.

Обчислення проводилися на ПК з такими параметрами:

- Macbook Pro 16-inch 2019;
- Processor: 2,6 GHz 6-Core Intel Core i7;
- Graphic:
  - AMD Radeon Pro 5300M 4 GB;
  - Intel UHD Graphics 630 1536 MB;
- RAM: 16 GB 2667 MHz DDR4;
- Mac OS: 13.2.1 (22D68).

Параметри алгоритму ОМК  $\rho$ ,  $\alpha$  та  $\beta$  визначалися як такі, що відповідають найкращому розв'язку, отриманому на етапі автоматичного налаштування параметрів. Для обчислювального експерименту запас ходу БПЛА встановлено як 300 км. Результати експерименту наведено у табл. 2.

ТАБЛИЦЯ 2. Результати експерименту

Номер задачі	$n$	$b$	$S_{rec}$ , км	$S_{loc}$ , км
1	52	4	201.15	208.68
2	20	5	308.41	341.86
3	29	5	209.99	244.96
4	22	3	322.93	326.63
5	15	3	321.24	321.24
6	14	3	91.03	104.65
7	19	4	176.37	196.49
8	22	4	135.88	149.03
9	42	6	156.84	196.92
10	22	3	476.31	486.48

Тут  $S_{rec}$  – сумарна довжина перельотів кожного БПЛА, що відповідає найкращому знайденому плану операції,  $S_{loc}$  – сумарна довжина перельотів кожного БПЛА, що відповідає плану операції, отриманого за допомогою комбінації ДЛП та жадібного алгоритму,  $n$  – розмірність задачі (кількість цілей та баз),  $b$  – кількість точок вильоту та посадки (баз).

Поданий на рис. 4 план відповідає задачі 2.

За обмеження ресурсу БПЛА у 300 км для відвідування усіх цілей достатньо використання двох баз та одного циклу на кожній. Для експерименту зменшимо ресурс до 170 км – результат візуалізовано на рис. 5.

У цьому випадку БПЛА робить чотири підцикли з двох баз, оскільки обмеження запасу ходу не дозволяє відвідати всі цілі у рамках двох підциклів, як на рис. 4. Загальна довжина перельотів при цьому зростає до 397.56 км.

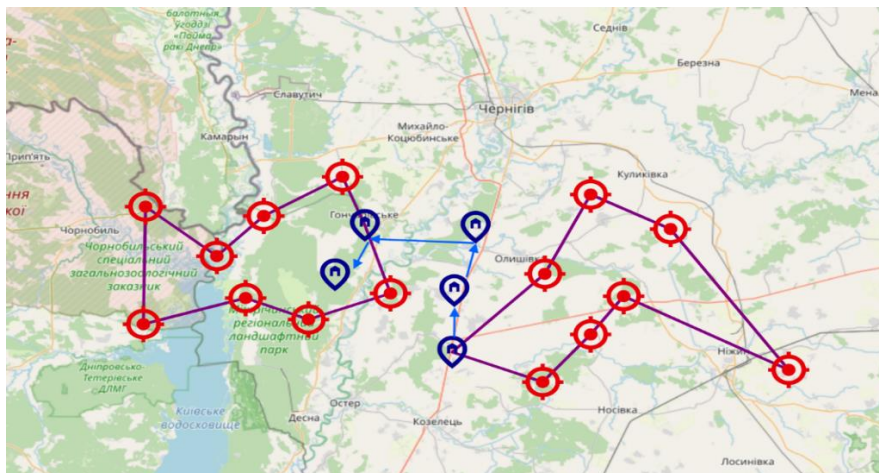


РИС. 4. Візуалізація отриманого плану операції по задачі 2

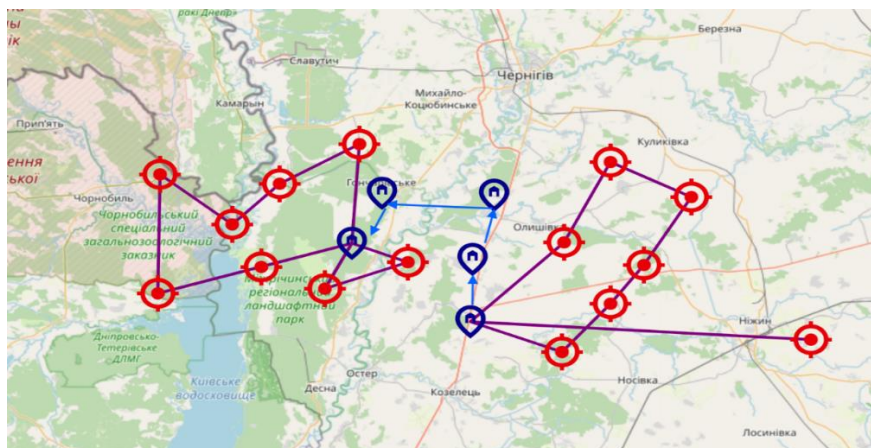


РИС. 5. Візуалізація отриманого плану операції зі зменшеним ресурсом

**Висновки.** Пропонований підхід дозволив однією агрегованою математичною моделлю охопити декілька етапів планування місії гібридної системи "Дрон+ТЗ". Розроблена математична модель дозволяє охоплювати і проблему вибору напрямку подальшого руху транспорту, що знаходиться у певному місці, у залежності від аналізу результатів обстеження заданих цілей, у яких можуть знаходитися об'єкти для обстеження чи обслуговування.

Для розв'язування сформульованої задачі комбінаторної оптимізації розроблено алгоритми жадібного типу, детермінованого локального пошуку та ОМК. Результати обчислювального експерименту продемонстрували перевагу алгоритму ОМК над комбінованим алгоритмом "жадібний алгоритм+детермінований локальний пошук".

Алгоритм ОМК дозволяє розв'язувати задачі підвищеної розмірності за прийнятний час – 20 сек. на ноутбуку із середніми показниками продуктивності.

Важливим подальшим напрямом досліджень є розробка і застосування моделей та алгоритмів маршрутизації, які враховують наявні на місцевості перешкоди. Ці перешкоди можуть бути апроксимовані геометричними фігурами, тому для розв'язування можуть використовуватися гібридні алгоритми із залученням методів Евклідової оптимізації [38].

Зі стрімким розвитком логістики із залученням дронів виникають нові проблеми, які для свого вирішення вимагають врахування додаткових умов використання дронів. Розроблений математичний апарат дозволяє переходити до розгляду задач, у яких місця базування на маршруті транспорту не задаються, а визначаються у залежності від конфігурації цілей, як, наприклад, у [17].

Запропонований математичний апарат може бути розвинений у напрямі планування місії гібридних систем з декількома дронами, що проводить до постановок, близьких до задач з альтернативними базами [28, 32].

#### Список літератури

1. Thibbotuwawa A., Wocewicz G., Nielsen P., Banaszak, Z. Unmanned aerial vehicle routing problems: a literature review. *Applied sciences*. 2020. **10** (13). 4504. <https://doi.org/10.3390/app10134504>
2. Macrina G., Di Puglia Pugliese L., Guerriero F, Laporte G. Drone-aided routing: A literature review. *Transportation Research Part C*. 2020. **120**. 102762 <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.102762>
3. Huang S.H., Huang Y.H., Blazquez C.A., Chen C.Y. Solving the vehicle routing problem with drone for delivery services using an ant colony optimization algorithm. *Advanced Engineering Informatics*. 2022. **51**. 101536. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2022.101536>
4. Abubakar A.I., Mollé M.S., Onireti O., Ozturk M., Ahmad I., Asad S.M., ..., Imran M.A. Coverage and throughput analysis of an energy efficient UAV base station positioning scheme. *Computer Networks*. 2023. **232**. 109854. <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2023.109854>
5. Liu X., Jing T., Hou L. An FW–GA Hybrid Algorithm Combined with Clustering for UAV Forest Fire Reconnaissance Task Assignment. *Mathematics*. 2023. **11** (10). 2400. <https://doi.org/10.3390/math11102400>
6. Li J., Zhao H., Wang H., Gu F., Wei J., Yin H., Ren B. Joint Optimization on Trajectory, Altitude, Velocity, and Link Scheduling for Minimum Mission Time in UAV-Aided Data Collection. *IEEE Internet Things J*. 2020. **7**. P. 1464–1475. <https://doi.org/10.1109/JIOT.2019.2955732>
7. Li J., Xiong Y., She J. UAV path planning for target coverage task in dynamic environment. *IEEE Internet of Things Journal*. 2023. <https://doi.org/10.1109/JIOT.2023.3277850>
8. Kliushnikov I., Fesenko H., Kharchenko V., Iliashenko O., Morozova O. UAV fleet based accident monitoring systems with automatic battery replacement systems: Algorithms for justifying composition and use planning. *International Journal of Safety and Security Engineering*. 2021. **11** (4). P. 319–328. <https://doi.org/10.18280/ijss.110404>
9. Rakhmetullina S., Zhomartkyzy G., Krak I., Kamelova A. Development of an Algorithm for Solving an Asymmetric Routing Problem Based on the Ant Colony Method. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2023. **59**. P. 526–534. <https://doi.org/10.1007/s10559-023-00588-w>
10. Ahn N., Kim S. Optimal and heuristic algorithms for the multi-objective vehicle routing problem with drones for military surveillance operations. *Journal of Industrial and Management Optimization*. 2022. **18** (3). P. 1651–1663. <https://doi.org/10.3934/jimo.2021037>
11. Golden B., Wang X., Wasil E. The Evolution of the Vehicle Routing Problem – A Survey of VRP Research and Practice from 2005 to 2022. The Evolution of the Vehicle Routing Problem. *Synthesis Lectures on Operations Research and Applications*, Springer, Cham. 2023. P. 1–64. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-18716-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-031-18716-2_1)
12. Murray C.C., Chu A.G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2015. **54**. P. 86–109. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.03.005>
13. Gonzalez-R P.L., Canca D., Andrade-Pineda J.L., Calle M., Leon-Blanco J.M. Truck-drone team logistics: A heuristic approach to multi-drop route planning. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2020. **114**. P. 657–680. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.02.030>
14. Zhang S., Liu S., Xu W., Wang W. A novel multi-objective optimization model for the vehicle routing problem with drone delivery and dynamic flight endurance. *Computers & Industrial Engineering*. 2022. **173**. 108679. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108679>
15. Yurek E.E., Ozmutlu H.C. Traveling salesman problem with drone under recharging policy. *Computer Communications*. 2021. **179**. P. 35–49. <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2021.07.013>
16. Meng S., Guo X., Li D., Liu G. The multi-visit drone routing problem for pickup and delivery services. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2023. **169**. 102990. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2022.102990>
17. Poikonen S., Golden B. The mothership and drone routing problem. *INFORMS Journal on Computing*. 2020. **32** (2). P. 249–262. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2018.0879>

18. Murray C.C., Raj R. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2020. **110**. P. 368–398. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.11.003>
19. Leon-Blanco J. M., Gonzalez-R P. L., Andrade-Pineda J. L., Canca D., Calle M. A multi-agent approach to the truck multi-drone routing problem. *Expert Systems with Applications*. 2022. **195**. 116604. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.116604>
20. Poikonen S., Golden B., Poikonen S., Golden B. Multi-visit drone routing problem. *Computers & Operations Research*. 2020. **113**. 104802. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104802>
21. Vilorio R.D., Solano-Charris E.L., Muñoz-Villamizar A., Montoya-Torres J.R. Unmanned aerial vehicles/drones in vehicle routing problems: a literature review. *Int. Transactions in Operational Research*. 2021. **28** (4). P. 1626–1657. <http://dx.doi.org/10.1111/itor.12783>
22. Luo Z., Poon M., Zhang Z., Liu Z., Lim A. The multi-visit traveling salesman problem with multi-drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2021. **128**. 103172. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2021.103172>
23. Morandi N., Leus R., Matuschke J., Yaman H. The Traveling Salesman Problem with Drones: The Benefits of Retraversing the Arcs. *Transportation Science*. 2023. **57** (5). P. 1340–1358. <https://doi.org/10.1287/trsc.2022.0230>
24. Tamke F., Buscher U. The vehicle routing problem with drones and drone speed selection. *Computers & Operations Research*. 2023. **152**. 106112. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.106112>
25. Cengiz E., Yilmaz C., Kahraman H., Suiçmez Ç. Effects of Variable UAV Speed on Optimization of Travelling Salesman Problem with Drone (TSP-D). In: Smart Applications with Advanced Machine Learning and Human-Centred Problem Design. ICAIAME 2021. Engineering Cyber-Physical Systems and Critical Infrastructures. Springer, Cham. 2023. **1**. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-09753-9\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-031-09753-9_23)
26. Jeong H.Y., Lee S. Collaborative Hybrid Delivery System: Drone Routing Problem Assisted by Truck. In: Dolgui, A., Bernard, A., Lemoine, D., von Cieminski, G., Romero, D. (eds) Advances in Production Management Systems. Artificial Intelligence for Sustainable and Resilient Production Systems. APMS 2021. IFIP Advances in Information and Communication Technology. Springer, Cham. 2021. **632**. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-85906-0\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-85906-0_4)
27. Jeong H.Y., Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. **227**. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
28. Horbulin V.P., Huliannytsky L.F., Sergienko I.V. Optimization of UAV Team Routes in the Presence of Alternative and Dynamic Depots. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. **56** (2). P. 195–203. <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00235-8>
29. Wang Z., Sheu J.B. Vehicle routing problem with drones. *Transportation research part B: methodological*. 2019. **122**. P. 350–364. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2019.03.005>
30. Chung S.H., Sah B., Lee J. Optimization for Drone and Drone-truck Combined Operations: A Review of the State of the Art and Future Directions. *Computers and Operations Research*. 2020. **123**. 105004. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105004>
31. Moshref-Javadi, M., Winkenbach M. Applications and Research avenues for drone-based models in logistics: A classification and review. *Expert Systems with Applications*. 2021. **177**. 114854. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.114854>
32. Гуляницький Л.Ф., Рибальченко О.В. Формалізація проблеми оптимізації місць базування та маршрутів групи БПЛА. *Cybernetics and Computer Technologies*. 2021. 4. С. 12–26. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.21.4.2>
33. Loehr N.A. Combinatorics. Discrete Mathematics and its Applications (2nd Edition). N.Y: Chapman and Hall/CRC, 2017. 642 p.
34. Lenstra J.K., Kan A.R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*. 1981. **11** (2). P. 221–227. <https://doi.org/10.1002/net.3230110211>
35. Handbook of Metaheuristics. Third Edition (Gendreau V., Potvin J.-Y., eds). Cham: Springer, 2019. 604 p.
36. Гуляницький Л.Ф., Мулеса О.Ю. Прикладні методи комбінаторної оптимізації. К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2016. 142 с.
37. Snytyuk V.Y., Suprun O.O. Evolutionary techniques for complex objects clustering. IEEE 4th International Conference Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments (APUAVD), October 17-19, 2017, Kyiv, Ukraine. P. 270–273. <https://doi.org/10.1109/APUAVD.2017.83088>
38. Stoyan, Y.G., Yakovlev S.V. Theory and Methods of Euclidian Combinatorial Optimization: Current Status and Prospects. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. **56** (3). P. 366–379. <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00253-6>

Одержано 15.09.2023

**Гуляницький Леонід Федорович,**  
доктор технічних наук, завідувач відділом  
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,  
<https://orcid.org/0000-0002-1379-4132>  
[leonhul.icyb@gmail.com](mailto:leonhul.icyb@gmail.com)

**Рибальченко Олег Віталійович,**  
аспірант Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ.  
<https://orcid.org/0000-0002-5716-030x>  
[rv.oleg.ua@gmail.com](mailto:rv.oleg.ua@gmail.com)

УДК 519.8

Л.Ф. Гуляницький\*, О.В. Рибальченко

## Оптимізація маршрутів при плануванні місій гібридних транспортних систем "Дрон+Транспортний засіб"

*Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ*

\* Листування: [leonhul.icyb@gmail.com](mailto:leonhul.icyb@gmail.com)

**Вступ.** В контексті сучасних технологій та широкого застосування безпілотних літальних апаратів (БпЛА) у різних сферах діяльності, дослідження оптимізації планування їх місій набуває актуальності. Це зокрема стосується гібридних систем, де дрони інтегровані із наземним транспортом ("Дрон+Транспортний засіб").

У статті розглянуто аспекти оптимізації маршрутів місій дрона, який може бути транспортований спеціалізованим транспортним засобом, виконуючи місії розвідування чи обслуговування представлених цілей. Розроблено математичну модель, що дозволяє інтегрувати різні етапи планування, включаючи визначення можливого напрямку руху транспортного засобу на основі даних, отриманих під час виконання місії дроном.

**Мета роботи** – розроблення і застосування математичних та програмно-алгоритмічних засобів, зокрема, на основі ідей ройового інтелекту, в плануванні операцій при обстеженні або обслуговуванні заданої множини об'єктів з використанням гібридних систем "Дрон+ Транспортний засіб".

**Результати.** Сформовано математичну модель проблеми маршрутизації гібридних систем типу "Дрон+ТЗ". Запропоновані, реалізовані та проаналізовані алгоритми жадібного типу, детермінованого локального пошуку та оптимізації мурашиними колоніями (ОМК) для розв'язування задачі. Проведено обчислювальний експеримент, який показав переваги алгоритму Омк з точки швидкодії та ефективності, навіть для задач підвищеної розмірності.

**Висновки.** Пропонований підхід дозволив охопити декілька етапів планування місій гібридної системи "Дрон+ТЗ" агрегованою математичною моделлю. Розроблена математична модель дозволяє охоплювати і проблему вибору напрямку подальшого руху транспорту, що знаходиться у певному місці, у залежності від аналізу результатів обстеження заданих цілей, у яких можуть знаходитися об'єкти для обстеження чи обслуговування. Для розв'язування сформульованої задачі комбінаторної оптимізації розроблено алгоритми жадібного типу, детермінованого локального пошуку та Омк. Результати обчислювального експерименту продемонстрували перевагу алгоритму Омк над комбінованим алгоритмом "жадібний алгоритм +детермінований локальний пошук".

Важливим подальшим напрямом досліджень є розробка і застосування моделей та алгоритмів маршрутизації, які враховують наявні на місцевості перешкоди. Розроблений математичний апарат дозволяє переходити до розгляду задач, у яких місця базування на маршруті транспорту не задаються, а визначаються у залежності від конфігурації цілей.

**Ключові слова:** безпілотні літальні апарати, гібридні системи, планування місій, оптимізація маршрутів, математичне моделювання, оптимізація мурашиними колоніями, логістика.

MSC 90C27, 68Q12

Leonid Huliannytskyi \*, Oleg Rybalchenko

## Route Optimization in Mission Planning for Hybrid DRONE+VEHICLE Transport Systems

*V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv*

\* Correspondence: [leonhul.icyb@gmail.com](mailto:leonhul.icyb@gmail.com)

**Introduction.** In the context of modern technologies and the widespread use of unmanned aerial vehicles (UAVs) in various fields of activity, the study of optimizing their mission planning becomes increasingly relevant. This is particularly true for hybrid systems where UAVs are integrated with ground transportation ("Drone+Vehicle").

The article deals with the aspects of optimizing the mission routes of a drone that can be transported by a specialized vehicle, performing reconnaissance or maintenance missions for the presented targets. A mathematical model has been developed that allows integrating various planning stages, including determining the direction of the vehicle based on the data obtained during the drone's mission.

**The purpose of the paper is** development and application of mathematical and software-algorithmic tools, in particular, based on the ideas of swarm intelligence, in planning operations for the inspection or maintenance of a given set of objects using hybrid systems "Drone+Vehicle".

**Results.** A mathematical model of the problem of routing hybrid systems of the "Drone+Vehicle" type has been formed. Greedy type algorithms, deterministic local search and ant colony optimization (ACO) to solve the problem are proposed, implemented and analyzed. A computational experiment has been conducted to demonstrate the advantages of the AMC algorithm in terms of speed and efficiency, even for problems of high dimensionality.

**Conclusions.** The proposed approach allows to cover several stages of planning the mission of a hybrid "Drone+Vehicle" system with an aggregated mathematical model. The developed mathematical model also covers the problem of choosing the direction of further movement of a vehicle located in a certain place, depending on the analysis of the results of the inspection of specified targets that may contain objects for inspection or maintenance. To solve the formulated combinatorial optimization problem, greedy type, deterministic local search, and OMC algorithms have been developed. The results of the computational experiment demonstrate the superiority of the OMC algorithm over the combined "greedy + deterministic local search" algorithm.

An important future direction of research is the development and application of routing models and algorithms that take into account the obstacles present on the ground. The developed mathematical apparatus allows to move on to consider problems in which the locations of the vehicle's base on the route are not specified but are determined depending on the configuration of the targets.

**Keywords:** unmanned aerial vehicles, hybrid systems, mission planning, route optimization, mathematical modeling, ant colony optimization, logistics.