

КІБЕРНЕТИКА та КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Розроблено алгоритм побудови локальної системи позиціонування групи рухомих роботизованих систем (PPC) з метою забезпечення стабільної конфігурації групи за відсутності доступу до глобальних супутникових або стільникових систем навігації під час виконання завдань у двовимірних просторах. Запропонований алгоритм – це основа для побудови програмних додатків керування малою групою PPC штучним інтелектом або одним оператором та дозволяє уникнути зіткнень між ними. Для двовимірного простору розроблено метод, що базується на побудові базового трикутника та використанні методу дискретної нелінійної оптимізації для визначення координат інших PPC. Результати симуляції підтвердили ефективність розробленого алгоритму для груп, що складаються з трьох PPC.

Ключові слова: група роботів, локальне позиціонування, нелінійна дискретна оптимізація.

© В.Ю. Корольов, М.І. Огурцов,
О.М. Ходзінський, 2025

УДК 519.7:629.7

DOI:10.34229/2707-451X.25.2.1

В.Ю. КОРОЛЬОВ, М.І. ОГУРЦОВ, О.М. ХОДЗІНСЬКИЙ

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ ЛОКАЛЬНОГО ПОЗИЦІОНУВАННЯ РОБОТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Вступ. Щороку використання рухомих роботизованих систем (PPC) стає дедалі поширенішим. Водночас акцент поступово зміщується з окремих PPC на колективи, керовані штучним інтелектом. До таких завдань відносять переміщення товарів на автоматизованих складах, обробка, зрошення і обстеження сільськогосподарських угідь та ін.

PPC у різних технологічних сферах вимагають стійких до дії різноманітних перешкод алгоритмів локального позиціонування.

Звичайні методи локального позиціонування, такі як засновані на стандартах 802.11 або 802.15.4, стільникових мережах або GNSS, стикаються зі значними проблемами у складних електромагнітних середовищах. Перевантаження радіочастотного спектра та багатопроменеве поширення погіршують продуктивність радіотехнічних методів, тоді як радіофізичні властивості GNSS-сигналу обмежують їх ефективність у міських районах, закритих складських приміщеннях, а у сучасних міжнародних умовах ці сигнали можуть навмисно заглушуватись з різних причин.

Мета роботи – розробка алгоритму для побудови системи локального позиціонування малої групи PPC з метою навігації у реальному масштабі часу у двовимірному просторі. При цьому вважається, що групою керує штучний інтелект (ШІ) незалежно від кількості елементів групи. Додатковим обмеженням розробленого алгоритму є запобігання можливим зіткненням PPC під час поворотів.

Аналіз попередніх досліджень. В існуючих наукових роботах, присвячених вирішенню даної проблеми [1–8], слід виділити підходи, засновані на використанні парадигми Інтернету речей та інструментів штучного інтелекту [5]. Хоча ці підходи є ресурсоемними та вимагають значних обчислювальних потужностей, що обмежує їх можливе застосування. Використання паралельних генетичних алгоритмів та інших методів комбінаторної оптимізації [7] також є перспективним, хоча автори зазначають, що

вирішення даної проблеми у деяких випадках можливе без використання подібних методів, більш простим способом.

Інший підхід – попереднє планування маршрутів групи РРС [8], але це значно звужує сферу застосування груп, заснованих на цьому підході. Найпопулярніший варіант це використання алгоритмів оптимізації групи частинок [7–9], хоча цей метод також досить обчислювально складний. Зазвичай у подібних роботах [10–17] не розглядається варіант з розробкою системи локального взаємного позиціонування елементів групи, що представлений у цій роботі.

Основна частина

Спочатку розглянемо спрощену двовимірну постановку задачі [10], яка застосовується, коли група рухається приблизно на однаковій висоті, а різницею висот можна знехтувати. Цей підхід є доречним для групи наземних дистанційно керованих роботів, що комунікують у зоні прямого поширення радіохвиль. У роботі розглядаються однорідні елементи групи, хоча з додатковими параметрами та обмеженнями можна використовувати неоднорідні РРС.

Отже, маємо набір РРС, які мають сформувати групу. У цій роботі розглядається група з трьох РРС. Кожен РРС оснащений набором датчиків (GPS, компас, акселерометр, альтиметр), що дозволяють визначити взаємне положення та сформувати й підтримувати цілісність групи. Завдання полягає у досягненні бажаної відстані між елементами групи за мінімальний час і подальшому підтриманні цієї конфігурації з мінімальними витратами ресурсу руху всіх елементів групи. Алгоритм має функціонувати ітеративно, з частотою повторення не рідше ніж раз на кілька секунд, щоб враховувати можливі зміни у взаємному положенні елементів групи.

Конфігурація, яку повинна сформувати група [9], має забезпечувати рівні відстані між сусідніми елементами, тобто три РРС сформують рівносторонній трикутник, чотири – квадрат, і так далі.

Постановка задачі

Нехай маємо набір з трьох РРС (об'єктів), розташованих у тривимірному просторі, координати яких проєктуємо на горизонтальну площину (X, Y) у двовимірному просторі. Відомі приблизні реальні координати цих об'єктів у абсолютній географічній системі координат, які отримані з інерційної системи навігації РРС. Ці навігаційні дані містять похибки, які накопичуються з часом руху. Відстані між об'єктами можуть бути виміряні з похибкою до 1–5 м, а кути між ними оцінюються з похибкою до 10–15 градусів, які вимірюються відносно горизонтальної осі кожного РРС. Далі під координатами об'єкту будемо розуміти локальні координати, які відновлюються за даними датчиками, які працюють на різних фізичних принципах, радарів та інерційної системи навігації РРС, а також позиціонуванням на основі розпізнавання маркерів місцевості за оптичним потоком з відеокамери РРС.

Задача полягає у тому, щоб відновити координати цих об'єктів, мінімізуючи помилки між виміряними і справжніми значеннями відстаней та кутів. При цьому необхідно враховувати деякі обмеження, щоб запобігти віддзеркаленню або непотрібному повороту координат. Точки A і B мають бути зафіксовані у певних положеннях: точка A має залишатися на координатах $(0, 0)$, а точка B на осі X . Це досягається за допомогою інерційної системи навігації та бортових радарів РРС. За потреби локальна система координат може бути прив'язана до глобальної на основі методів перетворення координат.

Постановка задачі оптимізації.

Нехай маємо три об'єкти з початковими координатами p_1, p_2, p_3 , де кожна точка є вектором у двовимірному просторі, тобто $p_i = (x_i, y_i)$. Завдання полягає у тому, щоб знайти оптимальні коор-

динати p_i^* , що мінімізують відхилення між виміряними і справжніми значеннями відстаней та кутів, при цьому дотримуючись деяких обмежень.

Оптимізаційна цільова функція:

Потрібно мінімізувати помилки у вимірюванні відстаней та кутів:

$$\begin{aligned} objective(p_1, p_2, p_3) = & \sum_{i < j} (distance(i, j) - measured_distance(i, j))^2 + \dots \\ & \dots + \sum_{i < j} (angle(i, j) - measured_angle(i, j))^2. \end{aligned}$$

де

$distance(i, j)$ – відстань між точками i та j ;

$angle(i, j)$ – кут між точками i та j ;

$measured_distance(i, j)$ та $measured_angle(i, j)$ – відповідно виміряні відстані та кути.

Обмеження:

1. Фіксація точки A : точка A має залишатися на координатах $(0, 0)$: $p_1 = (0, 0)$.
2. Фіксація точки B на осі X : точка B має розташовуватися вздовж осі X , тобто її y -координата має дорівнювати 0: $y_2 = 0$.
3. Мінімальні відстані між точками: має бути забезпечена мінімальна відстань не менша за 10 метрів: $distance(i, j) \geq 10, \forall i, j$.

Математична модель

Нехай $p_i = (x_i, y_i)$ – координати кожного з трьох об'єктів, де $i = 1, 2, 3$.

Завдання можна описати такими рівняннями:

1. Цільова функція:

$$f(p_1, p_2, p_3) = \sum_{i < j} (\|p_i - p_j\| - d_{i,j})^2 + \sum_{i < j} (\theta_{ij} - \theta_{ij}^m)^2,$$

де

d_{ij} – справжні відстані між точками i та j ;

θ_{ij} – справжні кути між точками i та j ;

θ_{ij}^m – виміряні кути між точками i та j .

2. Обмеження:

$p_1 = (0, 0)$ (точка A фіксована);

$y_2 = 0$ (точка B розташована на осі X);

відстань між точками p_i, p_j не менше $\|p_i - p_j\| \geq 1$ метра.

Алгоритм оптимізації

Оптимізаційна задача розв'язується методом SLSQP (Sequential Least Squares Quadratic Programming), що підходить для вирішення задач з нелінійними обмеженнями. Алгоритм мінімізує комбіновану цільову функцію з урахуванням зазначених обмежень, забезпечуючи точне відновлення координат. Цей підхід дозволяє оптимізувати координати трьох об'єктів, мінімізуючи похибки відстаней та кутів з урахуванням фізичних обмежень, таких як фіксація координат певних

точок і забезпечення мінімальної відстані між об'єктами. Далі описано основні аспекти цього методу, а також реалізацію обмежень, штрафів і похибок обчислень у програмі.

Метод розв'язування: SLSQP

SLSQP – це чисельний метод оптимізації, який розв'язує задачі з:

1. Нелінійною цільовою функцією.
2. Нелінійними рівняннями та нерівностями як обмеженнями.
3. Рівняннями або нерівностями лінійного типу.

Алгоритм використовує ітеративний підхід: на кожній ітерації він лінеаризує обмеження і квадратичну апроксимацію цільової функції, поступово наближаючись до мінімуму.

Штрафи за порушення обмежень реалізовано через використання SLSQP, який обробляє нерівності як явні обмеження. Таким чином, метод намагається знаходити рішення, що відповідають умовам, без явного додавання штрафів до цільової функції.

Переваги підходу

- Гнучкість: Метод дозволяє комбінувати різні типи похибок (відстані та кути).
- Урахування обмежень: SLSQP обробляє обмеження на відстань між об'єктами автоматично.
- Швидкість: Метод працює ітеративно, знаходячи розв'язок за обмежену кількість кроків.

Обмеження підходу

1. Локальні мінімуми: метод може знайти локальний, а не глобальний мінімум, якщо початкові координати (наближення) далекі від істини.
2. Чутливість до шуму: занадто великі похибки в даних можуть спричинити значні відхилення у відновлених координатах.
3. Кількість об'єктів: для більшої кількості об'єктів зростає складність обчислень та вимог до точності.

Резюме. Метод SLSQP із цільовою функцією, що мінімізує сумарну похибку у відстанях і кутах, забезпечує точне відновлення координат у задачах подібного типу. Обмеження на мінімальну відстань між об'єктами дозволяють уникнути накладання точок і фізично недопустимих розв'язків.

Описана вище математична модель описує задачу у вигляді задачі нелінійного програмування, яку можна розв'язати за допомогою чисельних методів, представлених у бібліотеці `scipy.optimize.minimize`. У поданих далі результатах симуляції для розв'язування задачі оптимізації було використано метод SLSQP (Sequential Least Squares Programming), який є популярним для задач із обмеженнями.

На графіках (рис. 1):

1. Лівий графік: показує істинні координати об'єктів (зелені точки) та наближені координати з шумом (сині точки). Це дані до оптимізації.
2. Правий графік: демонструє оптимізовані координати (червоні точки) порівняно з істинними координатами (зелені точки).

Результати оптимізації показують, що метод дозволяє відновити координати об'єктів з точністю приблизно 10 % навіть за наявності шуму у вимірюваннях відстаней і кутів.

Крім фіксації однієї точки у початку координат і другої на горизонтальній осі, існує кілька інших підходів, які дозволяють уникнути симетричного відображення та перемішування ідентифікаторів точок при відновленні їх координат. Основні підходи перелічені далі:

1. Фіксація базового трикутника (Rigid Base Triangle)

1. Вибирається три точки з множини, які утворюють базовий трикутник. Їх положення фіксується:

а) перша точка фіксується у $(0,0)$;

б) друга точка фіксується на осі $X(d, 0)$, де d – відома відстань між першою і другою точками;

с) третя точка розміщується у верхній півплощині (щоб уникнути відображення) так, щоб зберігалася геометрія трикутника (за відомими сторонами).

2. Усі інші точки визначаються відносно базового трикутника.

Переваги:

1. Підходить для даних з обмеженими відстанями.
2. Уникнення невизначеностей у порядку точок.

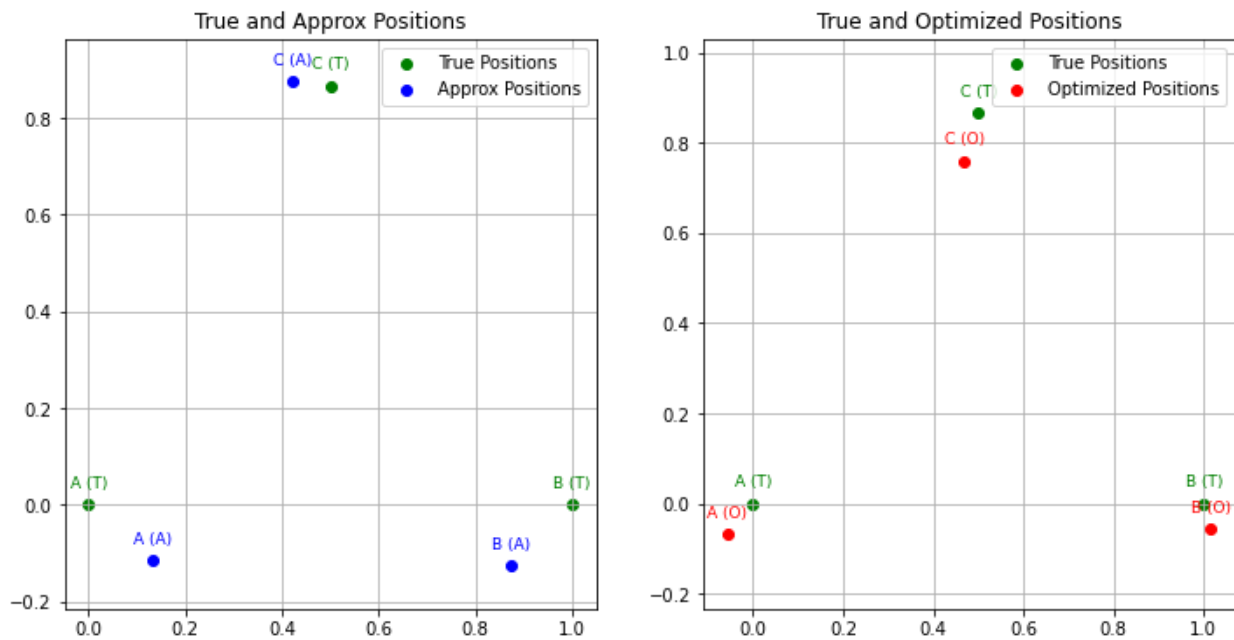


РИС. 1. Результати симуляції процесів отримання і відновлення координат за відстанями між об'єктами

2. Використання кутів (Orientation Constraints)

1. Додаються умови, що визначають порядок точок за орієнтацією, наприклад, кут між трьома вибраними точками має залишатися гострим або тупим.

2. Використовується додатковий критерій орієнтації (правило лівої чи правої руки), щоб уникнути перевороту.

Приклад:

Якщо точки A, B, C утворюють трикутник, можна фіксувати знак векторного добутку $(\mathbf{B} - \mathbf{A}) \times (\mathbf{C} - \mathbf{A})$ для збереження орієнтації.

3. Прив'язка до довільного орієнтиру

1. Якщо координати однієї чи кількох точок відомі з високою точністю, їх використовують як фіксовані орієнтири (так звані *anchor points*).

2. Усі інші точки визначаються відносно цих орієнтирів.

Приклад:

Точка A фіксується у $(0, 0)$, а точка B залишається там, де її координати відомі або оцінені.

4. Забезпечення унікальності шляхом уникнення симетрії (Symmetry Breaking)

1. У симетричних розташуваннях додається обмеження, що одна з точок має завжди залишатися вище чи правіше іншої.

2. Наприклад, якщо координати точок (x_1, y_1) та (x_2, y_2) симетричні, можна нав'язати умову:

$$x_1 \leq x_2 \text{ або } y_1 \leq y_2.$$

5. Мінімізація додаткового критерію симетрії

1. У функцію вартості оптимізації додається критерій, який порівнює топологію відновленого набору точок з ідеальною конфігурацією (наприклад, найменша відстань між точками після трансформації).

2. Цей критерій включає:

а) перевірку знаку детермінанта матриці, яка описує перехід від початкової до отриманої системи координат (щоб уникнути відображення);

б) мінімізацію обертання або масштабування.

6. Використання інваріантів

1. Використовуються величини, які залишаються незмінними під час обертання або відображення, наприклад:

а) відношення площ трикутників;

б) співвідношення відстаней між точками.

2. Відновлення порядку точок ґрунтується на цих інваріантах.

7. Ітеративна фіксація початкових умов

Метод ітеративного наближення координат:

а) фіксуються перші дві точки;

б) координати третьої точки уточнюються, використовуючи геометричні або евклідові обмеження;

с) усі інші точки додаються по черзі, мінімізуючи відхилення.

8. Застосування глобальної оптимізації

1. Використання методів глобальної оптимізації (наприклад, генетичних алгоритмів), щоб знаходити найкращу конфігурацію, що відповідає всім виміряним відстаням і кутам.

2. Симетричні відображення мінімізуються шляхом додавання штрафів за порушення додаткових умов (наприклад, неправильний порядок точок).

Розглянемо загальну постановку задачі

Постановка задачі: Відновлення положення об'єктів за парними відстанями та кутами

Задача полягає у відновленні двовимірних координат N об'єктів у системі координат на основі набору парних відстаней між цими об'єктами та кутів, виміряних відносно інших об'єктів. Ці об'єкти не мають попередньо заданих координат, і доступні лише дані про взаємодії між ними (відстані та кути) з врахуванням певних похибок вимірювань.

Вхідні дані:

1. **Відстані:** Матриця $\mathbf{D}$ розміром $N \times N$, де $D[i, j]$ – це відстань між об'єктами i та j з певною похибкою вимірювання.

2. **Кути:** Матриця $\mathbf{A}$ розміром $N \times N$, де $A[i, j]$ – це кут від об'єкта i до об'єкта j відносно деякої базової осі (наприклад, осі X), також з похибкою вимірювання.

Мета:

Знайти координати (x_i, y_i) для кожного об'єкта $i=1, 2, \dots, N$, такі, щоб вони найкращим чином відповідали заданим відстаням і кутам, мінімізуючи помилки між виміряними та відновленими значеннями.

Математична модель задачі оптимізації

Цільова функція має вид:

$$E = \alpha \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\left\| (x_i, y_i) - (x_j, y_j) \right\| - D(i, j) \right]^2 + \dots \\ \dots + \beta \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\theta_{ij} - A(i, j) \right]^2,$$

де

$\left\| (x_i, y_i) - (x_j, y_j) \right\|$ – обчислена відстань між об'єктами i та j ;

$\theta_{i,j} = \arctan \left[\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right]$ – обчислений кут між об'єктами i та j ;

α і β – вагові коефіцієнти для балансування впливу відстаней і кутів;

$D(i, j)$ і $A(i, j)$ – виміряні відстані та кути відповідно.

Уникнення симетрії

Щоб уникнути симетричного відображення чи перемішування ідентифікаторів точок:

1. Перша точка фіксується на початку координат $(0,0)$.
2. Друга точка фіксується на осі X у положенні $(d,0)$, де $d > 0$ – це відстань між першою і другою точками.

На рис. 2 показано результати симуляції відновлення координат для шести об'єктів та для чотирьох різних методів розв'язування задачі.

Методи трилатерації і триангуляції з використанням методу дискретної оптимізації SLSQP показують приблизно однакову точність визначення початкових координат з похибкою у межах 1%, метод MDS не відновив правильні координати, оскільки його реалізація у бібліотеці `scipy` не передбачає додавання обмежень, генетичний алгоритм також видав неправильний розв'язок.

Перелік інших підходів до формулювання критерію оптимальності

Окрім мінімізації сумарної похибки у відстанях і кутах, є кілька інших можливих критеріїв оптимальності, які можуть бути використані для розв'язання подібних задач.

Максимізація стабільності розташування об'єктів

Цей критерій може бути використаний для того, щоб забезпечити стійке розташування об'єктів, зводячи до мінімуму коливання або нестабільність у відстанях і кутах. Використовується в задачах, де важлива структурна стабільність розташування об'єктів, наприклад, у задачах розташування сенсорних вузлів.

Забезпечення рівномірного розташування об'єктів

Призначення критерію – це мінімізація різниці між фактичними відстанями та середньою відстанню між об'єктами, щоб розташування об'єктів було максимально рівномірним. Цей критерій застосовний для задач, де важливо уникнути скупчення об'єктів у певних ділянках простору, наприклад, для покриття території сенсорами.

Максимізація покриття або видимості

Розв'язує завдання оптимізації розташування об'єктів так, щоб об'єкти займали якнайбільшу площу або забезпечували найкраще покриття простору. Використовується в задачах оптимізації мереж, наприклад, у розміщенні антен або систем відеоспостереження.

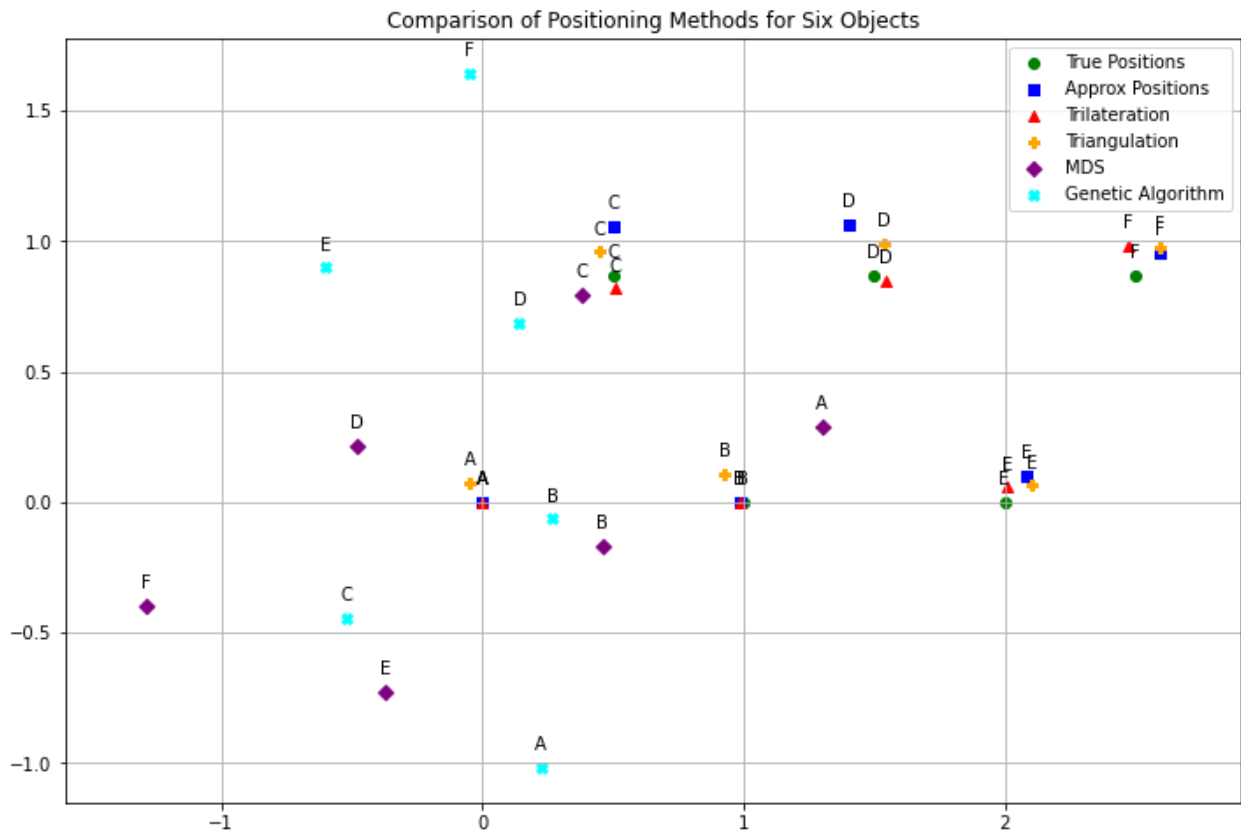


РИС. 2. Результати симуляції для 6 об'єктів (зелені кола – початкові координати, сині квадрати – координати з похибками, червові трикутники – алгоритми трилатерації, помаранчеві плюси – алгоритм триангуляції, фіолетовий ромб – MDS, блакитний клевер – генетичний алгоритм)

Мінімізація сумарного оберту системи об'єктів

Застосовується у технічних системах, де потрібно обмежити оберти або дзеркальні відображення, мінімізуючи сумарну зміну напрямків відносно початкового положення об'єктів (якщо є певна референсна орієнтація). Зокрема, для випадків, де важлива певна початкова орієнтація, наприклад, у задачах геолокації з прив'язкою до географічних напрямів.

Максимізація простору між об'єктами для уникнення перетинів

Забезпечує максимальні відстані між об'єктами для уникнення взаємного впливу або перетинів. Застосовується у задачах, де важливо мінімізувати взаємодію між об'єктами, наприклад, радіомоніторинг.

Мінімізація похибки вимірювань

Використовується для зменшення похибок вимірювань, враховуючи невизначеність в даних, шляхом застосування статистичних методів оптимізації. Використовується, коли відомо, що вимірювання відстаней і кутів мають певну похибку.

Мінімізація загальної деформації фігури

Забезпечує збереження максимально наближеної форми початкової топології об'єктів, навіть якщо відомі лише відстані і кути. Підходить для задач, де важливо зберегти певну форму, наприклад, у конструкціях або в архітектурних рішеннях.

Максимум ентропії

Призначений максимізувати ентропію розподілу відстаней і кутів, щоб забезпечити найбільш рівномірний розподіл і уникнути кластеризації. Застосовується в задачах, де важливо мати рівномірно розподілені об'єкти, наприклад, у сенсорних мережах.

Перелічені альтернативні критерії оптимізації є напрямком подальших досліджень.

Результати. Розроблено алгоритм локального позиціонування на основі розв'язування задачі дискретної оптимізації. Завдяки прив'язки одного об'єкту до точки початку координат та фіксації положення другого об'єкту на горизонтальній осі вирішено проблему неоднозначності розв'язку задачі, що виражалась у симетричному відображенні точок та їх переміщенні відносно реальних позицій. Виконано чисельні експерименти для підтвердження стабільності розв'язування задачі.

Висновки. Запропоновано покращення існуючих систем позиціонування для груп РРС та запропонувало вдосконалений алгоритми локального позиціонування. У рамках роботи сформульовано завдання формування та підтримання структури групи трьох РРС в двовимірному просторі. Для побудови відносно системи координат запропоновано метод формування базового трикутника з використанням нелінійного методу дискретної оптимізації. Покриття множини РРС, яка містить більше трьох елементів, можна виконати ітеративним покриттям її трикутниками на основі послідовного додавання об'єктів відносно нових фіксованих осей прив'язаних до початку нових локальних систем координат на кожному кроці відображення елементу у нову множину.

Оптимізаційна задача розв'язується методом SLSQP, що підходить для вирішення задач з нелінійними обмеженнями і дозволяє оптимізувати координати трьох об'єктів, мінімізуючи похибки відстаней та кутів з урахуванням фізичних обмежень, таких як фіксація координат певних точок і забезпечення не перевищення мінімальної відстані між об'єктами. Алгоритм з бібліотеки *scipy.optimize.minimize* чисельно знаходить розв'язок задачі дискретної оптимізації з комбінованою цільовою функцією з урахуванням зазначених обмежень, забезпечуючи відновлення координат з точністю приблизно 10 % та прийнятною швидкістю роботи програми для РРС.

Напрямок подальших досліджень передбачає розробку алгоритму, що дозволить на основі визначених локальних координат компенсувати збурення у структурі групи, спричинені внутрішніми чи зовнішніми факторами, такими як втрата одного з елементів групи.

Авторські внески: Корольов В.Ю. – змістовна постановка задачі локального позиціонування роботів, дослідження підходів до подолання проблеми множинності розв'язків внаслідок симетрії, формулювання висновків дослідження. Огурцов М.І. – огляд наукових робіт присвячених проблемі локального позиціонування роботів, виконання чисельних експериментів розв'язування задачі та трактування результатів. Ходзінський О.М. – побудова математичної моделі задачі локального позиціонування роботів, обґрунтування вибору методу розв'язування задачі дискретної оптимізації.

Список літератури

1. Dileep M.R., Navaneeth A.V., Ullagaddi S., Danti A. A study and analysis on various types of agricultural drones and its applications, in: *Proceedings of the 2020 fifth international conference on research in computational intelligence and communication networks (ICRCICN)*, IEEE, 2020. P. 181–185. <https://doi.org/10.1109/ICRCICN50933.2020.9296195>
2. Albani D., Ijsselmuiden J., Haken R., Trianni V. Monitoring and mapping with robot swarms for agricultural applications, in: *Proceedings of the 2017 14th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance (AVSS)*, IEEE, 2017. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/AVSS.2017.8078478>
3. Carberry S., Base Defense: Evolving Threats Require New Approaches to Defending Installations. *National Defense*. 2023. **107** (834). P. 22–24. <https://www.nationaldefensemagazine.org/articles/2023/4/21/evolving-threats-require-new-approaches-to-defending-installations>
4. Perazzo P., Sorbelli F.B., Conti M., Dini G., Pinotti C. M. Drone path planning for secure positioning and secure position verification. *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2016. **16** (9). P. 2478–2493. <https://doi.org/10.1109/TMC.2016.2627552>

5. Jametoni F., Saputra D.E. A Study on Autonomous Drone Positioning Method. *Proceedings of the 2021 Sixth International Conference on Informatics and Computing (ICIC)*, IEEE, 2021. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/ICIC54025.2021.9632926>
6. Gerwen J., Geebelen K., Wan J., Joseph W. et al. Indoor drone positioning: Accuracy and cost trade-off for sensor fusion. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2021. **71** (1). P. 961–974. <https://doi.org/10.1109/TVT.2021.3129917>
7. Kang J.-H., Park K.-J., Kim H., Analysis of localization for drone-fleet. *Proceedings of the 2015 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, IEEE, 2015. P. 533–538. <https://doi.org/10.1109/ICTC.2015.7354604>
8. Luca C., Giusti A., Palossi D. High-throughput visual nano-drone to nano-drone relative localization using onboard fully convolutional networks. 2024. <https://arxiv.org/abs/2402.13756>
9. Ogurtsov M.I., Korolyov V.Yu., Rybalchenko O.V., Khodzinskyi O.M. Development of the Local Navigation Algorithm of the Agricultural UAVs During Swarm Movement. *UkrPROG2024*, Kyiv, Ukraine, May 14–15, 2024. https://ceur-ws.org/Vol-3806/S_20_Ogurtsov.pdf
10. Di C., Guo Xia G. Topology Perception and Relative Positioning of UAV Swarm Formation Based on Low-Rank Optimization. *Aerospace*. 2024. **11** (6). 466. <https://doi.org/10.3390/aerospace11060466>
11. Ogurtsov M., Korolyov V., Khodzinskyi O. Improving the Productivity of UAV Operations Based on Granular Computing and Fuzzy Sets. *Proceedings of the 2021 IEEE 6th International Conference on Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Development (APUAVD)*, Oct. 19–21. 2021 P. 33–36. <https://doi.org/10.1109/APUAVD53804.2021.9615419>
12. Aksoy A., Yıldız Ö., Karlık S.E. Comparative Analysis of End Device and Field Test Device Measurements for RSSI, SNR and SF Performance Parameters in an Indoor LoRaWAN Network. *Wireless Personal Communications*. 2024. **134** (1). P. 339–360. <https://doi.org/10.1007/s11277-024-10911-z>
13. Džunda M., Dzurovčin P., Čikovsky S., Melniková L. Determining the Location of the UAV When Flying in a Group. *Aerospace*. 2024. **11** (4). 312. <https://doi.org/10.3390/aerospace11040312>
14. Lee J.C. Cooperative drone positioning measuring in internet-of-drones. *2020 IEEE 17th Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC)*, IEEE. 2020. P. 1–3. <https://doi.org/10.1109/CCNC46108.2020.9045111>
15. Klaine P.V., Nadas J.P., Souza R.D., Imran M.A. Distributed drone base station positioning for emergency cellular networks using reinforcement learning. *Cognitive computation*. 2018. **10** (5). P. 790–804. <https://doi.org/10.1007/s12559-018-9559-8>
16. Chen Wu, Jiayi Zhu, Jiajia L., Guo H. A fast coordination approach for large-scale drone swarm. *Journal of Network and Computer Applications*. 2021. 221:103769. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2023.103769>
17. Wang Yu., Li H., Tang Z. et al. DeepH-2: Enhancing deep-learning electronic structure via an equivariant local-coordinate transformer. <https://arxiv.org/abs/2401.17015>

Одержано 05.03.2025

Корольов Вячеслав Юрійович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
<https://orcid.org/0000-0003-1143-5846>
korolyov.academ@gmail.com

Огурцов Максим Ігорович,

науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
<https://orcid.org/0000-0002-6167-5111>
maksymogurtsov@gmail.com

Ходзінський Олександр Миколайович,

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ.
<https://orcid.org/0000-0003-4574-3628>
okhodz@gmail.com

УДК 519.7:629.7

В.Ю. Корольов *, М.І. Огурцов, О.М. Ходзінський

Дослідження алгоритмів локального позиціонування роботів з використанням методів дискретної оптимізації*Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ*** Листування: korolyov.academ@gmail.com*

Вступ. Щороку використання рухомих роботизованих систем (PPC) стає дедалі поширенішим. Водночас акцент поступово зміщується з окремих PPC на їх колективи, оскільки для багатьох завдань, таких як обстеження сільськогосподарських угідь і зрошення, це є більш ефективним підходом. Проте, існують певні проблеми, зокрема відсутність доступу для систем глобальної супутникової навігації для PPC, яку можуть заглушувати з міркувань безпеки.

Мета роботи – розробка алгоритму для побудови системи локального позиціонування малої групи PPC з метою підтримки стабільної структури під час руху групи при виконанні завдань у двовимірних умовах. При цьому вважається, що групою керує штучний інтелект або один оператор незалежно від кількості елементів групи.

Результати. Розроблено алгоритм локального позиціонування на основі розв'язування задачі дискретної оптимізації. Завдяки прив'язки одного об'єкту до точки початку координат та фіксації положення другого об'єкту на горизонтальній осі вирішено проблему неоднозначності розв'язку задачі, що виражалась у симетричному відображенні точок та їх переміщенні відносно реальних позицій.

Висновки. Запропоновано покращення існуючих систем позиціонування для груп PPC та запропонувало вдосконалений алгоритм локального позиціонування. У рамках роботи сформульовано завдання формування та підтримання структури групи трьох PPC в двовимірному просторі. Для побудови відносної системи координат запропоновано метод формування базового трикутника з використанням нелінійного методу дискретної оптимізації.

Розроблено алгоритм побудови локальної системи позиціонування групи PPC з метою забезпечення стабільної конфігурації групи за відсутності доступу до глобальних або стільникових систем навігації під час виконання завдань в двовимірних просторах. Запропонований алгоритм є основою для побудови програмних додатків керування малою групою PPC штучним інтелектом або одним оператором та дозволяє уникнути зіткнень між PPC.

Оптимізаційна задача розв'язується методом SLSQP, що підходить для вирішення задач з нелінійними обмеженнями. дозволяє оптимізувати координати трьох об'єктів, мінімізуючи похибки відстаней та кутів з урахуванням фізичних обмежень, таких як фіксація координат певних точок і забезпечення не перевищення мінімальної відстані між об'єктами. Алгоритм з бібліотеки `scipy.optimize.minimize` чисельно знаходить розв'язок задачі дискретної оптимізації з комбінованою цільовою функцією з урахуванням зазначених обмежень, забезпечуючи відновлення координат з точністю приблизно 10 % та прийнятною швидкістю роботи програми для PPC сільськогосподарського та складського призначення.

Ключові слова: група PPC, локальне позиціонування, нелінійна дискретна оптимізація.

MSC 90C26

Vyacheslav Korolyov *, Maksim Ogurtsov, Oleksandr Khodzinskyi

Research on Algorithms for Local Robot Positioning Using Methods of Discrete Optimization*V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv*** Correspondence: korolyov.academ@gmail.com*

Introduction. The use of robots is becoming increasingly prevalent each year. Simultaneously, there is a gradual shift from using individual robots to deploying collective robots, as this approach proves to be more efficient for various tasks such as agricultural surveys and irrigation. However, there are specific challenges, par-

ticularly the lack of access to global satellite navigation systems for collective robots, which can be jammed for security reasons.

The purpose of the article study is to develop an algorithm for the local positioning system of a small collective of robots to maintain a stable structure during group movement while executing tasks in three-dimensional conditions. It is assumed that the collective is controlled by an artificial intelligence single operator, regardless of the number of robots in the group.

Results. An algorithm for local positioning based on solving the problem of discrete optimization has been developed. By anchoring one object to the origin point and fixing the position of the second object on the horizontal axis, the problem of ambiguity in the solution, manifested in the symmetrical reflection of points and their displacement relative to real positions, has been resolved.

Conclusions. Improvements to the existing local positioning system robot group based on an enhanced discrete optimization algorithm are discussed. The study formulated the task of forming and maintaining the structure of three robots in a two-dimensional space. For constructing the relative coordinate system, a method of forming a base triangle using a nonlinear discrete optimization method was proposed.

An algorithm for building a local positioning system for a robot group was developed to ensure the stable configuration of the group in the absence of access to global or cellular navigation systems while performing tasks in two-dimensional spaces. The proposed algorithm serves as a foundation for developing software applications for controlling a small robot group by artificial intelligence or a single operator and avoiding collisions between UAVs.

The optimization problem is solved using the SLSQP method, which is suitable for solving problems with nonlinear constraints. It allows for optimizing the coordinates of three objects, minimizing distance and angle errors considering physical constraints, such as fixing the coordinates of certain points and ensuring the minimum distance between objects is not exceeded. The algorithm from the `scipy.optimize.minimize` library numerically finds the solution to the discrete optimization problem with a combined objective function considering the specified constraints, ensuring coordinate recovery accuracy of approximately 10 % and acceptable program execution speed for fixed-wing UAVs.

Keywords: UAV group, local positioning, nonlinear discrete optimization.