УДК 681.5.015:007

Г.Б. РАКИТЯНСЬКА

ДІАГНОСТИКА В ІЄРАРХІЧНІЙ СИСТЕМІ МАТРИЦЬ НЕЧІТКИХ ВІДНОШЕНЬ

Вінницький національний технічний університет,
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, Україна, 21021,
тел. +380 (432) 59-84-83, E-mail: h_rakit@ukr.net

Анотація. В статті приведені принципи діагностики у системах з матрицями нечітких відношень.Також приведені ієрархічна нечітка модель та приклад мзастосування її у медичні практиці.

Аннотация. В статье приведены принципы диагностики в системах с матрицами нечетких отношений.Также приведены иерархическая нечеткая модель и пример ее применения в медицинской практике.

Ключові слова: ієрархічна система, матриця, нечітка модель.

ВСТУП

Діагностика, тобто встановлення причин спостережуваних явищ, є важливим етапом прийняття рішень в різних областях діяльності людини: медицині, техніці, економіці, і ін. Необхідною умовою розв’язання задач діагностики є встановлення взаємозв’язку «причини – наслідки». В тих випадках, коли для побудови такого взаємозв’язку залучається досвід експертів, моделювання причинно-наслідкових зв’язків може виконуватись із застосуванням апарату нечіткої математики [1]. Модель діагностики будується на основі композиційного правила виведення Заде, в якому носієм діагностичної інформації служить нечітка матриця відношень «причини – наслідки» [1, 2]. Особливістю задач діагностики є ієрархічність причинно-наслідкових зв’язків. Задача діагностики формулюється у вигляді оберненого логічного виведення і зводиться до розв’язання ієрархічної системи нечітких логічних рівнянь.

Не дивлячись на те, що аналітичні [1, 2] і чисельні [3, 4] методи розв’язання однорівневих систем нечітких логічних рівнянь достатньо розвинуті, алгоритми розв’язання ієрархічних систем практично не представлені. Відомими є два підходи до розв’язання таких систем. Перший підхід передбачає перетворення початкової системи до сукупності однорівневих систем і їх подальше незалежне розв’язання [5, 6]. Недоліком такого підходу є необхідність корекції результатів з точки зору оптимізації процесу в цілому. Другий підхід оснований на перетворенні початкової ієрархічної системи до однорівневого виду шляхом композиції матриць [7]. Однак в загальному випадку множина обернених розв’язків початкової і зведеної систем можуть не співпадати. В даній роботі пошук коренів ієрархічної системи нечітких логічних рівнянь зведено до розв’язання задачі оптимізації за допомогою генетичного алгоритму. Запропонований підхід ілюструється прикладом медичної діагностики, де розглядається відновлення причин (діагнозів) за спостережуваними наслідками (симптомами) в ієрархічній системі діагностичних матриць нечітких відношень.

1.НЕЧІТКА МОДЕЛЬ ДІАГНОСТИКИ

1.1. Нечіткий апроксиматор «причини – наслідки».

Об’єкт діагностики розглядається як чорна скринька з N входами і M виходами. Виходи об’єкта асоціюються із спостережуваними наслідками (симптомами). Входи відповідають причинам спостережуваних наслідків (діагнозам). Задача діагностики полягає у відновленні причин (входів) за спостережуваними наслідками (виходами).

Нехай: $\{X_1, X_2, ..., X_N\}$ – множина входів (причин); $\{Y_1, Y_2, ..., Y_M\}$ – множина виходів (наслідків). Взаємозв’язок «причини – наслідки» задається матрицею нечітких відношень $R \subseteq X_I \times Y_J$ =[r_{IJ} , $I = \overline{1, N}$, $J = \overline{1, M}$]. Елемент цієї матриці – це число $r_{IJ} \in [0, 1]$, що характеризує степінь впливу причини X_I на виникнення наслідку Y_J .

При наявності матриці R залежність «причини – наслідки» описується за допомогою композиційного правила виведення Заде [1]

$$\mu^{Y} = \mu^{X} \circ \mathrm{R}, \tag{1}$$

де $\mu^{X} = (\mu^{X_1}, \mu^{X_2}, ..., \mu^{X_N})$ і $\mu^{Y} = (\mu^{Y_1}, \mu^{Y_2}, ..., \mu^{Y_M})$ – нечіткі вектори причин і наслідків з елементами $\mu^{X_I} \in [0,\ 1]$ і $\mu^{Y_J} \in [0,\ 1]$, що інтерпретуються як міри значимостей причин X_I і наслідків Y_J; $\circ$ – операція *max-min* композиції [1].

Знаходження вектора μ^{X} зводиться до розв'язання системи нечітких логічних рівнянь:

$$\mu^{Y_1} = (\mu^{X_1} \wedge r_{11}) \vee (\mu^{X_2} \wedge r_{21}) ... \vee (\mu^{X_N} \wedge r_{N1})$$

$$\mu^{Y_2} = (\mu^{X_1} \wedge r_{12}) \vee (\mu^{X_2} \wedge r_{22}) ... \vee (\mu^{X_N} \wedge r_{N2})$$

$$\mu^{Y_M} = (\mu^{X_1} \wedge r_{1M}) \vee (\mu^{X_2} \wedge r_{2M}) ... \vee (\mu^{X_N} \wedge r_{NM}), \tag{2}$$

яка випливає із співвідношення (1). З урахуванням того, що в теорії нечітких множин операціям $\vee$ і $\wedge$ відповідають *max* і *min*, система (2) переписується у вигляді

$$\mu^{Y_J} = \max_{I=\overline{1,N}} \left(\min \left(\mu^{X_I}, r_{IJ} \right) \right), \ J = \overline{1,M}. \tag{3}$$

1.2. Ієрархічна нечітка модель.

Використовуючи нечіткий апроксиматор (1) і дерево виведення (рис.), можна записати ієрархічну систему нечітких логічних рівнянь:

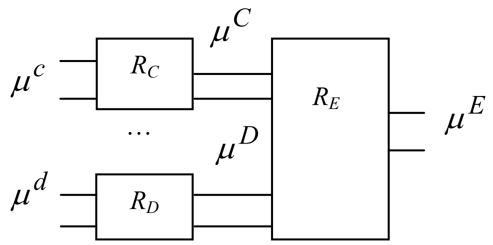

Рис. Структура моделі

$$\mu^{c} \circ R_C = \mu^{C}, \tag{4}$$

$$\mu^{d} \circ R_D = \mu^{D}, \tag{5}$$

$$\mu^{e} \circ R_E = \mu^{E}, \tag{6}$$

де $\mu^{c} = (\mu^{c_1}, \mu^{c_2}, ..., \mu^{c_p})$ і $\mu^{d} = (\mu^{d_1}, \mu^{d_2}, ..., \mu^{d_q})$ – нечіткі вектори причин першого рівня ієрархії; $\mu^{C} = (\mu^{C_1}, \mu^{C_2} ..., \mu^{C_P})$ і $\mu^{D} = (\mu^{D_1}, \mu^{D_2}, ..., \mu^{D_Q})$ – нечіткі вектори наслідків першого рівня ієрархії, що утворюють нечіткий вектор причин другого рівня ієрархії $\mu^{e} = (\mu^{C}, ..., \mu^{D})$; $\mu^{E} = (\mu^{E_1}, \mu^{E_2}, ..., \mu^{E_K})$ – нечіткий вектор наслідків другого рівня ієрархії, R_C, R_D, R_E – матриці нечітких відношень в (4)–(6).

Співвідношення (4)–(6) визначають ієрархічну нечітку модель таким чином:

$$f_Y(\mu^c,...,\mu^d,\mu^C,...,\mu^D,R_C,R_D,R_E)=\mu^E, \tag{7}$$

де f_Y – оператор зв'язку, що відповідає формулам (4)–(6).

2. РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ НЕЧІТКИХ ЛОГІЧНИХ РІВНЯНЬ

Слідуючи підходу, запропонованому в [3, 4], задача розв'язання ієрархічної системи нечітких логічних рівнянь (4)–(6) формулюється так. Знайти нечіткі вектори причин $\mu^c=(\mu^{c_1},\mu^{c_2},...,\mu^{c_p})$ і $\mu^d=(\mu^{d_1},\mu^{d_2},...,\mu^{d_q})$, а також $\mu^C=(\mu^{C_1},\mu^{C_2},...,\mu^{C_P})$ і $\mu^D=(\mu^{D_1},\mu^{D_2},...,\mu^{D_Q})$, які забезпечують найменшу відстань між модельними і спостережуваними мірами значимості наслідків в співвідношенні (7):

$$F=\left[f_Y(\mu^c,...,\mu^d,\mu^C,...,\mu^D,R_C,R_D,R_E)-\mu^E\right]^2=\min_{\mu^c,...,\mu^d,\mu^C,...,\mu^D}. \tag{8}$$

Згідно [1, 2], система (6) має множину розв'язків $S(\mu^E)$, яка визначається єдиним максимальним розв'язком $\overline{\mu}^e$ і множиною мінімальних розв'язків $S^*(\mu^E)=\left\{\underline{\mu}_t^e,\ t=\overline{1,T}\right\}$:

$$S(\mu^E)=\bigcup_{\underline{\mu}_t^e\in S^*}\left[\underline{\mu}_t^e,\overline{\mu}^e\right]. \tag{9}$$

Тут $\underline{\mu}_t^e\ (\underline{\mu}_t^C,...,\underline{\mu}_t^D)=(\underline{\mu}_t^{C_1},\underline{\mu}_t^{C_2},...,\underline{\mu}_t^{C_P},...,\underline{\mu}_t^{D_1},\underline{\mu}_t^{D_2},...,\underline{\mu}_t^{D_Q})$, $\overline{\mu}^e\ (\overline{\mu}^C,...,\overline{\mu}^D)=(\overline{\mu}^{C_1},\overline{\mu}^{C_2},...,\overline{\mu}^{C_P},...,\overline{\mu}^{D_1},\overline{\mu}^{D_2},...,\overline{\mu}^{D_Q})$ – вектори нижніх і верхніх границь мір значимості причин $C_1,C_2,...,C_P$ і $D_1,D_2,...,D_Q$, де операція об'єднання виконується над усіма $\underline{\mu}_t^e\in S^*(\mu^E)$.Кожному інтервальному розв'язку $\left[\underline{\mu}_t^C,\overline{\mu}^C\right]$, $t=\overline{1,T}$, системи (6) відповідає множина розв'язків $H_t\left(\underline{\mu}_t^C,\overline{\mu}^C\right)$ системи (4), яка визначається єдиним максимальним розв'язком $\overline{\mu}_t^c$ і множиною мінімальних розв'язків $H_t^*\left(\underline{\mu}_t^C,\overline{\mu}^C\right)=\left\{\underline{\mu}_{tl}^c,l=\overline{1,U_t}\right\}$:

$$H_t\left(\underline{\mu}_t^C,\overline{\mu}^C\right)=\bigcup_{\underline{\mu}_{tl}^c\in H_t^*}\left[\underline{\mu}_{tl}^c,\overline{\mu}_t^c\right]. \tag{10}$$

Тут $\underline{\mu}_{tl}^c=(\underline{\mu}_{tl}^{c_1},\underline{\mu}_{tl}^{c_2},...,\underline{\mu}_{tl}^{c_p})$ і $\overline{\mu}_t^c=(\overline{\mu}_t^{c_1},\overline{\mu}_t^{c_2},...,\overline{\mu}_t^{c_p})$ – вектори нижніх і верхніх границь мір значимості причин $c_1,c_2,...,c_p$, де операція об'єднання виконується над усіма $\underline{\mu}_{tl}^c\in H_t^*\left(\underline{\mu}_t^C,\overline{\mu}^C\right)$.

На основі (9), (10) множина розв'язків системи (4) має вигляд:

$$\widetilde{H}(\mu^C)=\bigcup_{\underline{\mu}_t^C\in S^*(\mu^E)}H_t\left(\underline{\mu}_t^C,\overline{\mu}^C\right). \tag{11}$$

Аналогічно, кожному інтервальному розв'язку $\left[\underline{\mu}_t^D, \overline{\mu}^D\right]$, $t = \overline{1,T}$, відповідає множина розв'язків $G_t\left(\underline{\mu}_t^D, \overline{\mu}^D\right)$ системи (5), яка визначається єдиним максимальним розв'язком $\overline{\mu}_t^d$ і множиною мінімальних розв'язків $G_t^*\left(\underline{\mu}_t^D, \overline{\mu}^D\right) = \left\{\underline{\mu}_{tk}^d, k = \overline{1,V_t}\right\}$:

$$G_t\left(\underline{\mu}_t^D, \overline{\mu}^D\right) = \bigcup_{\underline{\mu}_{tk}^d \in G_t^*} \left[\underline{\mu}_{tk}^d, \overline{\mu}_t^d\right]. \qquad (12)$$

Тут $\underline{\mu}_{tk}^d = (\underline{\mu}_{tk}^{d_1}, \underline{\mu}_{tk}^{d_2}, ..., \underline{\mu}_{tk}^{d_q})$ і $\overline{\mu}_t^d = (\overline{\mu}_t^{d_1}, \overline{\mu}_t^{d_2}, ..., \overline{\mu}_t^{d_q})$ – вектори нижніх і верхніх границь мір значимості причин $d_1, d_2, ..., d_q$, де операція об'єднання виконується над усіма $\underline{\mu}_{tk}^d \in G_t^*\left(\underline{\mu}_t^D, \overline{\mu}^D\right)$.
На основі (9), (12) множина розв'язків системи (5) має вигляд:

$$\widetilde{G}(\mu^D) = \bigcup_{\underline{\mu}_t^D \in S^*(\mu^E)} G_t\left(\underline{\mu}_t^D, \overline{\mu}^D\right). \qquad (13)$$

Формування множини розв'язків (11), (13) починається з пошуку нульових розв'язків $\mu_0^c = (\mu_0^{c_1}, \mu_0^{c_2}, ..., \mu_0^{c_p})$ і $\mu_0^d = (\mu_0^{d_1}, \mu_0^{d_2}, ..., \mu_0^{d_q})$ задачі оптимізації (8) за допомогою генетичного алгоритму [3, 4]. Нульовим розв'язкам μ_0^c і μ_0^d відповідає модифікований вектор мір значимості наслідків $\mu_0^E = (\mu_0^{E_1}, \mu_0^{E_2}, ..., \mu_0^{E_K})$. Модифікований вектор μ_0^E забезпечує аналітичну розв'язуваність систем нечітких логічних рівнянь (4)–(6). Формування множин розв'язків $S(\mu_0^E)$, $\widetilde{H}(\mu_0^C)$ і $\widetilde{G}(\mu_0^D)$ для модифікованих векторів μ_0^E, μ_0^C і μ_0^D здійснюється за допомогою точних аналітичних методів [1, 2], реалізованих в програмних додатках MATLAB [2].

3. ПРИКЛАД МЕДИЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ

Розглядається діагностика серцевої аритмії. Причинами (діагнозами), що підлягають відновленню, є: c_1 – нейроциркуляторна дистонія; c_2 – анемія; c_3 – гормо-нальні кардіопатії; d_1 – ревмокардит; d_2 – міокардит; d_3 – кардіосклероз. Наслідками причин $c_1 \div c_3$ є: C_1 – дистрофія міокарда; C_2 – порушення гемодинаміки. Наслідками причин $d_1 \div d_3$ є: D_1 – запалювальне ураження міокарда; D_2 – недостатність провідної функції. Причини C_1, C_2, D_1, D_2 викликають спостережувані симптоми: E_1 – веге-тативна дисфункція; E_2 – кардіалгії; E_3 – шлуночкова тахікардія; E_4 – серцева недостатність. Експертна ієрархічна система матриць нечітких відношень має вид:

$R_E =$

	E_1	E_2	E_3	E_4
C_1	0.7	0.9	0.4	0.5
C_2	0.8	0.7	0.6	0.1
D_1	0.1	0.8	0.9	0.2
D_2	0.1	0.2	0.2	0.7

$R_C =$

	C_1	C_2
c_1	1.0	0.1
c_2	0.9	0.8
c_3	0.1	0.9

$R_D =$

	D_1	D_2
d_1	0.9	0.4
d_2	0.7	0.2
d_3	0.4	0.8

Ієрархічна система нечітких логічних рівнянь має вигляд:

$$\mu^{E_1} = (\mu^{C_1} \wedge 0.7) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0.8) \vee (\mu^{D_1} \wedge 0.1) \vee (\mu^{D_2} \wedge 0.1)$$

$$\mu^{E_2} = (\mu^{C_1} \wedge 0.9) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0.7) \vee (\mu^{D_1} \wedge 0.8) \vee (\mu^{D_2} \wedge 0.2)$$

$$\mu^{E_3} = (\mu^{C_1} \wedge 0.4) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0.6) \vee (\mu^{D_1} \wedge 0.9) \vee (\mu^{D_2} \wedge 0.2)$$

$$\mu^{E_4} = (\mu^{C_1} \wedge 0.5) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0.1) \vee (\mu^{D_1} \wedge 0.2) \vee (\mu^{D_2} \wedge 0.7), \quad (14)$$

$$\mu^{C_1} = (\mu^{c_1} \wedge 1.0) \vee (\mu^{c_2} \wedge 0.9) \vee (\mu^{c_3} \wedge 0.1)$$

$$\mu^{C_2} = (\mu^{c_1} \wedge 0.1) \vee (\mu^{c_2} \wedge 0.8) \vee (\mu^{c_3} \wedge 0.9), \quad (15)$$

$$\mu^{D_1} = (\mu^{d_1} \wedge 0.9) \vee (\mu^{d_2} \wedge 0.7) \vee (\mu^{d_3} \wedge 0.4)$$

$$\mu^{D_2} = (\mu^{d_1} \wedge 0.4) \vee (\mu^{d_2} \wedge 0.2) \vee (\mu^{d_3} \wedge 0.8). \quad (16)$$

Нехай міри значимості симптомів для конкретного пацієнта складають:

$$\mu^{E_1}=0.7;\quad \mu^{E_2}=0.8;\quad \mu^{E_3}=0.6;\quad \mu^{E_4}=0.4,$$

що означає сильні прояви вегетативної дисфункції і кардіалгій, а також явні прояви шлуночкової тахікардії при суттєвих ознаках серцевої недостатності.

За допомогою генетичного алгоритму були отримані два нульові розв’язки

$$\mu_{01}^{c} = (\mu_{01}^{c_1} = 0.8, \mu_{01}^{c_2} = 0.3, \mu_{01}^{c_3} = 0.6),\ \mu_{01}^{d} = (\mu_{01}^{d_1} = 0.6, \mu_{01}^{d_2} = 0.5, \mu_{01}^{d_3} = 0.4),$$

$$\mu_{02}^{c} = (\mu_{02}^{c_1} = 0.3, \mu_{02}^{c_2} = 0.4, \mu_{02}^{c_3} = 0.7),\ \mu_{02}^{d} = (\mu_{02}^{d_1} = 0.6, \mu_{02}^{d_2} = 0.1, \mu_{02}^{d_3} = 0.2),$$

яким відповідають модифіковані вектори мір значимості наслідків

$$\mu_{01}^{E} = (\mu_{01}^{E_1} = 0.7, \mu_{01}^{E_2} = 0.8, \mu_{01}^{E_3} = 0.6, \mu_{01}^{E_4} = 0.5),$$

$$\mu_{02}^{E} = (\mu_{02}^{E_1} = 0.7, \mu_{02}^{E_2} = 0.7, \mu_{02}^{E_3} = 0.6, \mu_{02}^{E_4} = 0.4),$$

тобто значення критерію оптимізації (8) в обох випадках склало *F*=0.01.

За допомогою MATLAB-додатку *solve_flse.m* [2] для модифікованих векторів μ_{01}^{E} і μ_{02}^{E} були сформовані множини розв’язків $S_1(\mu_{01}^{E})$ і $S_2(\mu_{02}^{E})$ системи (14).

Множина розв’язків $S_1(\mu_{01}^{E})$ визначається єдиним максимальним розв’язком $\overline{\mu}_1^{e}$ і двома мінімальними розв’язками $S_1^{*} = \{\underline{\mu}_{11}^{e}, \underline{\mu}_{12}^{e}\}$:

$$S_1(\mu_{01}^{E}) = \left[\underline{\mu}_{11}^{e}, \overline{\mu}_1^{e}\right] \cup \left[\underline{\mu}_{12}^{e}, \overline{\mu}_1^{e}\right] = \{\mu^{C_1}=0.8, \mu^{C_2} \in [0, 0.7], \mu^{D_1}=0.6, \mu^{D_2} \in [0, 0.5]\}$$

$$\bigcup \{ \mu^{C_1}=0.8,\ \mu^{C_2} \in[0.6, 0.7],\ \mu^{D_1} \in[0, 0.6],\ \mu^{D_2} \in[0, 0.5]\}. \qquad (17)$$

Множина розв'язків $S_2(\mu_{02}^E)$ визначається єдиним максимальним розв'язком $\overline{\mu}_2^e$ і двома мінімальними розв'язками $S_2^* = \{ \underline{\mu}_{21}^e, \underline{\mu}_{22}^e \}$:

$$S_2(\mu_{02}^E)=\left[\underline{\mu}_{21}^e, \overline{\mu}_2^e\right] \bigcup \left[\underline{\mu}_{22}^e, \overline{\mu}_2^e\right]=\{ \mu^{C_1}=0.4, \mu^{C_2}=0.7, \mu^{D_1} \in[0, 0.6], \mu^{D_2} \in[0, 0.4]\}$$

$$\bigcup \{ \mu^{C_1} \in[0, 0.4],\ \mu^{C_2}=0.7,\ \mu^{D_1} \in[0, 0.6],\ \mu^{D_2}=0.4\}. \qquad (18)$$

Інтервальні розв'язки (17) і (18) визначають вектори мір значимості наслідків в системах (15) і (16):

$$\mu^C=\{ \mu^{C_1}=0.8,\ \mu^{C_2} \in[0, 0.7]\} \bigcup \{ \mu^{C_1}=0.8,\ \mu^{C_2} \in[0.6, 0.7]\}$$

$$\bigcup \{ \mu^{C_1}=0.4,\ \mu^{C_2}=0.7\} \bigcup \{ \mu^{C_1} \in[0, 0.4],\ \mu^{C_2}=0.7\}, \qquad (19)$$

$$\mu^D=\{ \mu^{D_1}=0.6,\ \mu^{D_2} \in[0, 0.5]\} \bigcup \{ \mu^{D_1} \in[0, 0.6],\ \mu^{D_2} \in[0, 0.5]\}$$

$$\bigcup \{ \mu^{D_1} \in[0, 0.6],\ \mu^{D_2} \in[0, 0.4]\} \bigcup \{ \mu^{D_1} \in[0, 0.6],\ \mu^{D_2}=0.4\}. \qquad (20)$$

Для інтервалів (19) і (20) за допомогою *solve_flse.m* [2] були сформовані множини розв'язків $H_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^C, \overline{\mu}_1^C\right)$, $H_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^C, \overline{\mu}_1^C\right)$, $H_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^C, \overline{\mu}_2^C\right)$, $H_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^C, \overline{\mu}_2^C\right)$ системи (15) і $G_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^D, \overline{\mu}_1^D\right)$, $G_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^D, \overline{\mu}_1^D\right)$, $G_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^D, \overline{\mu}_2^D\right)$, $G_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^D, \overline{\mu}_2^D\right)$ системи (16).

Множина розв'язків $H_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^C, \overline{\mu}_1^C\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{11}^c$ і мінімальним розв'язком $H_{11}^* = \{ \underline{\mu}_{111}^c \}$ $H_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^C, \overline{\mu}_1^C\right) = \left[\underline{\mu}_{111}^c, \overline{\mu}_{11}^c\right]$ $=\{ \mu^{c_1}=0.8,\ \mu^{c_2} \in [0, 0.7], \mu^{c_3} \in[0, 0.7]\}$.

Множина розв'язків $H_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^C, \overline{\mu}_1^C\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{12}^c$ і двома мінімальними розв'язками $H_{12}^* = \{ \underline{\mu}_{121}^c, \underline{\mu}_{122}^c \}$ $H_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^C, \overline{\mu}_1^C\right)=\left[\underline{\mu}_{121}^c, \overline{\mu}_{12}^c\right] \bigcup \left[\underline{\mu}_{122}^c, \overline{\mu}_{12}^c\right]=$

$=\{ \mu^{c_1}=0.8,\ \mu^{c_2} \in[0.6, 0.7],\ \mu^{c_3} \in[0, 0.7]\} \bigcup \{ \mu^{c_1}=0.8,\ \mu^{c_2} \in[0, 0.7],\ \mu^{c_3} \in[0.6, 0.7]\}$.

Множина розв'язків $H_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^C, \overline{\mu}_2^C\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{21}^c$ і двома мінімальними розв'язками $H_{21}^* = \{ \underline{\mu}_{211}^c, \underline{\mu}_{212}^c \}$ $H_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^C, \overline{\mu}_2^C\right)=\left[\underline{\mu}_{211}^c, \overline{\mu}_{21}^c\right] \bigcup \left[\underline{\mu}_{212}^c, \overline{\mu}_{21}^c\right]=$

$=\{ \mu^{c_1}=0.4,\ \mu^{c_2} \in[0, 0.4],\ \mu^{c_3}=0.7\} \bigcup \{ \mu^{c_1} \in[0, 0.4],\ \mu^{c_2}=0.4,\ \mu^{c_3}=0.7\}$.

Множина розв'язків $H_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^{C}, \overline{\mu}_{2}^{C}\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{22}^{c}$ і мінімальним розв'язком $H_{22}^{*} = \{\underline{\mu}_{221}^{c}\}$ $H_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^{C}, \overline{\mu}_{2}^{C}\right) = \left[\underline{\mu}_{221}^{c}, \overline{\mu}_{22}^{c}\right]$ $=\{\mu^{c1} \in [0,\ 0.4]$, $\mu^{c2} \in [0, 0.4], \mu^{c3} = 0.7\}$.

Таким чином, розв'язок системи нечітких логічних рівнянь (15) може бути представлений у вигляді інтервалів

$$\widetilde{H}(\mu^{C}) = H_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^{C}, \overline{\mu}_{1}^{C}\right) \cup H_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^{C}, \overline{\mu}_{1}^{C}\right) \cup H_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^{C}, \overline{\mu}_{2}^{C}\right) \cup H_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^{C}, \overline{\mu}_{2}^{C}\right). \quad (21)$$

Аналогічно, множина розв'язків $G_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^{D}, \overline{\mu}_{1}^{D}\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{11}^{d}$ і двома мінімальними розв'язками

$G_{11}^{*} = \{\underline{\mu}_{111}^{d}, \underline{\mu}_{112}^{d}\}$ $G_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^{D}, \overline{\mu}_{1}^{D}\right) = \left[\underline{\mu}_{111}^{d}, \overline{\mu}_{11}^{d}\right] \cup \left[\underline{\mu}_{112}^{d}, \overline{\mu}_{11}^{d}\right] =$

$=\{\mu^{d1} = 0.6,\ \mu^{d2} \in [0, 0.6], \mu^{d3} \in [0, 0.5]\} \cup \{\mu^{d1} \in [0, 0.6],\ \mu^{d2} = 0.6,\ \mu^{d3} \in [0, 0.5]\}$

Множина розв'язків $G_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^{D}, \overline{\mu}_{1}^{D}\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{12}^{d}$ і мінімальним розв'язком $G_{12}^{*} = \{\underline{\mu}_{121}^{d}\}$ $G_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^{D}, \overline{\mu}_{1}^{D}\right) = \left[\underline{\mu}_{121}^{d}, \overline{\mu}_{12}^{d}\right]$ $=\{\mu^{d1} \in [0, 0.6],\ \mu^{d2} \in [0, 0.6], \mu^{d3} \in [0, 0.5]\}$.

Множина розв'язків $G_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^{D}, \overline{\mu}_{2}^{D}\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{21}^{d}$ і мінімальним розв'язком $G_{21}^{*} = \{\underline{\mu}_{211}^{d}\}$ $G_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^{D}, \overline{\mu}_{2}^{D}\right) = \left[\underline{\mu}_{211}^{d}, \overline{\mu}_{21}^{d}\right]$ $=\{\mu^{d1} \in [0,\ 0.6]$, $\mu^{d2} \in [0, 0.6], \mu^{d3} \in [0, 0.4]\}$.

Множина розв'язків $G_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^{D}, \overline{\mu}_{2}^{D}\right)$ визначається максимальним розв'язком $\overline{\mu}_{22}^{d}$ і двома мінімальними розв'язками $G_{22}^{*} = \{\underline{\mu}_{221}^{d}, \underline{\mu}_{222}^{d}\}$ $G_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^{D}, \overline{\mu}_{2}^{D}\right) = \left[\underline{\mu}_{221}^{d}, \overline{\mu}_{22}^{d}\right] \cup \left[\underline{\mu}_{222}^{d}, \overline{\mu}_{22}^{d}\right] =$

$=\{\mu^{d1} \in [0.4, 0.6], \mu^{d2} \in [0, 0.6], \mu^{d3} \in [0, 0.4]\} \cup \{\mu^{d1} \in [0, 0.6], \mu^{d2} \in [0, 0.6], \mu^{d3} = 0.4\}$.

Таким чином, розв'язок системи нечітких логічних рівнянь (16) може бути представлений у вигляді інтервалів

$$\widetilde{G}(\mu^{D}) = G_{11}\left(\underline{\mu}_{11}^{D}, \overline{\mu}_{1}^{D}\right) \cup G_{12}\left(\underline{\mu}_{12}^{D}, \overline{\mu}_{1}^{D}\right) \cup G_{21}\left(\underline{\mu}_{21}^{D}, \overline{\mu}_{2}^{D}\right) \cup G_{22}\left(\underline{\mu}_{22}^{D}, \overline{\mu}_{2}^{D}\right). \quad (22)$$

З отриманих розв'язків (21), (22) випливає, що причинами спостережуваного стану є причини C_1 і C_2, викликані c_1 і c_3, оскільки міри значимості цих причин максимальні. Крім того, причина D_1, викликана d_1 і d_2, також може відбиватись на стані пацієнта, оскільки міра значимості даної причини є достатньо високою. Таким чином, відновленими діагнозами є дистрофія і порушення гемодинаміки міокарда, викликані вегето-судинною дистонією і гормональними кардіопатіями, а також запалення міокарда, викликане міоревмокардитом.

ВИСНОВКИ

Пропонується метод діагностики на основі ієрархічної системи матриць нечітких відношень і оберненого логічного виведення. Пошук коренів ієрархічної системи нечітких логічних рівнянь зведено до розв'язання задачі оптимізації за допомогою генетичного алгоритму. Система діагностичних матриць формується на основі експертних оцінок. Подальше підвищення точності діагностики можливо шляхом настройки нечіткої моделі по наявних експериментальних даних «причини–наслідки».

СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Di Nola A., Sessa S., Pedrycz W., Sanchez E. Fuzzy Relation Equations and Their Applications to Knowledge Engineering. – Dordrecht: Kluwer Acad. Press, 1989. – 278 p.
2. Peeva K., Kyosev Y. Fuzzy Relational Calculus Theory, Applications and Software. – World Scientific Publishing Company, 2004. – 292 p. CD-ROM http://mathworks.net.
3. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Диагностика на основе нечетких отношений // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №12. – С. 113–130.
4. Rotshtein A., Rakytyanska H. Diagnosis Problem Solving using Fuzzy Relations // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – Vol. 16 (3), 2008, pp. 664 – 675.
5. Pedrycz W., Vasilakos A. V. Modularization of fuzzy relational equations // Soft Computing – Springer. Vol. 6 (1), 2002, pp. 33–37.
6. Duan J.-C., Chung F.-L. Multilevel fuzzy relational systems: structure and identification // Soft Computing – Springer. Vol. 6 (2), 2002, pp. 71–86.
7. Campello R., Caradori do Amaral W. Hierarchical fuzzy relational models: linguistic interpretation and universal approximation // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – Vol. 14 (3), 2006, pp. 446 – 453.

Надійшла до редакції 05.10.2008р.

РАКИТЯНСЬКА Г.Б. – аспірантка, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна, *E-mail:* *h_rakit@ukr.net*