

УДК 621.3

А.Я. КУЛИК, Я.А. КУЛИК

## ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ І ОЦІНКА ЇЇ ЕФЕКТИВНОСТІ

*Вінницький національний технічний університет  
95, Хмельницьке шосе, м. Вінниця, 21021, Україна  
Тел. (+380) (0432)598 437. E-mail: kulyk@inaeksu.vstu.vinnica.ua*

**Анотація.** Розглядаються питання проведення комбінованої фільтрації: медіанної – для вилучення імпульсних завад і вейвлет-пакетної – для флуктуаційних. Проведена оцінка її ефективності для різних умов.

**Аннотация.** Рассматриваются вопросы проведения комплексной фильтрации: медианной – для исключения импульсных помех и вейвлет-пакетной – для флуктуационных. Проведена оценка её эффективности для различных условий.

**Abstract.** The questions of realization of a complex filtration are considered: median – for exception of pulse noises and wevelet-batch – for fluctuation. The estimation of its efficiency for various conditions is carried out.

**Ключові слова:** фільтрація, завади, ефективність.

### ВСТУП

Окремим аспектам побудови фільтрів різних типів присвячено багато фундаментальних праць. В них розглядаються питання оптимальної фільтрації сигналів різної форми, проектування аналогових та цифрових, рекурсивних та нерекурсивних фільтрів, в тому числі і адаптивних. Велика увага приділяється також використанню фільтрів для оброблення сигналів різноманітної природи у відповідних галузях науки і техніки. Вейвлети, які набули розповсюдження останнім часом, є базисом для побудови фільтрів на ортогональних функціях цього класу і їх дослідження. В багатьох працях розглядаються саме ці питання. Ортогональний кратномасштабний аналіз і банки вейвлет-фільтрів, які використовуються для цього, так само, як і використання функцій інших базисів, призначаються в основному для аналізу і синтезу зображень, а також мовних процесів. Фільтрація сигналів достатньо докладно розглянута для базису функцій Уолша, але для базису вейвлетів ці питання висвітлені недостатньо.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою оброблення сигналів в системах обміну інформацією є розв'язання двох задач: визначення вірогідних параметрів сигналу, спотвореного дією завад або впливом середовища, яким передається сигнал, та оцінка змін параметрів сигналу під впливом цього середовища [1]. Оскільки процес передавання даних є багатоетапним, то на кожному з них можуть виникати як систематична, так і випадкова складові похибки. Визначення і оцінювання цих складових стає основною задачею при виділенні інформативного сигналу з шуму. Таким чином, оброблення прийнятих даних являє собою складну комплексну задачу, яка вимагає для її розв'язання залучення різноманітних методів та засобів.

### РОЗВ'ЯЗАННЯ ПОСТАВЛЕНОЇ ЗАДАЧІ

Питання побудови медіанних фільтрів розглянуті в літературі [2]. Задіяння коефіцієнта запасу медіанного фільтра надає нові властивості алгоритму фільтрації. Це дозволяє виключити ситуації, коли вхідний сигнал фільтра стає кореневим [348], тобто не змінюється під час проходження крізь нього. Крім цього, алгоритм медіанної фільтрації, побудований для рекурсивного режиму, має суттєво більшу спроможність для згладжування низькоамплітудного шуму.

Таким чином, протягом часу  $[0, T]$  на вхід медіанного фільтра надходить сукупність сигналів  $\hat{x}(t)$ . Інформативний сигнал  $x(t - \tau)$  має невідоме часове розташування  $\tau \in [0, T]$ , причому на цей інтервал припадає багато елементів розподілу за затримкою. Потік імпульсів  $\chi(t)$  має вигляд

$$\chi(t) = \sum_{j=0}^{L-1} \kappa_{\chi,j} \cdot U_{\chi,j} \cdot f(t - \tau_{\chi,j}) \quad (1)$$

де  $U_{\chi,j}$  – амплітуда імпульсу в потоці  $\chi(t)$ ;  $\tau_j$  – його часове розташування;  $\kappa_{\chi,j}$  – коефіцієнт наявності імпульсної завади, який дорівнює одиниці з імовірністю  $p_\chi$  та нулю – з імовірністю  $(1 - p_\chi)$ .

Таке завдання завади відповідає потоку Бернуллі, для якого на інтервалі  $[0, T]$  існує не більше  $L$  точок. Статистика кожної точки характеризується частковою щільністю

$$s_j(\tau_\chi) = p_{\chi,j} \cdot w_j(\tau_\chi) \quad (2)$$

де  $p_{\chi,j}$  – імовірність появи  $j$ -го імпульсу;  $w_j(\tau_\chi)$  – розподіл моментів їх появи.

За умови виконання умови нормування  $\int_0^T w_j(\tau_\chi) d\tau_\chi = 1$ , при  $p_\chi = 1$  (на інтервалі часу  $[0, T]$  наявні всі  $L$

імпульсів) та  $w_j(\tau_\chi) = \delta(\tau - \tau_j)$ , потік  $\chi(t)$  визначається як детермінована імпульсна завада.

Якщо комбінований сигнал  $\hat{x}(t)$  дискретизується за часом з інтервалом  $\Delta T$  і ці відрахунки піддаються ковзній рекурсивній медіанній фільтрації з апертурою  $N$ , то з урахуванням утворювальної функції  $\Theta(z)$  потоку Бернуллі

$$\Theta(z) = \prod_{i=0}^{N-1} (1 + p_{\chi,i} \cdot (z - 1)) = \sum_{i=0}^N p_{\chi,i} \cdot z^i \quad (3)$$

де 
$$p_{\chi,i} = \frac{1}{i!} \cdot \left. \frac{\partial \Theta(z)}{\partial z^i} \right|_{z=0}$$
,

можна записати імовірність вилучення імпульсної завади як

$$p_{np} = \sum_{i=0}^{N-1} p_i \quad (4)$$

або у випадку рівності всіх  $p_j$ , для потоку Бернуллі

$$p_{np}^{(B)} = \sum_{i=0}^{N-1} C_N^i \cdot p_\chi^i \cdot (1 - p_\chi)^{N-i} \quad (5)$$

Якщо  $\frac{p_j}{\sum_{j=0}^{L-1} p_j} \ll 1$ , то потік за своїми властивостями наближається до потоку Пуассона [3], і

$$\Theta(z) = e^{\Lambda(z-1)} \quad (6)$$

де  $\Lambda = \sum_{j=0}^{N-1} p_j \int_0^T w_j(\tau_\chi) d\tau_\chi = \sum_{j=0}^{N-1} p_j = \lambda \cdot N$ ;  $\lambda = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-1} p_j$  – середня інтенсивність пуасонівського

потіку в межах апертури ковзного рекурсивного медіанного фільтра.

Значення  $N \cdot \Delta T$  характеризує часовий інтервал, на якому беруться  $N$  відрахунків. Тоді

$$p_{np}^{(P)} = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Lambda^i}{i!} \cdot e^{-\Lambda} \quad (7)$$

Результати розрахунків імовірностей вилучення імпульсної завади від імовірності  $p_x$  для рекурсивних медіанних фільтрів з різними апертурами показані на рис. 1. Отримані результати вказують на високу ефективність використання фільтрів такого типу.

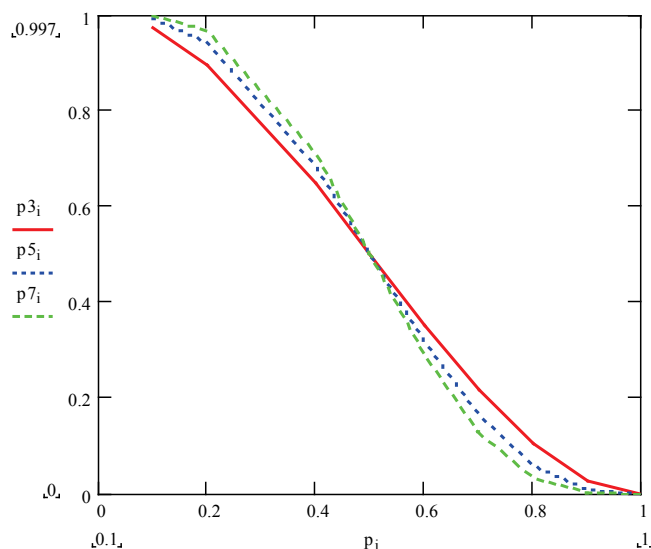


Рис. 1. Розрахунки імовірностей вилучення імпульсної завади  $pN$  від імовірності  $p_x$  для рекурсивних медіанних фільтрів з апертурами  $N = 3, 5, 7$

У випадку використання у вигляді носія функцій Хаара, критичною ситуацією буде лише випадок, коли амплітуди інформативних сигналів і імпульсних завад збігаються, а сигнали знаходяться у протифазі, оскільки в цьому випадку буде зафіксована лише відсутність сигналу (один розряд кодової комбінації). Помилка може виникнути у випадку, коли завада повністю імітує додаткову функцію Хаара, яка використовується для цього каналу. Ця ситуація є гіпотетичною, а в усіх інших випадках інформативний сигнал ідентифікується алгоритмічним шляхом.

Для вилучення флуктуаційних завад можуть використовуватися декілька видів. Вони будуються на базі розкладання функції, яка описує вхідний сигнал на суму базисних ортогональних функцій. Це можуть бути поліноми Чебишева, Лежанра, Уолша тощо. Останнім часом широко використовуються фільтри, реалізовані в базисі вейвлет-функцій і призначені для оброблення відео зображень та часових рядів [4]. Фільтр задається за допомогою оператора згортання

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\phi}(\tau) \cdot x(t - \tau) \cdot d\tau \quad (8)$$

де  $h_{\phi}(\tau)$  – вагова функція фільтра, яка задовольняє умову  $\int_{-\infty}^{\infty} h_{\phi}(\tau) d\tau = 1$ .

Перетворенням Фур'є можна отримати

$$Y(\omega) = H_{\phi}(\omega) \cdot X(\omega) \quad (9)$$

Пряме та зворотнє вейвлет-перетворення визначається парою рівнянь

$$y^{TW}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) \cdot dt \quad ; \quad (10)$$

$$x(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} y^{TW}(a, b) \cdot \psi \left( \frac{t-b}{a} \right) \cdot \frac{1}{a^2 \sqrt{a}} da db \quad (11)$$

Порівнюючи (10) та (8), можна зробити висновок, що вейвлет-перетворення є фільтром початкової функції  $x(t)$ . Здійснюючи перетворення Фур'є до (10) за змінною  $b$ , можна отримати передатну функцію вейвлет-перетворення в загальному вигляді

$$H_{\phi}(\omega) = \sqrt{a} \cdot \psi^*(a, \omega) \quad (12)$$

З урахуванням необхідності нормування останнього виразу

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \cdot |\omega|^{-1} \cdot d\omega < \infty \quad (13)$$

завдяки чому  $\psi(0) = 0$  та  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ , а умовою (12) буде  $H_{\phi}(0) = 0$ . Для кожного значення масштабу  $a >$

0 максимальне значення  $H_{\phi}(\omega)$  припадає на частоту  $\omega_{\max} = C_{\psi}/a$ , причому значення коефіцієнта  $C_{\psi}$  визначається видом вейвлета. При збільшенні параметра  $a$  ефективна ширина  $H_{\phi}(\omega)$  зменшується, тобто вейвлет-перетворення виступає як фільтр зі змінною шириною смуги пропускання. Для кожного значення масштабного коефіцієнта  $a > 0$  величини  $y^{TW}(a, b)$  являють собою результат смугової фільтрації, центр якої відповідає значенню масштабного коефіцієнта  $a$ .

Для даного випадку подавлення флукуаційного шуму необхідно здійснювати в декілька етапів:

- розкладання сигналу в базисі вейвлету;
- вибір порогового значення шуму для кожного рівня розкладання;
- порогове фільтрування коефіцієнтів деталізації;
- реконструювання сигналу.

Розподіл сигналу на високочастотну та низькочастотну складові здійснюється за принципом кратномасштабного аналізу. Характерним є те, що для такої процедури можуть використовуватись каскадні алгоритми швидких перетворень для вейвлетів різних типів. Принципи кратномасштабного аналізу подані в літературі [4]. Розкладання функцій у вейвлетні ряди на завданому рівні  $m$  виконується за формулою

$$x(t) = \sum_k c_{m,k} \cdot \varphi_{m,k} + \sum_{n>m,k} d_{n,k} \cdot \psi_{n,k} \quad (14)$$

$$c_{m,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \varphi_{m,k}(t) \cdot dt \quad d_{n,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \psi_{n,k}(t) \cdot dt$$

де

Методики розкладання функцій в базисах різних вейвлет-функцій докладно розглянуті в літературі [4]. Якщо материнська функція  $\psi(t)$  та скейлінг  $\varphi(t)$  існують в явному вигляді, то перетворення можна здійснювати за формулою (14), але в більшості випадків здійснюється конструювання вейвлетів за принципом пошуку коефіцієнтів  $h_k$  та  $g_k$ , які являють собою коефіцієнти операторів однобічних узгоджених цифрових фільтрів визначення сигналу, які називають також квадратурними дзеркальними. Використання гаусівських вейвлетів Wave та МНАТ, а також вейвлетів Морле для розв'язання цієї задачі знайшло обмежене використання. Це пов'язано з тим, що вони відносяться до грубих або комплексних вейвлетів і характеризуються відсутністю скейлінг-функції  $\varphi(t)$ . Материнський вейвлет  $\psi(t)$  для них не має компактного носія, аналіз в цих базисах не ортогональний і

повна реконструкція сигналів не гарантується. Ширше використовуються вейвлети Добеши, комплекти та симплети, не дивлячись на те, що функції в явному вигляді для них не існують.

Кратномасштабний аналіз (рис. 2) при послідовному збільшенні значень  $m$  призводить до природної форми швидких ітераційних обчислень

$$\begin{aligned} c_{m+1,k} &= \sum h_k \cdot c_{m,2k+n}, \\ d_{m+1,k} &= \sum_{(k+1)\Delta t}^n g_n \cdot c_{m,2k+n}, \\ c_{0,k} &= \int_{k\Delta t} x(t) \cdot \varphi(t-k) \cdot dt. \end{aligned} \quad (15)$$

Останнє рівняння можна використовувати лише за наявності  $x(t)$  в аналітичному вигляді. Для реальної ситуації подання сигналу  $x(t)$  у вигляді часового ряду, в якості значень  $c_{0,k}$  приймаються початкові значення  $x(k\Delta t)$ . Зворотнє швидке вейвлет-перетворення (рис. 2, б) являє собою послідовне збирання сигналу від великих значень  $m$  до малих

$$x(t) = \sum_{n \in I} c_{m,n} \cdot h_{k-2n} + \sum_{n \in I} d_{m,n} \cdot g_{k-2n}, \quad (16)$$

і забезпечує реконструкцію функції за значеннями її вейвлет-коефіцієнтів з будь-якого рівня розкладання. В матричному вигляді процес перетворення на кожній стадії можна подати у вигляді

$$\mathbf{c}_i = \mathbf{H} \cdot \mathbf{c}_{i-1}; \quad (17)$$

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{G} \cdot \mathbf{d}_{i-1}, \quad (18)$$

де  $\mathbf{H}, \mathbf{G}$  – матриці коефіцієнтів  $N \times N$ .

Для вейвлета Добеши  $db^4$  ( $M = 2$ ) матриця коефіцієнтів фільтра  $\mathbf{H}$  має вигляд (20). Значення коефіцієнтів  $h_i$  розраховуються для кожного з видів фільтрів окремо і для даного випадку складають:  $h_0 = 0,483$ ,  $h_1 = 0,837$ ,  $h_2 = 0,224$ ,  $h_3 = -0,129$ . Методика розрахунку коефіцієнтів фільтрів достатньо повно розглянута в літературі [360, 364]. Матриця  $\mathbf{G}$  будується аналогічно з урахуванням властивостей дзеркальності і квадратурності фільтрів

$$g_k = (-1)^k \cdot h_{2M-1-k}, \quad (19)$$

звідки  $g_0 = h_3$ ,  $g_1 = -h_2$ ,  $g_2 = h_1$ ,  $g_3 = -h_0$ . Після цього необхідно здійснювати децимацію, оскільки обидві складові, що визначають характер і локалізацію сигналу мають подвійну надлишковість. З урахуванням скорочення кількості значень удвічі, матриці  $\mathbf{H}$  та  $\mathbf{G}$  можна подати у вигляді (21) та (22).

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & h_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_1 & h_2 & h_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_3 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_0 & h_1 & h_2 \\ h_2 & h_3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_0 & h_1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_2 & h_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_2 & h_3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_0 & h_1 \end{pmatrix}; \quad (21)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 & -h_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_1 & -h_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 \\ h_1 & -h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_3 & -h_2 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

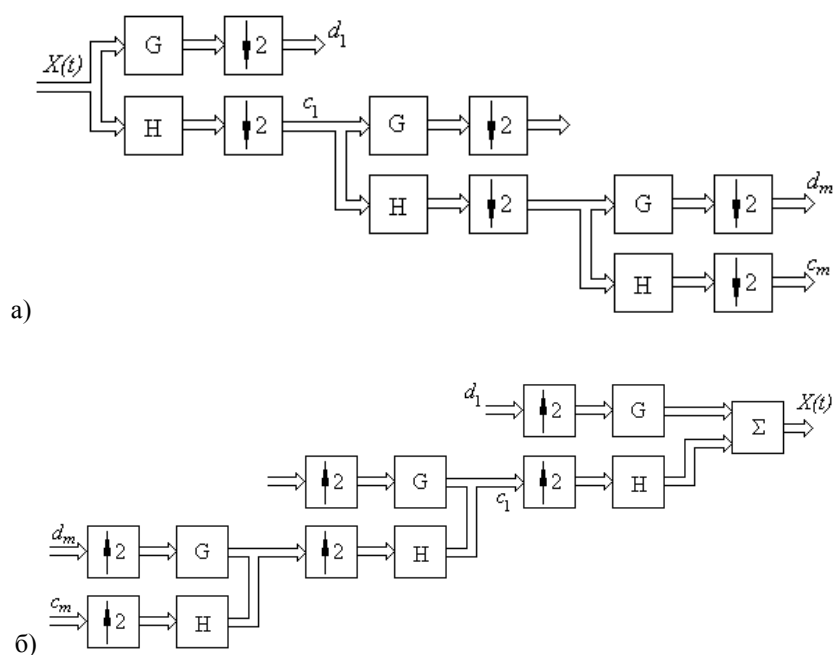


Рис. 2. Структура процесу вейвлет-фільтрації: а – аналіз (розкладання) сигналу; б – синтез (відновлення) сигналу.

Повне розкладання сигналу можна здійснити за допомогою вейвлет-пакета, схема перетворення якого наведена на рис. 3.

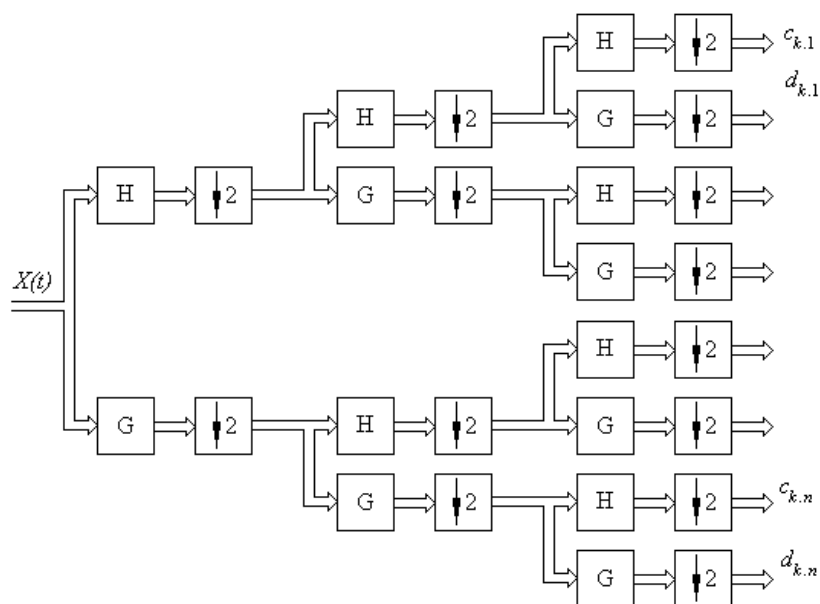


Рис. 3. Структура процесу фільтрації вейвлет-пакетом

Алгоритм Малла, дозволяє за допомогою коефіцієнтів  $h_k$  та  $g_k$  фільтрів здійснювати аналіз та синтез сигналів.

Оброблення височастотних складових розкладання  $TWG(x)$  можна здійснювати за жорстким або м'яким алгоритмами, які описуються відповідно (23) та (24)

$$d_m = \begin{cases} 0, & |d_m| < d_{nop}; \\ d_m, & |d_m| \geq d_{nop}, \end{cases} \quad (23)$$

$$d_m = \begin{cases} 0, & |d_m| < |d_{nop}|; \\ \text{sign}(d_m) \left( |d_m| - |d_{nop}| \right), & |d_m| \geq |d_{nop}|, \end{cases} \quad (24)$$

де  $d_{nop}$  – порогове значення коефіцієнтів.

В літературі [5] розглядається метод, призначений для подавлення шуму, адаптований до розривних сигналів. Він може ефективно використовуватись у випадках, коли частота зміни розривних сигналів невисока (кількість відрахунків на одному імпульсі достатньо велика  $T_{ADC} \ll \tau$ ) або коли немає необхідності в обробленні інформації в режимі реального часу. Особливості процесу передавання інформації, особливо на високих швидкостях, суттєво обмежують його використання. Крім цього, немає необхідності в точному відтворенні форми сигналу. Оскільки для ідентифікації сигналу суттєвим є значення сигналу посередині часового інтервалу  $\tau$ , то вплив ефекту Гібса в цьому випадку є незначним. Порогове значення компоненти  $d_{nop}$  може вибиратися за правилом універсального порогу Донохо

$$d_{nop} = \sigma_{\xi} \cdot \sqrt{2 \ln N}, \quad (25)$$

або з умови зберігання 95% сигналу

$$E = \left( \frac{\sum_i (x_i)^2}{\sum_i (\hat{x}_i)^2} \right)^2 \cdot 100\%, \quad (26)$$

де  $x_i$  – складові відновлюваного сигналу.

Після проведення медіанної фільтрації на інтервалі  $[0, T]$  сигнал має вигляд

$$\hat{f}(t) = v \cdot x(t - \tau) + \chi_3(t) + \xi_{\phi}(t), \quad (27)$$

де  $\chi_3(t)$  – залишкова імпульсна завада;  $\xi_{\phi}(t)$  – флуктуаційна завада.

Залишкова імпульсна завада  $\chi_3(t)$  визначається з виразу

$$\chi_3(t) = \sum_{j=0}^{L-1} \kappa_{\chi,j} \cdot c_{\chi,j} \cdot f(t - \tau_{\chi,j}), \quad (28)$$

де  $\kappa_{\chi,j} = 0$  з імовірністю  $(1 - p_{np})$ , а імовірність  $p_{np}$  визначається співвідношеннями (5) або (7). Сигнал, який описується виразом (26), піддається обробленню з метою визначення інформативного сигналу  $v \cdot x(t - \tau)$  на фоні флуктуаційного шуму  $\xi_{\phi}(t)$ . На вході приймача формується сигнал

$$\begin{aligned} \hat{y}_{np}(\tau) &= \int_0^T \hat{y}(t) \cdot \mathcal{G}(t, \tau) \cdot dt = \int_0^T v \cdot f(t - \tau) \cdot \mathcal{G}(t, \tau) \cdot dt + \\ &+ \sum_{j=0}^{L-1} \kappa_{\chi,j} \cdot c_{\chi,j} \cdot \int_0^T f(t - \tau) \cdot \mathcal{G}(t, \tau) \cdot dt + \int_0^T \xi_{\phi}(t) \cdot \mathcal{G}(t, \tau) \cdot dt \end{aligned} \quad (29)$$

де  $\mathcal{G}(t, \tau)$  – опорна функція фільтра, яку можна визначити з рівняння  $\int_0^T R_{\xi}(t-x) \cdot \mathcal{G}(t, \tau) \cdot dx = f(t-\tau)$ ,

$R_{\xi}(t-x)$  – кореляційна функція шуму.

Рівняння (29) визначає відгук приймача на сигнал та завади і може бути подане у вигляді (30).

Нормовані функції  $S(\tau_0, \tau)$  та  $S(\tau_0, \tau_j)$  необхідно вважати неперервними, причому  $S(\tau_0, \tau_0) = 1$  та  $S(\tau_j, \tau_j) = 1$ .

Параметр  $h_j$  має сенс відношення сигнал/завада для  $j$ -го імпульсу потоку на виході лінійної частини приймача.

Абсолютний максимум вихідного сигналу  $\hat{y}_{np}(t)$  може спричинитися інформативним сигналом,  $j$ -м імпульсом завади або шумовим викидом  $\eta(t)$ . З урахуванням методики розрахунку помилок першого і другого роду, враховуючи особливості процесу передавання, можна знайти їх чисельні значення. Функція розподілу адитивного гаусівського шуму в загальному вигляді наведена в літературі, а для цього випадку на інтервалі  $[0, T]$  визначається з виразу (31).

Імовірності помилок першого роду (помилкове повідомлення)  $p_I$  та другого роду (пропуск повідомлення)  $p_{II}$  визначаються відповідно виразами (32) та (33).

$$\hat{y}_{np}(\tau) = h_{np}^2 \cdot S(\tau_0, \tau) + \sum_{j=0}^{L-1} \frac{\kappa_{\chi, j}}{h_j} \cdot h_{np}^2 \cdot S_j(\tau_0, \tau_j) + h_{np} \cdot \eta(t), \quad (30)$$

де  $S(\tau_0, \tau) = \frac{\nu}{h_{np}^2} \int_0^T f(t-\tau) \cdot \mathcal{G}(t, \tau) \cdot dt$  – нормована функція інформативного сигналу;

$S_j(\tau_0, \tau_j) = \frac{h_j \cdot \kappa_{\chi, j}}{h_{np}^2} \int_0^T f(t-\tau_j) \cdot \mathcal{G}(t, \tau_0) \cdot dt$  – нормована функція імпульсного шуму.

$$F_{\eta}(x) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\tau \cdot n}{2\pi \cdot T_{ADC}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right), & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (31)$$

$$p_I = 1 - p(U_{ном}, h) \cdot F_{\eta}(h_{np}); \quad (32)$$

$$p_{II} = p_{ном} \cdot p(U_{ном}, h) \cdot F_{\eta}(h_{np}), \quad (33)$$

де  $p_{ном} = F\left(\frac{U_c - U_{ном}}{U_{\xi}}\right)$ .

З урахуванням того, що передавання здійснюється в біполярному режимі, імовірності помилок будуть дорівнювати

$$p_I = p_{II} = p_{ном} \cdot p(U_{ном}, h) \cdot F_{\eta}(h_{np}), \quad (34)$$

Імовірність правильного приймання буде складатися з того, що імпульсну заваду не пропустить медіанний фільтр, або амплітуда його не перевищить порогового значення для кожного з імпульсів завади

$$p(U_{ном}, h) = \prod_{j=0}^{L-1} (p_{np} + (1 - p_{np}) \cdot p(\chi/U_{\chi} < U_{ном})). \quad (35)$$

Умовну імовірність в цьому випадку можна визначити як



$$p(\chi/U_\chi < U_{nop}) = F\left(\frac{U_{nop}}{U_\xi} - \frac{U_c}{U_{\chi.j}}\right). \quad (36)$$

Тоді

$$p(U_{nop}, h) = \prod_{j=0}^{L-1} \left( p_{np} + (1 - p_{np}) \cdot F\left(\frac{U_{nop}}{U_\xi} - \frac{U_c}{U_{\chi.j}}\right) \right), \quad (37)$$

Для випадку однакових амплітуд імпульсів у потоці виконуються умови  $(1 - p_j) = (1 - p_\chi)$  та  $h_j = h_\chi$ . Оскільки  $p_{np} \rightarrow 1$ , а  $(1 - p_{np}) \rightarrow 0$ , то можна записати

$$p(U_{nop}, h) = 1 - L \cdot (1 - p_{np}) \cdot F\left(\frac{U_{nop}}{U_\xi} - \frac{U_c}{U_\chi}\right). \quad (38)$$

На рис. 4 показані помилки першого та другого роду без включення до схеми приймача медіанного фільтра та з ним.

Графіки помилок для увімкнення фільтрів в різній конфігурації наведені на рис. 5. Результати показують, що вплив фільтрів особливо суттєвим є при малих значеннях співвідношення сигнал/шум, причому вплив медіанного фільтра виявляється дуже значним.

На рис. 6 подані залежності імовірності помилок першого та другого роду для біполярного режиму передавання залежно від співвідношення сигнал/шум при різних значеннях роздільної здатності за часом.

Розрахунки проводились для умов медіанної фільтрації з мінімальним значенням  $N = 3$  та максимальним  $N = 9$  відрахунків на один інформативний імпульс із увімкненням вейвлет-фільтра. Результати показують достатньо високі показники імовірностей.

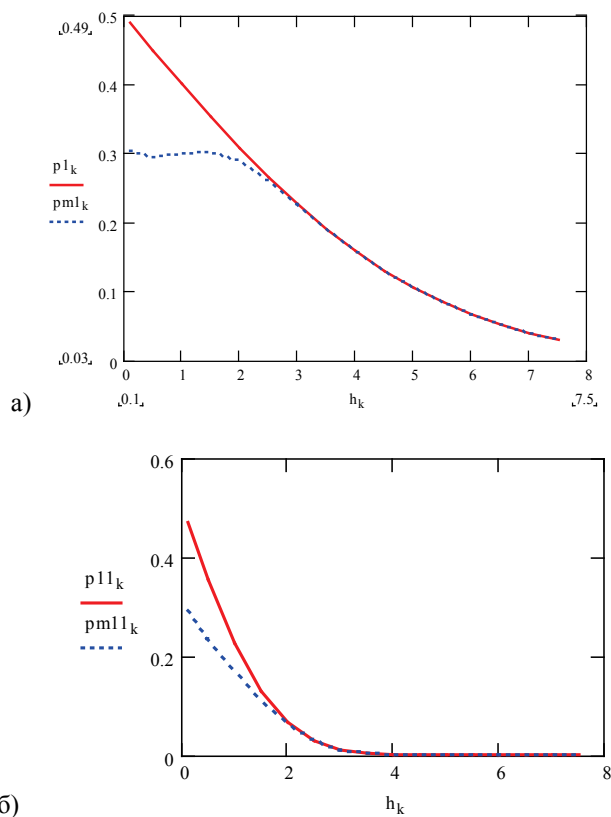


Рис. 4. Імовірності помилок першого  $p_I$  (а) та другого  $p_{II}$  (б) роду залежно від співвідношення сигнал/шум:  $p$  – імовірності помилок без медіанного фільтра;  $pm$  – імовірності помилок при увімкненні медіанного фільтра

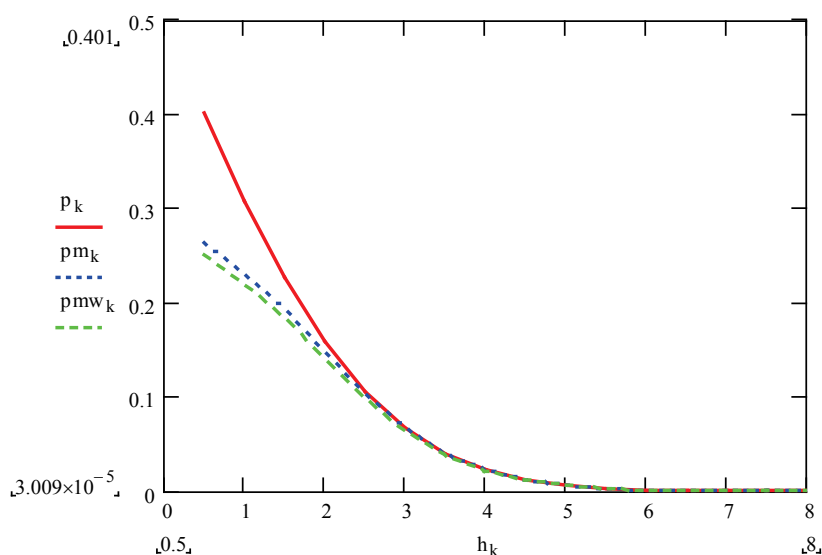


Рис. 5. Імовірності помилок першого та другого роду для біполярного режиму передавання залежно від співвідношення сигнал/шум:  $p$  – імовірності помилок без фільтра;  $pm$  – імовірності помилок при увімкненні медіанного фільтра;  $pmw$  – імовірності помилок при увімкненні медіанного і вейвлет-пакетного фільтрів

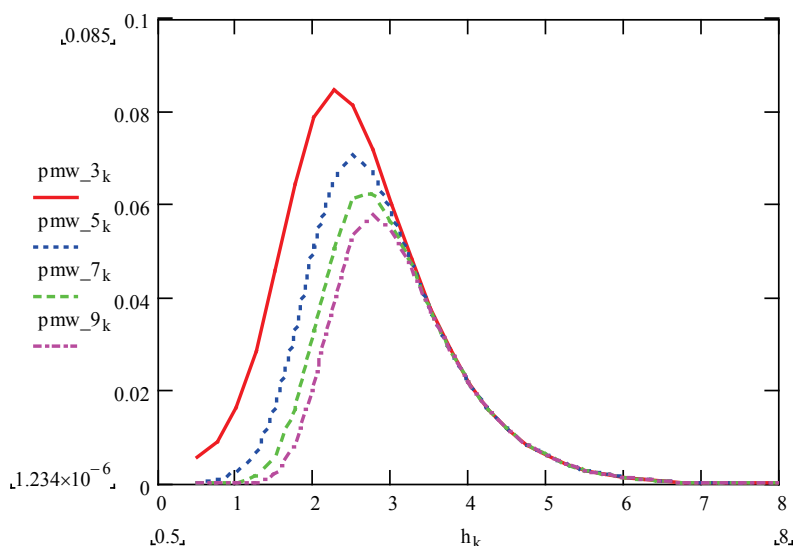


Рис. 6. Імовірності помилок першого та другого роду для біполярного режиму передавання залежно від співвідношення сигнал/шум при різних значеннях роздільної здатності за часом

### ВИСНОВКИ

Проведений аналіз показав, що найбільш суттєвий вплив здійснюють імпульсні завади, а флуктуаційні – менший. Таким чином, необхідно здійснювати двоетапну фільтрацію з вилученням імпульсних завад за допомогою медіанного фільтра та флуктуаційних – за допомогою вейвлет-пакетів, що дозволило підвищити її ефективність. Проведено розрахунки імовірності вилучення завад при використанні медіанного та вейвлет-пакетного фільтрів, а також без них, що підтвердило високу ефективність двоетапної фільтрації сигналів (імовірності помилок I та II роду зменшуються на 20%).

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Марчук В. И. Повышение достоверности первичной обработки результатов измерений: тр. 5-й Междунар. конф. "Цифровая обработка сигналов и её применение (DSPА-2003)" [Електронний ресурс] / В. И. Марчук. – С.-Пб.: ЗАО АВТЭКС. – 2003 – Режим доступу: <http://www.autex.spb.ru>.
2. Кулик А.Я. Алгоритм швидкого оброблювання значень для медіанних фільтрів: Матер. междунар. научн.-практ. конф. „Научные исследования и их практическое применение” /

- Кулик А.Я., Томкив В.В., Кулик Я.А., Кулик О.А. – Одесса. – 1 – 15 октября 2007 г. – Т. 3. – С. 9 – 16.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М.: Советское радио, 1974. – 552 с.
  4. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике / В. П. Дьяконов. – М.: Солон-Р, 2002. – 448 с.
  5. Ласточкин А. В. Метод удаления шума на основе вейвлет-обработки, адаптированный к разрывным сигналам: тр. 5-й Междунар. конф. “Цифровая обработка сигналов и её применение (DSPА-2003)” [Электронный ресурс] / А. В. Ласточкин, В. Ю. Кобелев. – С.-Пб.: ЗАО АВТЭКС. – 2003. – Режим доступа: <http://www.autex.spb.ru>

Надійшла до редакції 14.09.2010р.

**КУЛИК АНАТОЛІЙ ЯРОСЛАВОВИЧ** – д.т.н., професор кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

**КУЛИК ЯРОСЛАВ АНАТОЛІЙОВИЧ** – студент факультету автоматики та комп’ютерних систем управління ІнАЕКСУ, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.