

---

---

## ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННИ ПРИБОРИ ТА КОМПОНЕНТИ В ЛАЗЕРНИХ І ЕНЕРГЕТИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ

---

---

УДК 681.784.83, PACS 07.60.Pb

В.Н. БОРОВИЦКИЙ, В.В. ЧЁРНАЯ

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ ФОКУСА ЧАСТИЧНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВЫСОКОАПЕРТУРНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

*Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт»,  
пр. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина,  
Тел.: +38 044 454 94 77, E-mail: vborovytsky@yahoo.com*

**Аннотация.** В работе предложен математический аппарат для вычисления трехмерного распределения интенсивности возле точки фокуса высокоапертурной оптической системы в случае квазимонохроматического частично поляризованного света. Предложенный математический аппарат основан на принципе Гюйгенса-Френеля: поверхность выходного зрачка рассматривается как множество элементарных вторичных частично поляризованных и частично когерентных источников излучения. Интенсивность в каждой точке в окрестности точки фокуса может быть вычислена как суперпозиция комплексных амплитуд волн вторичных источников излучения, которая рассчитана с учетом типа их поляризации, комплексной степени поляризации, ориентации апертуры фотоприемника и длины когерентности излучения.

**Анотація.** В роботі представлений математичний апарат для обчислення трьохмірного розподілення інтенсивності біля точки фокусу високо апертурної оптичної системи у випадку квазімонохроматичного частково поляризованого світла. Запропонований математичний апарат оснований на принципі Гюйгенса-Френеля: поверхня вихідної зіниці розглядається як множина елементарних вторинних частково поляризованих і частково когерентних джерел випромінювання. Інтенсивність в кожній точці в околиці точки фокусу може бути обчислена як суперпозиція комплексних амплітуд хвиль вторинних джерел випромінювання.

**Abstract.** The paper presents the mathematical technique for calculation of three dimensional intensity distribution near a focal point of a high aperture optical system in case of quasi monochromatic partly polarized light. It is based on Huygens-Fresnel principle: spherical wave at an exit pupil is considered as a numerous set of elementary secondary partly polarized light sources. The total intensity is calculated as superposition of complex wave amplitudes taking into account polarization orientation, complex degree of polarization, orientation of detector aperture and coherence length of quasi-monochromatic light.

**Ключевые слова:** интенсивность, поляризация, оптическая система, апертура, когерентность.

#### ВВЕДЕНИЕ

М. Борн и Э. Вольф представили математический аппарат для вычисления распределения интенсивности в окрестности точки фокуса оптической системы (ОС) с использованием парааксиальной аппроксимации И. Дебая [1, 2]. В настоящее время этот математический аппарат считается классическим для описания дифракционных явлений при формировании изображения ОС. При этом для получения результата в аналитической форме были приняты два основных допущения: первое – о малости относительного отверстия ОС, второе – о малости длины волны по сравнению с диаметром входного зрачка. Следующим шагом было определение распределения интенсивности в фокальной плоскости когерентной и не когерентной ОС путем выполнения двухмерного преобразования Фурье плоской

зрчкової функції ОС или их автокорреляційної функції [3]. Позже этот метод был расширен А. С. Островским для частично когерентных ОС [4, 5]. К. Шеппарт, С. Торок, Т. Вилсон, С. Хелл и другие оптики рассмотрели трехмерные векторные оптические передаточные функции для высокоапертурных ОС (ВА ОС), которые рассчитывались как результат трехмерного преобразования Фурье пространственных зрчковых функций ОС или их автокорреляционных функций [6-8].

В настоящее время ВА ОС широко используются во многих приборах – оптические микроскопы, системы технического зрения, оборудование для фотолитографии, объективы цифровых камер и т.д. В ряде этих приборов используются источники частично когерентного и частично поляризованного излучения – светодиоды, полупроводниковые лазеры и другие. Это означает, что ВА ОС должна формировать оптическое изображение с максимально возможной пространственной разрешающей способностью в случае частично когерентного и частично поляризованного излучения.

К сожалению, известный математический аппарат векторной теории дифракции для случая ВА ОС не позволяет рассчитать трехмерное распределение интенсивности в окрестности точки фокуса ВА ОС в случае, когда оптическое излучение является частично когерентным и частично поляризованным. Данная работа – это попытка решения этой научной задачи определения такого трехмерного распределения интенсивности путем расширения векторной теории дифракции на общий случай частично когерентного и частично поляризованного излучения.

### ТРЕХМЕРНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Рассмотрим процесс формирования трехмерного изображения ВА ОС в случае частично когерентного и частично поляризованного оптического излучения. Для этого примем следующие допущения, допустимые с точки зрения инженерной практики:

1) Длина волны оптического излучения значительно меньше, чем фокусное расстояние ВА ОС. Так типовые микрообъективы с максимальной числовой апертурой имеют фокусное расстояние порядка 1,6 – 2,0 мм, когда размеры их пятен рассеяния меньше чем 0,001 мм [9].

2) ВА ОС является телецентрической, дифракционно-ограниченной ОС с осевой симметрией поверхности зрчка [9]. Допущение про дифракционную ограниченность ОС необходимо принять для исследования истинного изображения формированием физических процессов без влияния аберраций [6-8]. В случае телецентрической ОС сферические волны в плоскости выходного зрчка имеют одинаковую форму (рис. 1). Допущение про осевую симметрию ОС обусловлено инженерной практикой: большинство ОС для формирования изображений обладают осевой симметрией [9].

3) Интенсивность будет рассчитываться на элементарной площадке с заданной ориентацией в пространстве [10].

4) Каждая плоская волна телецентрично преобразуется ВА ОС в сферическую волну, центр которой будет располагаться в фокальной плоскости ВА ОС. Существует взаимосвязь между линейными координатами центра сферической поверхности волнового фронта в фокальной плоскости и угловыми координатами входного волнового фронта в плоскости входного зрчка.

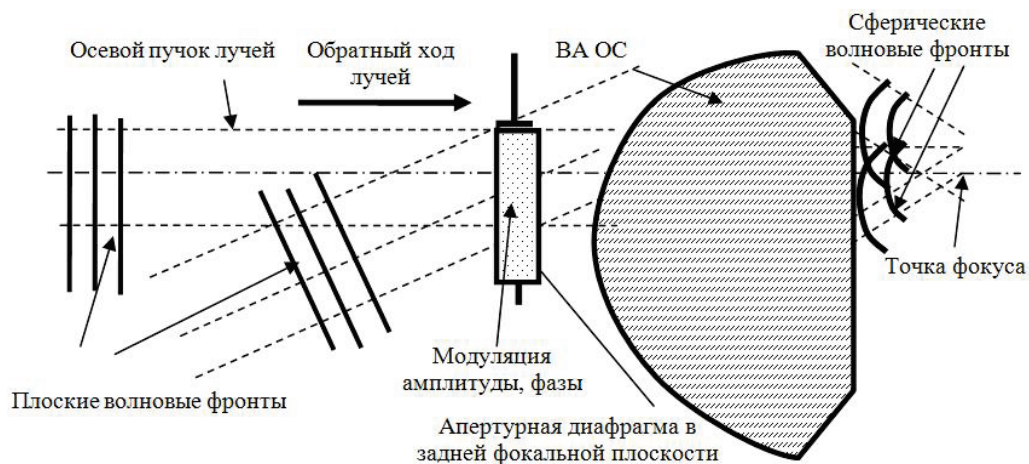


Рис. 1. Преобразование волн в телецентрической ВА ОС

5) Оптическое излучение является частично когерентным и частично поляризованным [11, 12].

Как квазимонохроматическое излучение, оно имеет определенную длину когерентности. Степень частичной временной когерентности может быть найдена по данным об оптической разности хода и длины когерентности [11, 12]. Для упрощения математического аппарата, мы обосновали, что комплексная степень когерентности является отдельной комплексной степенью временной когерентности и комплексной степенью пространственной когерентности.

6) Оптическое излучение – частично поляризовано [1, 11, 12]. Вектор Джонса, определяющий тип поляризации и вектор Стокса, учитывающий частичную поляризацию.

7) ВА ОС может иметь транспарант для модуляции амплитуды, фазы и поляризации в плоскости входного зрачка (рис. 1).

### ОБЩЕЕ ТРЕХМЕРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ

Рассмотрим формирование трехмерного изображения объекта ВА ОС: входящие плоские волны попадают во входной зрачок ВА ОС (рис. 1). ВА ОС преобразовывает входящую плоскую волну в выходящую сферическую волну. В результате интенсивность является пропорциональной суперпозиции с учетом интерференции всех волн приходящих от элементарных вторичных источников излучения (рис. 2). Обратим внимание, что эту суперпозицию требуется рассчитать с учетом влияния частичной когерентности и частичной поляризации.

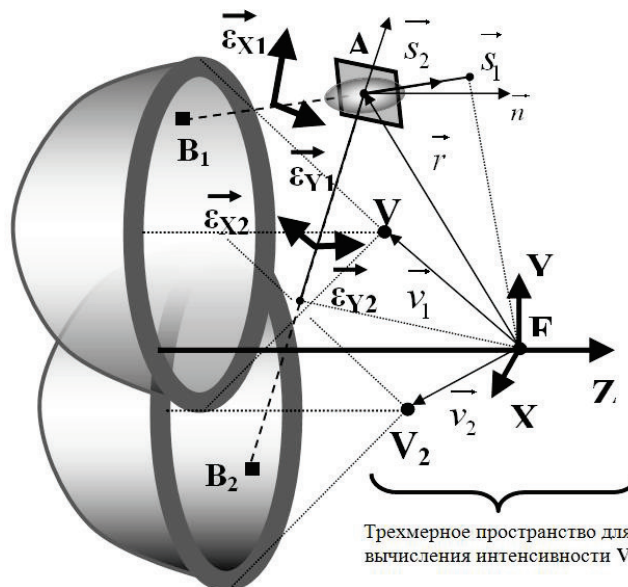


Рис. 2 Вычисление значения интенсивности в элементарной площадке А

Целесообразно вычислить искомое значение интенсивности как сумму скалярных произведений всех комбинаций пар комплексных поляризованных волн с учетом их частичной когерентности (рис. 2). С точки зрения математики означает, что для нахождения трехмерного распределения интенсивности в каждой точке пространства изображения требуется выполнить два двойных интегрирования по сферическим поверхностям выходного зрачка ВА ОС. При интегрировании следует ввести весовые функции для учета влияния частичной поляризации, частичной временной и пространственной когерентности, а также ориентации элементарной площадки А. В отличие от большинства работ, в предложенных формулах использовались угловые декартовы координаты вторичных источников на сферических поверхностях вместо полярных угловых координат. Это упрощает предложенный математический аппарат и делает его более понятным [10]. Формула для вычисления трехмерного распределения интенсивности примет следующий вид:

$$\cdot \left( \begin{matrix} J_{xx}(\vec{s}_2) \cdot e_{x2} + J_{xy}(\vec{s}_2) \cdot e_{y2} \\ J_{yx}(\vec{s}_2) \cdot e_{x2} + J_{yy}(\vec{s}_2) \cdot e_{y2} \end{matrix} \cdot \vec{\varepsilon}_{x2} \right)^* \cdot w(\vec{s}_2, \vec{n}) \cdot p^*(\vec{s}_2) \cdot \exp\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \vec{s}_2 \cdot (\vec{r} - \vec{v}_2)\right) \cdot d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2 =$$

$$\begin{aligned}
 &= I(x, y, z, \eta_x, \eta_y) = \operatorname{Re} \left( K_E \cdot \iiint_V E(v_{X1}, v_{Y1}, v_{Z1}) \cdot dv_{X1} \cdot dv_{Y1} \cdot dv_{Z1} \times \right. \\
 &\times \iiint_V E(v_{X2}, v_{Y2}, v_{Z2}) \cdot dv_{X2} \cdot dv_{Y2} \cdot dv_{Z2} \cdot \iint_{\Omega_A: (\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} \iint_{\Omega_A: (\alpha_{X2}^2 + \alpha_{Y2}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_x, n_y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \times \\
 &\times \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x - v_{X1} \\ y - v_{Y1} \\ z - v_{Z1} \end{vmatrix} \right) \cdot \mu_{12}(v_{X1}, v_{Y1}, v_{Z1}, v_{X2}, v_{Y2}, v_{Z2}) \times \\
 &\times \sin c \left( \pi \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} s_{X2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Y2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Z2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \right) \cdot \exp(j \cdot \varphi_{12}) \times \\
 &\times \left| \begin{matrix} (J_{XX}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{X1} + J_{XY}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{Y1}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \\ (J_{YX}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{X1} + J_{YY}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{Y1}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \end{matrix} \right| \cdot 0.5 \cdot \begin{vmatrix} 1 + \frac{S_1}{S_0} & S_2 + j \cdot S_3 \\ \frac{S_2 - j \cdot S_3}{S_0} & 1 - \frac{S_1}{S_0} \end{vmatrix} \times \\
 &\times \left| \begin{matrix} (J_{XX}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{X2} + J_{XY}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{Y2}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^* \\ (J_{YX}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{X2} + J_{YY}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{Y2}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^* \end{matrix} \right| \cdot w(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}, n_x, n_y) \cdot p^*(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \times \\
 &\times \exp \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x - v_{X2} \\ y - v_{Y2} \\ z - v_{Z2} \end{vmatrix} \right) \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \cdot d\alpha_{X2} \cdot d\alpha_{Y2} \Big)
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = I(x, y, z, \eta_x, \eta_y)$  – трехмерное распределение эффективной интенсивности;  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  – вектор, который определяет место нахождения элементарной площадки  $A$  относительно точки фокуса  $F$ ; этот вектор имеет декартовы координаты  $(x, y, z)$ ;  $K_E, j$  – константа, соответственно:  $j^2 = -1$ ;  $T$  – символ транспонирования векторов или матриц;  $E(v_1) = E(v_{X1}, v_{Y1}, v_{Z1})$ ,  $E(v_2) = E(v_{X2}, v_{Y2}, v_{Z2})$  – скалярные амплитуды волн, формирующиеся точечными источниками;  $(e_{X1}, e_{Y1})$ ,  $(e_{X2}, e_{Y2})$  – комплексное значение векторов Джонса;  $J_{XX}(s_1), J_{XY}(s_1), J_{YX}(s_1), J_{YY}(s_1)$  – значения матрицы Джонса, как функция угловых координат вектора  $s_1$  сферической поверхности зрачка;  $(e_{X1}, e_{Y1})$ ,  $(e_{X2}, e_{Y2})$  – векторы, которые определяют направление в пространстве  $X, Y$ ;  $R(s_1)$  – матрица для вычисления векторных координат после вращения в трехмерном пространстве;  $s_1 = (s_{X1}, s_{Y1}, s_{Z1}) = (s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}), s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}), s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}))$ ,  $s_2 = (s_{X2}, s_{Y2}, s_{Z2}) = (s_{X2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}), s_{Y2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}), s_{Z2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}))$  – векторы, которые определяют направление элементарных источников  $V_1$  и  $V_2$  относительно точки  $A$  (Приложение А); их длины равны единице;  $\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}$  – декартовы угловые координаты вектора  $s_1$ ;  $p(s_1)$  – комплексная зрачковая функция, как функция угловых координат вектора  $s_1$  на сферической поверхности зрачка;  $\sigma_A$  – угловая апертура ВА ОС;  $\lambda$  – длина волны квазимонохроматического оптического излучения;  $g_{11}(s_1, s_2, v_1, v_2, \mathbf{r}), g_{12}(s_1, s_2, v_1, v_2, \mathbf{r}), g_{21}(s_1, s_2, v_1, v_2, \mathbf{r}), g_{22}(s_1, s_2, v_1, v_2, \mathbf{r})$  – нормированные комплексные элементы матрицы, которые определяют степень частичной поляризации, частичной временной когерентности и частичной пространственной когерентности; согласно допущению, эта матрица, может быть представлена через три составляющие отвечающие за частичную поляризацию, частичную временную когерентность и частичную пространственную когерентность:

$$\begin{pmatrix} \vec{g}_{11} \\ \vec{g}_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{r} \\ \vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{g}_{12} \\ \vec{g}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{r} \\ \vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{r} \end{pmatrix} = \mu_{12}(v_{x1}, v_{y1}, v_{z1}, v_{x2}, v_{y2}, v_{z2}) \cdot \gamma_{12}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}, \alpha_{x2}, \alpha_{y2}, x, y, z) \cdot \begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{vmatrix}$$

$\mu_{12}(v_1, v_2)$  – нормированная комплексная степень частичной пространственной когерентности; в общем это характеризует распределение когерентности в трехмерном пространстве объекта;  $\gamma_{12}(s_1, s_2, r)$  – нормированная комплексная степень частичной временной когерентности (Приложение С);  $(S_0, S_1, S_2, S_3)$  – вектор Стокса для задания частичной поляризации;  $w(s_1, n)$ ,  $w(s_2, n)$  – нормированные весовые коэффициенты; во многих статьях, эти коэффициенты рассматриваются только для случая, когда элементарная площадка  $A$  перпендикулярна оптической оси  $Z$  как  $\sqrt{\cos(\alpha)}$ :

$$w(\vec{s}_1, \vec{n}) = w \left( \begin{matrix} s_{x1}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \\ s_{y1}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \\ s_{z1}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x_n(\eta_x, \eta_y) \\ y_n(\eta_x, \eta_y) \\ z_n(\eta_x, \eta_y) \end{matrix} \right) = \sqrt{\frac{1(\operatorname{tg}(\eta_x) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{x1}) + \operatorname{tg}(\eta_x) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{y1}) + 1)}{\sqrt{(\operatorname{tg}^2(\alpha_{x1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{y1}) + 1) \cdot (\operatorname{tg}^2(\eta_x) + \operatorname{tg}^2(\eta_y) + 1)}}}$$

$$w(\vec{s}_2, \vec{n}) = w \left( \begin{matrix} s_{x2}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \\ s_{y2}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \\ s_{z2}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x_n(\eta_x, \eta_y) \\ y_n(\eta_x, \eta_y) \\ z_n(\eta_x, \eta_y) \end{matrix} \right) = \sqrt{\frac{1(\operatorname{tg}(\eta_x) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{x2}) + \operatorname{tg}(\eta_x) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{y2}) + 1)}{\sqrt{(\operatorname{tg}^2(\alpha_{x2}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{y2}) + 1) \cdot (\operatorname{tg}^2(\eta_x) + \operatorname{tg}^2(\eta_y) + 1)}}}$$

Формула (1) является решением научной задачи вычисления трехмерного распределения интенсивности, которое формируется ВА ОС как трехмерное изображение объекта.

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ, ФОРМИРУЕМОЕ МНОГОТОЧЕЧНЫМ ОБЪЕКТОМ

В случае, когда пространство объекта содержит в себе один или несколько точечных источников, мы можем упростить формулу (1). Этот случай очень важный, потому, что это позволяет исследовать пространственную разрешающую способность ВА ОС. Так как точечные источники излучения можно описать как трехмерные дельта функции, то выражение (1) будет содержать двойную сумму вместо двух трехмерных интегралов:

$$I(x, y, z, n_x, n_y) = \operatorname{Re} \left( K_E \cdot \sum_{k=1}^{N_p} E_k \cdot \sum_{m=1}^{N_p} E_m \cdot \iint_{\Omega_A(\alpha_{x1}^2 + \alpha_{y1}^2 \leq \sigma_A^2)} \iint_{\Omega_A(\alpha_{x2}^2 + \alpha_{y2}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}, n_x, n_y) \cdot p(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \times \right. \\ \times \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{x1}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \\ s_{y1}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \\ s_{z1}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x - x_k \\ y - y_k \\ z - z_k \end{vmatrix} \right) \cdot \mu_{km} \cdot \gamma_{12}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}, \alpha_{x2}, \alpha_{y2}, x, y, z) \times \\ \times \left. \begin{vmatrix} (J_{xx}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \cdot e_{x1} + J_{xy}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \cdot e_{y1}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \\ (J_{yx}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \cdot e_{x1} + J_{yy}(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \cdot e_{y1}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{x1}, \alpha_{y1}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \end{vmatrix} \cdot 0.5 \cdot \begin{vmatrix} 1 + \frac{S_1}{S_0} & \frac{S_2 + j \cdot S_3}{S_0} \\ \frac{S_2 - j \cdot S_3}{S_0} & 1 - \frac{S_1}{S_0} \end{vmatrix} \times \right. \\ \times \left. \begin{vmatrix} (J_{xx}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \cdot e_{x2} + J_{xy}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \cdot e_{y2}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^* \\ (J_{yx}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \cdot e_{x2} + J_{yy}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \cdot e_{y2}) \cdot \begin{pmatrix} R(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^* \end{vmatrix} \cdot w(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}, n_x, n_y) \cdot p^*(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \times \right. \\ \left. \times \exp \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{x1}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \\ s_{y1}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \\ s_{z1}(\alpha_{x2}, \alpha_{y2}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x - x_m \\ y - y_m \\ z - z_m \end{vmatrix} \right) \cdot d\alpha_{x1} \cdot d\alpha_{y1} \cdot d\alpha_{x2} \cdot d\alpha_{y2} \right) \quad (2)$$

где  $x_k, y_k, z_k$  – декартовы линейные координаты  $k$ - точечного источника в пространстве изображения;  $E_k$  – скалярные амплитуды волн, формирующиеся  $k$ - точечным источником;  $\mu_{km}$  – комплексная степень временной пространственной когерентности, волны приходящие от точечных источников  $k$  и  $m$ ;  $N_p$  – количество точечных источников в пространстве объекта; рис. 2 показывает случай двухточечного

источника  $N_p = 2$ , который широко используется для исследования пространственной разрешающей способности ВА ОС.

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ, ФОРМИРУЕМОЕ ОДНИМ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Этот случай возможен при изменении формулы (2)  $N_p = 1$ , когда координаты точечного изображения равны  $(0,0,0)$  и совпадают с точкой фокуса ВА ОС. Мы перепишем формулу (2) следующим образом:

$$\begin{aligned}
 I(x, y, z, n_x, n_y) = & K_E \cdot E_{PS}^2 \cdot \operatorname{Re} \left( \iint_{\Omega_A: (\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} \iint_{\Omega_A: (\alpha_{X2}^2 + \alpha_{Y2}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_x, n_y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \right. \\
 & \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \right) \cdot \gamma_{12}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, \alpha_{X2}, \alpha_{Y2}, x, y, z) \times \\
 & \times \left| \begin{array}{l} (J_{XX}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{X1} + J_{XY}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{Y1}) \cdot \left( R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^T \\ (J_{YX}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{X1} + J_{YY}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot e_{Y1}) \cdot \left( R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^T \end{array} \right| \cdot 0.5 \cdot \left| \begin{array}{l} 1 + \frac{S_1}{S_0} \quad S_2 + j \cdot S_3 \\ \frac{S_2 - j \cdot S_3}{S_0} \quad 1 - \frac{S_1}{S_0} \end{array} \right| \times \\
 & \times \left| \begin{array}{l} (J_{XX}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{X2} + J_{XY}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{Y2}) \cdot \left( R(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^* \\ (J_{YX}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{X2} + J_{YY}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot e_{Y2}) \cdot \left( R(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^* \end{array} \right| \cdot w(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}, n_x, n_y) \cdot p^*(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \times \\
 & \left. \times \exp \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \right) \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \cdot d\alpha_{X2} \cdot d\alpha_{Y2} \right) \quad (3)
 \end{aligned}$$

где  $E_{PS}$  – скалярная амплитуда волны приходящая от точечного источника.

Полученная формула используется для вычисления распределения интенсивности в изображении одного точечного источника ВА ОС. Рассмотрим случай отсутствия поляризационной модуляции  $J_{XX}(s_1) = J_{YY}(s_1) = 1$ ,  $J_{XY}(s_1) = J_{YX}(s_1) = 0$  при полной временной когерентности ВА ОС :  $L_C = \lambda^2 / \Delta\lambda \rightarrow \infty$ ,  $|\gamma_{12}(s_1, s_2, r)| = 1$ . Формулу (3) в этом случае может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 I_C(x, y, z, n_x, n_y) = & K_E \cdot E_{PS}^2 \cdot \operatorname{Re} \left( \iint_{\Omega_A: (\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} \iint_{\Omega_A: (\alpha_{X2}^2 + \alpha_{Y2}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_x, n_y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \right. \\
 & \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \right) \cdot \left| \begin{array}{l} e_{X1} \cdot \left( R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^T \\ e_{Y1} \cdot \left( R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^T \end{array} \right| \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \cdot 1 \cdot \exp(j \cdot \varphi_{12}) \cdot \left| \begin{array}{l} e_{X2} \cdot \left( R(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^* \\ e_{Y2} \cdot \left( R(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^* \end{array} \right| \cdot \\
 & \cdot w(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}, n_x, n_y) \cdot p^*(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \cdot \exp \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{vmatrix} s_{X1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \end{vmatrix}^T \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \right) \cdot d\alpha_{X2} \cdot d\alpha_{Y2} \Big) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= K_C \cdot E_{PS}^2 \cdot \operatorname{Re} \left[ \exp(j \cdot \varphi_{12}) \cdot e_{X1} \cdot \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_X, n_Y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{pmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot \left. \begin{pmatrix} R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \right]^2 + \left[ \exp(j \cdot \varphi_{12}) \cdot e_{Y1} \cdot \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_X, n_Y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{pmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \left. \begin{pmatrix} R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \right]^2 = \\
 &= K_C \cdot E_{PS}^2 \cdot \left[ e_{X1}^2 \cdot \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_X, n_Y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{pmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot (R_{11}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) + R_{12}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) + R_{13}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1})) \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \Big|^2 + \\
 &\quad + e_{Y1}^2 \cdot \left[ \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}, n_X, n_Y) \cdot p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot \begin{pmatrix} s_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ s_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot (R_{21}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) + R_{22}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) + R_{23}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1})) \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \Big|^2 \quad (4)
 \end{aligned}$$

где  $I_C(x, y, z, \eta_X, \eta_Y)$  – трехмерное распределение эффективной интенсивности в случае не поляризованной когерентной ВА ОС.

По сути, формула (4) имеет сходство с известными формулами классической теории дифракции для ВА ОС [7]. Для ОС с малой апертурой можно записать, что  $\sigma_A \rightarrow 0$ ;  $\alpha_{X1} = \operatorname{tg}(\alpha_{X1}) \rightarrow 0$ ;  $\alpha_{Y1} = \operatorname{tg}(\alpha_{Y1}) \rightarrow 0$ ,  $R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Если площадка А является перпендикулярной оптической оси ОС, то  $\eta_X = \eta_Y =$

0 и  $w(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \rightarrow 1$ . Так как длина вектора Джонса ( $e_{X1}^2 + e_{Y1}^2 = 1$ ), мы можем переписать (4) в упрощенной форме для вычисления распределения интенсивности в фокальной плоскости при  $z = 0$ :

$$\begin{aligned}
 I_{LC}(x, y) &= K_C \cdot E_{PS}^2 \cdot \left[ e_{X1}^2 \cdot \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot (\alpha_{X1} \cdot x + \alpha_{Y1} \cdot x) \right) \cdot d\alpha_{X1} d\alpha_{Y1} \right]^2 + \\
 &\quad + e_{Y1}^2 \cdot \left[ \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot (\alpha_{X1} \cdot x + \alpha_{Y1} \cdot x) \right) \cdot d\alpha_{X1} d\alpha_{Y1} \right]^2 = \quad (5) \\
 &= K_C \cdot E_{PS}^2 \cdot \left( \iint_{\Omega_A(\alpha_{X1}^2 + \alpha_{Y1}^2 \leq \sigma_A^2)} p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \cdot \exp \left( -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot j \cdot (\alpha_{X1} \cdot x + \alpha_{Y1} \cdot x) \right) \cdot d\alpha_{X1} \cdot d\alpha_{Y1} \right)^2 = \\
 &= K_C \cdot E_{PS}^2 \cdot (F^1(p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1})) \cdot F^{-1}(p^*(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}))) = K_C \cdot E_{PS}^2 \cdot F^{-1}(p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \otimes p(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}))
 \end{aligned}$$

где  $I_{LC}(x, y)$  – двумерное распределение эффективной интенсивности в фокальной плоскости для случая неполяризованной когерентной ОС с малой апертурой, элементарная площадка А перпендикулярна оптической оси Z.

$F, F^{-1}, \otimes$  – символы прямого и обратного двумерного преобразования Фурье, соответственно.

Мы записали формулу (5), которая описывает когерентную ОС с малой апертурой, распределение интенсивности в фокальной плоскости, которое формируется одним точечным источником излучения на оптической оси, рассчитывается как результат обратного преобразования Фурье от автокорреляции зрачковых функций. Этот результат полностью совпадает с классической дифракционной теорией формирования оптического изображения.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Угловые координаты вектора  $s_1$  могут быть заданы в полярной системе координат углами (Рис. 3): угол  $\alpha_1$  - это угол между вектором  $s_1$  и осью OZ; угол  $\varphi_1$  - это угол между проекцией OD и осью OX. Анализ треугольников OEC и OKD показывает, что проекции вектора  $s_1$  на координатные оси OX, OY, OZ могут быть рассчитаны следующим образом (Рис. 3):

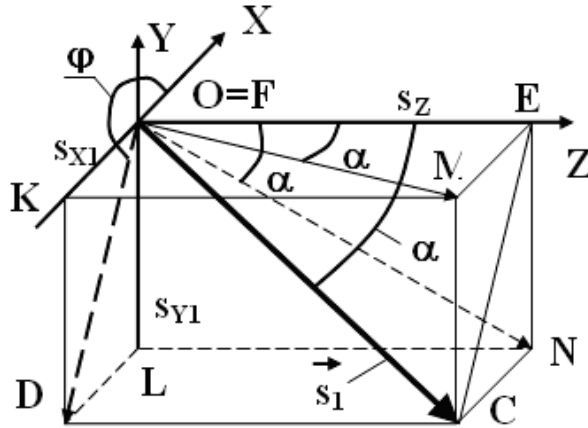


Рис. 3. Угловые координаты вектора  $s_1$

$$s_{z1} = |OE| = |OC| \cdot \cos(\alpha_1) = 1 \cdot \cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_1)$$

$$|OD| = |OC| \cdot \sin(\alpha_1) = 1 \cdot \sin(\alpha_1) = \sin(\alpha_1)$$

$$s_{x1} = |OD| \cdot \cos(\varphi_1) = \sin(\alpha_1) \cdot \cos(\varphi_1)$$

$$s_{y1} = |OD| \cdot \sin(\varphi_1) = \sin(\alpha_1) \cdot \sin(\varphi_1)$$

Длина вектора  $s_1$  должна быть равна единице:

$$\begin{aligned} |\vec{s}_1| &= \sqrt{s_{x1}^2 + s_{y1}^2 + s_{z1}^2} = \sqrt{\sin^2(\alpha_1) \cdot \cos^2(\varphi_1) + \sin^2(\alpha_1) \cdot \sin^2(\varphi_1) + \cos^2(\alpha_1)} = \\ &= \sqrt{\sin^2(\alpha_1) \cdot (\cos^2(\varphi_1) + \sin^2(\varphi_1)) + \cos^2(\alpha_1)} = \sqrt{\sin^2(\alpha_1) + \cos^2(\alpha_1)} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

Таким образом, вектор  $s_1$  рассчитан в полярной системе угловых координат:

$$\vec{s}_1 = \begin{pmatrix} s_{x1} \\ s_{y1} \\ s_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{x1}(\alpha_1, \varphi_1) \\ s_{y1}(\alpha_1, \varphi_1) \\ s_{z1}(\alpha_1, \varphi_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\alpha_1) \cdot \cos(\varphi_1) \\ \sin(\alpha_1) \cdot \sin(\varphi_1) \\ \cos(\alpha_1) \end{pmatrix}$$

Кроме полярной системы угловых координат для вектора  $s_1$  могут быть рассчитаны декартовые угловые координаты. В декартовой системе угловых координат используются углы  $\alpha_{x1}$ ,  $\alpha_{y1}$  между осью OZ и проекциями вектора  $s_1$  на плоскости YOZ и XOZ, то есть OM и ON, соответственно (Рис. 3). Для расчета линейных координат  $s_{x1}$ ,  $s_{y1}$ ,  $s_{z1}$ , рассмотрим прямоугольные треугольники ОКМ, ОКН, ОКD.

Для расчета проекции  $s_{z1}$  воспользуемся информацией о единичной длине вектора  $s_1$  и после этого рассчитаем длину проекций  $s_{x1}$  и  $s_{y1}$ :

$$\begin{aligned} s_{x1} &= |OK| = |EM| = |OE| \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{x1}) = s_{z1} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{x1}) \\ s_{y1} &= |OL| = |EN| = |OE| \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{y1}) = s_{z1} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{y1}) \\ s_{z1} &= s_{z1} \end{aligned} \quad \begin{aligned} |\vec{s}_1| &= \sqrt{s_{x1}^2 + s_{y1}^2 + s_{z1}^2} = \\ &= \sqrt{s_{z1}^2 \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_{x1}) + s_{z1}^2 \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha_{y1}) + s_{z1}^2} = \\ &= s_{z1} \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{x1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{y1}) + 1} = 1 \end{aligned}$$

Декартовые линейные координаты вектора  $s_1$  могут быть записаны в следующей форме:



$$\vec{s}_1 = \begin{pmatrix} S_{X1} \\ S_{Y1} \\ S_{Z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ S_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ S_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1}) + 1}} \\ \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{Y1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1}) + 1}} \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1}) + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1}) + 1}} \cdot \begin{pmatrix} \operatorname{tg}(\alpha_{X1}) \\ \operatorname{tg}(\alpha_{Y1}) \\ 1 \end{pmatrix}$$

### ПРИЛОЖЕНИЕ В

Матрица  $R(s_1)$  позволяет вычислить координаты вектора после вращения в трехмерном пространстве. Также, может быть записана в полярной или декартовой системе координат:

$$R(\vec{s}_1) = R(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) = \begin{pmatrix} \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & -\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{Y1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & 0 \\ \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{Y1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1}) + 1}} \\ 0 & 1 \\ \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1}) + 1}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{Y1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & 0 \\ -\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{Y1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{X1})}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_{X1}) + \operatorname{tg}^2(\alpha_{Y1})}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R(\vec{s}_1) = R(\alpha_1, \varphi_1) = \begin{pmatrix} R_{11}(\alpha_1, \varphi_1) & R_{12}(\alpha_1, \varphi_1) & R_{13}(\alpha_1, \varphi_1) \\ R_{21}(\alpha_1, \varphi_1) & R_{22}(\alpha_1, \varphi_1) & R_{23}(\alpha_1, \varphi_1) \\ R_{31}(\alpha_1, \varphi_1) & R_{32}(\alpha_1, \varphi_1) & R_{33}(\alpha_1, \varphi_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_1) & -\sin(\varphi_1) & 0 \\ \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) & 0 & -\sin(\alpha_1) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha_1) & 0 & \cos(\alpha_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_1) & \sin(\varphi_1) & 0 \\ -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### ПРИЛОЖЕНИЕ С

Комплексная степень частичной временной когерентности  $\gamma_{12}(s_1, s_2, r)$  зависит от оптической разности хода оптического излучения элементарных площадок  $B_1$  и  $B_2$  и длины когерентности:

$$\gamma_{12}(\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{r}) \approx \gamma_{12}(\vec{s}_1 \cdot \vec{r} - \vec{s}_2 \cdot \vec{r}) = \gamma_{12}(\Delta L(\vec{s}_1 \cdot \vec{r} - \vec{s}_2 \cdot \vec{r}), L_C) =$$

$$= \sin c \left( \pi \cdot \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \cdot n \cdot \left( \begin{pmatrix} S_{X1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ S_{Y1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \\ S_{Z1}(\alpha_{X1}, \alpha_{Y1}) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x - v_{X1} \\ y - v_{Y1} \\ z - v_{Z1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} S_{X2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ S_{Y2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \\ S_{Z2}(\alpha_{X2}, \alpha_{Y2}) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x - v_{X2} \\ y - v_{Y2} \\ z - v_{Z2} \end{pmatrix} \right) \right) \cdot \exp(j \cdot \varphi_{12})$$

где  $\Delta L(s_1, s_2, r)$  – оптическая разность хода электромагнитных волн пришедших от элементарных площадок  $B_1$  и  $B_2$  в точку А:  $\Delta L(\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{r}) \approx n \cdot (\vec{s}_1 \cdot \vec{r} - \vec{s}_2 \cdot \vec{r})$ ;  $L_C$  – длина когерентности:  $L_C = \lambda^2 / \Delta \lambda$ ;  $\Delta \lambda$  – эквивалент длины волны квазимонохроматического оптического излучения;  $\varphi_{12}$  – начальная фаза комплексной степени временной когерентности.

### ПРИЛОЖЕНИЕ D

Давайте определим связь между нормированными значениями матрицы когерентности и значениями Стокса. Это возможно, если решить ниже представленную систему линейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = S_0 \cdot \begin{pmatrix} g_{XX} + g_{YY} \\ g_{XX} - g_{YY} \\ g_{XY} + g_{YX} \\ -j \cdot (g_{YX} - g_{XY}) \end{pmatrix} = S_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -j & j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_{XX} \\ g_{YY} \\ g_{XY} \\ g_{YX} \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot S_0} \cdot \begin{pmatrix} S_0 + S_1 \\ S_0 - S_1 \\ S_2 + S_3 \cdot j \\ S_2 - S_3 \cdot j \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \frac{S_1}{S_0} \\ 1 - \frac{S_1}{S_0} \\ \frac{S_2 + S_3 \cdot j}{S_0} \\ \frac{S_2 - S_3 \cdot j}{S_0} \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{vmatrix} = 0.5 \cdot \begin{vmatrix} 1 + \frac{S_1}{S_0} & \frac{S_2 + j \cdot S_3}{S_0} \\ \frac{S_2 - j \cdot S_3}{S_0} & 1 - \frac{S_1}{S_0} \end{vmatrix}$$

### ВЫВОДЫ

Предложенный математический аппарат (1) - (3) описывает общий случай, когда дифракционно-ограниченная ОС формирует трехмерное изображение в окрестности точки фокуса. Этот аппарат позволяет по-новому интерпретировать дифракционные явления в ОС. В общем случае эти явления рассматриваются, как интерференция когерентных волн от элементарных вторичных источников излучения. В случае дифракционной ограниченности ОС с малой апертурой, зрачковая функция является плоской. В случае дифракционно-ограниченной ВА ОС, зрачковая функция определяется на сферической поверхности. Согласно предложенному методу, эти дифракционные явления рассматриваются, как результат интерференции частично когерентных и частично поляризованных волн, приходящих от элементарных вторичных частично поляризованных точечных источников. Математически все ограничения представлены, как суперпозиция всех возможных комбинаций скалярных произведений пар поляризованных волн, приходящих от элементарных вторичных поляризованных точечных источников на сферических волновых поверхностях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М. Основы оптики // М. Борн, Э. Вольф. – Оксфорд, 1975.
2. Stamnes J. J. "Focusing a perfect wave and the Airy pattern formula", *Optics Communications* 37 (5), 311 - 314 (1981).
3. Дж. Гудмен. Введение в Фурье оптику. // Дж. Гудмен. - Сан Франциско, 1968г.
4. Марешаль А. Структура оптического изображения. Дифракционная теория и влияние когерентного света / А. Марешаль, М. Франсон. – Париж, 1960 г.
5. Ostrovsky, A. S. and Romero, O. R., [Coherent Mode Representation in Optics], SPIE Press, Bellingham (2006).
6. Arnison M. R., Sheppard C. J. A, "3D vectorial optical transfer function suitable for arbitrary pupil functions", *Optics Communications* 211, 53 – 63 (2002).
7. Torok P., Wilson T., "Rigorous theory for axial resolution in confocal microscopes", *Optics Communications* 137, 127 – 135 (1997).
8. Schonle A., Hell B. W., "Calculation of vectorial three-dimensional functions in large-angle focusing systems", *J. Opt. Soc. Am. A* 19, No. 10, p. 2121 -2126 (2002).
9. Smith W. J., [Lens design: a resource manual], McGraw Hill, Boston (1992).
10. Боровицкий В.Н. Формирование изображения высокоапертурной частично-когерентной оптической системой // В. Н. Боровицкий / *Optoelectronic information- power technologies*. –№ 2(14).- С.50 – 62.
11. Матвеев А. Н. Оптика / А. Н. Матвеев. – Мир: Москва, 1987 г.
12. Гудмен Дж. Статистическая оптика / Дж. Гудмен. – Нью Йорк, 1985 г.

Надійшла до реакції 18.05.2011р.

**БОРОВИЦКИЙ ВЛАДИМИР НИКОЛАЕВИЧ** – дипломированный инженер, к.т.н., доцент, доцент кафедры оптических и оптико-электронных приборов, приборостроительный факультет, национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина.

**ЧЁРНАЯ ВИКТОРИЯ ВЛАДИМИРОВНА** – магистр кафедры оптических и оптико-электронных приборов, приборостроительный факультет, национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина.