

УДК. 621.396.011:621.372.512.22

А. В. КЛЕПІКОВСЬКИЙ

ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ РЕЗОНАНСНИХ ЧАСТОТ БАГАТОКАСКАДНИХ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТА ОЦІНКА ЇХ ВПЛИВУ НА РОБОТУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ РЕЗОНАНСНИХ ПРИСТРОЇВ

*Буковинський державний медичний університет,
58002, м. Чернівці, Театральна пл., 2
E-mail: Klepikovskiy.Andrij@bsmu.edu.ua*

Анотація. В статті запропоновано методику аналізу та розрахунку власних резонансних частот багатокаскадних термоелектричних елементів Пельтьє на основі методу електродинамічних аналогій. Отримано аналітичні вирази залежності результуючої амплітуди резонансних коливань від частоти зовнішнього впливу, що дають змогу оцінювати оптимальні з точки зору мінімізації резонансних ефектів, температурні режими роботи термостабілізаторів.

Ключові слова: елементи Пельтьє, багатокаскадні термоелектричні елементи.

Аннотация. В статье предложена методика анализа и расчета собственных частот многокаскадных термоэлектрических элементов Пельтье на основании метода электродинамических аналогий. Получены аналитические выражения зависимости результирующей амплитуды резонансных колебаний от частоты внешнего воздействия, которые дают возможность оценивать оптимальные с точки зрения минимизации резонансных эффектов, температурные режимы работы термостабилизаторов.

Ключевые слова: элементы Пельтье, многокаскадные термоэлектрические элементы.

Abstract. The paper proposed a method for the analysis and calculation of natural frequencies of multistage thermoelectric Peltier elements based on the method of electrodynamic analogies. Analytical expressions of the resulting amplitude of the resonance depends on the frequency of oscillation of the external influences that make it possible to evaluate the optimum in terms of minimizing the resonance effects, temperature modes of heat stabilizers.

Keywords: Peltier elements, multistage thermoelectric elements.

ВСТУП

В статті запропоновано методику аналізу та розрахунку власних резонансних частот багатокаскадних термоелектричних елементів Пельтьє на основі методу електродинамічних аналогій. Отримано аналітичні вирази залежності результуючої амплітуди резонансних коливань від частоти зовнішнього впливу, що дають змогу оцінювати оптимальні з точки зору мінімізації резонансних ефектів, температурні режими роботи термостабілізаторів.

Стрімко зростаюча технічна складність сучасних електронних систем та пристроїв вимагає певного переосмислення існуючих методів забезпечення стабільності та надійності їх роботи, оскільки висока щільність розміщення елементів та суцільне інтегральне виконання цілих вузлів апаратури унеможлиблює достатню їх розв'язку за різними фізичними чинниками (електромагнітна, температурна, вібраційна і т.д.). Слід також зазначити, що на етапі проектування, додатково необхідно враховувати велику кількість не детермінованих чинників, вплив яких по своїй суті носить комплексний характер і за своєю природою виникнення може бути віднесений і до внутрішніх і до зовнішніх. Також їх вплив може носити епізодичний (режимний) характер і проявлятися лише за певних умов, що на етапі проектування передбачити важко або не можливо. Прикладом такої комплексної дії може бути вплив зовнішніх механічних коливань на роботу електромеханічних резонансних частотно-стабілізуючих систем [1,2], що на етапі проектування можуть бути враховані лише шляхом введення додаткових заходів підвищення механічної стійкості (демпфування) або стабілізації (електронної компенсації). Проте, заходи як в першому так і в другому випадку є малоефективними, якщо джерело механічних коливань

(трансформатор, реле, повітряний кулер, рідинний компресор і т.д.) знаходиться на одній основі з пристроєм стабілізації, оскільки демпфування його практично неможливе.

В даній статті досліджується випадок, коли джерело механічних коливань представляє собою пасивну коливальну систему, яка володіє певною частотною вибірковістю на власних частотах механічних коливань і маючи значну питому вагу в широкому, рівномірному спектрі зовнішніх коливань, може створювати достатні, для дестабілізації роботи, коливання на найбільш «вразливих» (шкідливих) частотах. Прикладом такої системи – є термоелектричні модулі Пельтьє, які знаходять широке застосування в радіоелектронній апаратурі, з огляду на їх переваги в порівнянні з повітряними та рідинними системами охолодження. В першу чергу, це можливість оперативного (низько інерційного) електронного керування температурою, що має велике значення при термостабілізації роботи термочутливих елементів в умовах епізодичного навантаження, висока конструктивна надійність, оскільки вони представляють собою монолітні блоки без рухомих механічних елементів, невеликі габаритні розміри і т.д.

Проте, поряд з перевагами, термоелектричні елементи Пельтьє володіють і деякими недоліками, одним з яких є їх велика вага, що обумовлено великими розмірами теплообмінників і великою кількістю напівпровідникових термоелементів (рис. 1). Крім того, для досягнення необхідного перепаду температур, термоелектричні елементи Пельтьє, як правило виготовляються у вигляді багато каскадних конструкцій, що в свою чергу призводить до появи ще одного вагомого недоліку – появи чітко виражених резонансних частот, що в кінцевому випадку може вплинути на роботу електромеханічних резонансних систем, які знаходяться на тій самій основі.

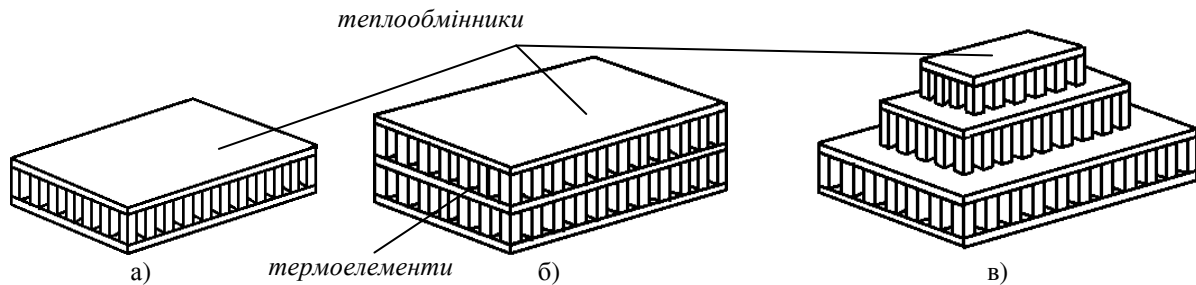


Рис. 1. Будова термоелектричних елементів Пельтьє: а) однокаскадні; б) двокаскадні; в) трикаскадні

Таким чином, збуджуючись від зовнішніх механічних полів, вони здатні їх посилювати на певних частотах, що відповідають їх власним і в результаті впливати на стабільність і надійність роботи інших вузлів та елементів. Особливо це небезпечно в відношенні п'єзоелектричних резонаторів, що застосовуються для стабілізації частоти, оскільки, як показано в ряді робіт [1] такий вплив призводить до виникнення паразитних гармонік в резонаторі і як наслідок в вихідних коливаннях генераторів та синтезаторів де він застосовується. Хоча, з урахуванням абсолютних амплітуд, цей вплив може бути не значним, однак враховуючи резонансні ефекти і певний збіг обставин (фазові співвідношення) результат його дії може бути відчутним на стабільності роботи системи [2]. Виходячи з цього, при проектуванні електронних вузлів, що містять термоелектричні модулі і електронно-механічні резонансні елементи, необхідно враховувати механічні властивості модулів, а саме резонансні частоти і вживати додаткових заходів для запобігання їх збігу з номінально «не бажаними».

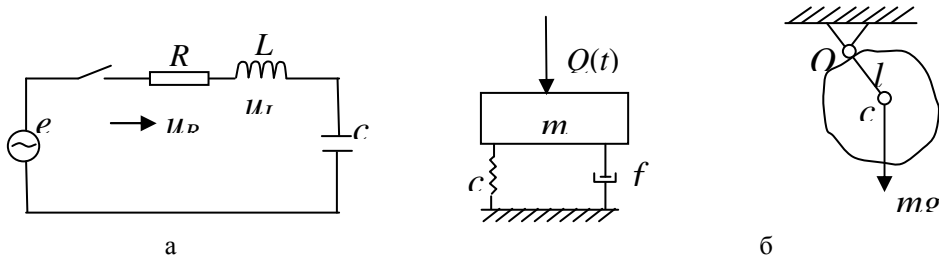


Рис. 2. Загальний вигляд електричного коливального контуру із послідовним з'єднанням елементів (а) і коливального контуру механічних систем з одним ступенем свободи (б)

Для розрахунку резонансних властивостей термоелектричних модулів Пельтьє в роботі використано метод електро-динамічних аналогій [3,4]. Відповідно даного методу, індуктивність L

пропорційна масі m , величина обернена ємності $1/C$ пропорційна жорсткості c , а електричний опір R пропорційний коефіцієнту, що входить в силу в'язкого тертя. За такої аналогії електричне коло, стає достатньо точним аналогом механічної системи в тому сенсі, що будь-який відгук заряду q_e на напругу u (u відповідає діючій силі) в точності відповідає відгуку x на силу. З'єднавши в колі множини опорів, індуктивностей і ємностей, отримується коло, що є аналогією складної механічної системи.

Розглянемо електричний коливальний контур із послідовним з'єднанням елементів R, L, C (рис. 2), що містить активний елемент e .

Згідно з другим законом Кірхгофа, сума падінь напруги на окремих ділянках кола дорівнює різниці потенціалів на кінцях затискачів, тобто електрорушійній силі $e(t)$ джерела напруги

$$e(t) = U_R + U_L + U_C. \quad (1)$$

Таким чином, для цього кола другий закон Кірхгофа об'єднав усі три аналогії з другим законом Ньютона. Розкриємо вирази U_R, U_L і U_C в (1).

Згідно з другим законом Кірхгофа:

$$L \frac{di}{dt} + R_i + \frac{1}{C} q^e = e(t), \quad (2)$$

або

$$L \frac{d^2 q^e}{dt^2} + R_i \frac{dq^e}{dt} + \frac{1}{C} q^e = e(t). \quad (3)$$

Останнє рівняння є рівнянням коливального руху системи з одним ступенем свободи. Узагальненою координатою в (3) виступає заряд конденсатора ($q = q^e$).

Рівняння коливального руху механічних систем з одним ступенем свободи (рис. 2, б) має вигляд:

$$\alpha \ddot{q} + \beta \dot{q} + cq = Q(t). \quad (4)$$

Очевидно, що рівняння (3) та (4) мають однакову структуру (аналогічні).

Порівнюючи ці рівняння між собою, бачимо, що узагальненому коефіцієнту інерції α (маса, осьовий момент інерції) механічної системи відповідає індуктивність L ; узагальненому коефіцієнту розсіювання енергії β (коефіцієнту демпфування) – опір R , на якому електрична енергія аналогічно механічній перетворюється на теплоту; узагальненій жорсткості c механічної системи відповідає інверсна (обернена) ємність конденсатора $1/C$. Узагальненій силі механічної системи $Q(t)$ в рівнянні (4) відповідає електрорушійна сила $e(t)$ джерела напруги.

Виходячи з таких міркувань в табл. 1 наведено аналогічні величини аналізу електричних та механічних систем.

Таблиця 1.

Аналогічні величини аналізу електричних та механічних систем

Система	Узагальнена координата	Коефіцієнти диференціальних рівнянь			Кінетична енергія	Потенціальна енергія	Функція розсіювання	Узагальнена сила
		a	β	c				
Механічна	q	a	β	c	$T = \frac{1}{2} a \dot{q}^2$	$\Pi = \frac{1}{2} c q^2$	$\Phi = \frac{1}{2} \beta \dot{q}^2$	$Q(t)$
Аналогія „сила – напруга”	q^e	L	R	$\frac{1}{C}$	$T_1^e = \frac{L}{2} (\dot{q}^e)^2$	$\Pi_1^e = \frac{1}{2C} (q^e)^2$	$\Phi_1^e = \frac{R}{2} (\dot{q}^e)^2$	$e(t)$
Аналогія „сила – струм”	U	C	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{L}$	$T_2^e = \frac{C}{2} \dot{U}^2$	$\Pi_2^e = \frac{1}{2L} U^2$	$\Phi_2^e = \frac{1}{2R} \dot{U}^2$	$\frac{di}{dt}$

В даній системі (рис. 3) розглядається кінематичний тип збудження, тобто через основу (основною слугує керамічна пластина яка металізована сплавом молібден-мідь).

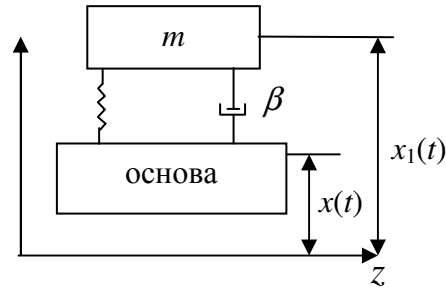


Рис. 3. Механічна схематизація коливальної системи з одним ступенем свободи з урахуванням демпфування

Відповідно рис. 3: $x(t)$ – переміщення основи; $x_1(t)$ – переміщення тіла масою m ; β – коефіцієнт демпфування.

Рівняння руху має наступний вигляд:

$$m\ddot{x}_1 + \beta(\dot{x}_1 - \dot{x}) + c(x_1 - x) = 0, \quad (5)$$

або

$$m\ddot{x}_1 + \beta\dot{x}_1 + cx_1 = \beta\dot{x} + cx. \quad (6)$$

Якщо знехтувати демпфуванням, тобто $\beta = 0$, то рівняння (6) переписеться:

$$\ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 = \omega^2 x, \quad (7)$$

де $\omega_0^2 = \frac{c}{m}$.

Враховуючи гармонійну форму коливань припустимо, що $x = A \sin \omega t$, $\dot{x} = A \omega \cos \omega t$, $x = -A \omega^2 \sin \omega t$, $x_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} A \sin \omega t$, $\dot{x}_1 = \frac{\omega_0^2 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} A \cos \omega t$, $\ddot{x}_1 = -\frac{\omega_0^2 \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} A \sin \omega t$, тоді вираз (7) прийме вигляд

$$-\frac{\omega_0^2 \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} A \sin \omega t + \frac{\omega_0^4}{\omega_0^2 - \omega^2} A \sin \omega t = \omega^2 A \sin \omega t. \quad (8)$$

При низьких частотах кінематичного збудження $\omega < \omega_0$ амплітуда коливань маси m буде більшою, ніж амплітуда коливань основи:

$$\omega = \frac{\omega_0}{k}, \quad k > 1, \quad \text{тоді } \dot{x}_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)} > 1.$$

Для $k = 2$: $A_1 = 4/3A = 1,33A$. Для $k = 3$: $A_1 = 1,125A$. При дуже низьких частотах ($k \gg 1$) $A_1 \approx A$.

У випадку двохкаскадного модуля, пружні сили перших напівпровідникових елементів з еквівалентною жорсткістю пропорційній їх зміщенню відносно основи, тобто $(x_1 - x)$, а других – $(x_2 - x_1)$, рівняння Лагранжа запишеться наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x) + c(x_2 - x_1) &= 0 \\ m_1 \ddot{x}_2 + c(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

або:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + 2c_1 x_1 + cx_2 &= cx \\ m_1 \ddot{x}_2 + cx_1 + cx_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Переходячи до електричної аналогії „сила – напруга”, отримаємо рівняння

$$\left\{ \begin{aligned} L_1 \ddot{q}_1 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) q_1 - \frac{1}{C_2} q_2 &= \frac{1}{C_1} q(t), \\ L_1 \ddot{q}_2 + \frac{1}{C_2} q_2 - \frac{1}{C_2} q_1 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Електрична схема двохкаскадного охолоджувача буде мати вигляд (рис. 4).

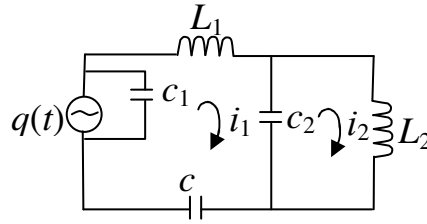


Рис. 4. Електрична схематизація двохкаскадного ТЕО

Враховуючи, що $m_1 = m_2$, $c_1 = c_2$, а значить, $L_1 = L_2$, $C_1 = C_2$ рівняння (11) переписуться після ділення на індуктивність L :

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{q}_1 + 2\omega_0^2 q_1 - \omega_0^2 q_2 &= \omega_0^2 q(t) = \frac{1}{L} e(t), \\ \ddot{q}_2 + \omega_0^2 q_2 - \omega_0^2 q_1 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Звідки знаходимо, що

$$q_1(t) = \frac{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega^4 - \omega_0^4 - 3\omega^2\omega_0^2} q(t), \quad q_2(t) = \frac{\omega_0^4}{-\omega^4 + \omega_0^4 + 3\omega^2\omega_0^2} q(t), \quad (13)$$

при $\omega \neq \omega_0$, $q_1(t) \neq 0$, при $\omega = \omega_0$, $q_1(t) = 0$. $q_2(t) = \frac{1}{3} q(t)$.

Розглянемо одноступінчасту систему із n елементів, що мають жорсткість C_1^* і з'єднані за допомогою пайки з підкладкою маси m_1 . Вся система знаходиться на масивній основі (рис. 5, а, б). Оскільки матеріал паяних з'єднань має значно більшу піддатливість, ніж інші ділянки перетворювача, то необхідно в систему ввести n демпферів з сталою демпфування β_1^* .

Система збуджується через основу, а отже, таке збудження є кінематичним. Запишемо рівняння руху маси m_1 , замінивши n елементів з жорсткостями C_1^* на одну еквівалентну $c_1 = n C_1^*$, а демпфери – одним з $\beta_1 = \frac{\beta_1^*}{n}$. Основа діє на жорсткі і на демпферні елементи, а тому:

$$m\ddot{x}_1 + \beta_1(\dot{x}_1 - x) + c(x_1 - x) = 0 \quad (14)$$

або

$$m\ddot{x}_1 + \beta_1\dot{x}_1 + c_1x_1 = \beta_1\dot{x}_1 + c_1x. \quad (15)$$

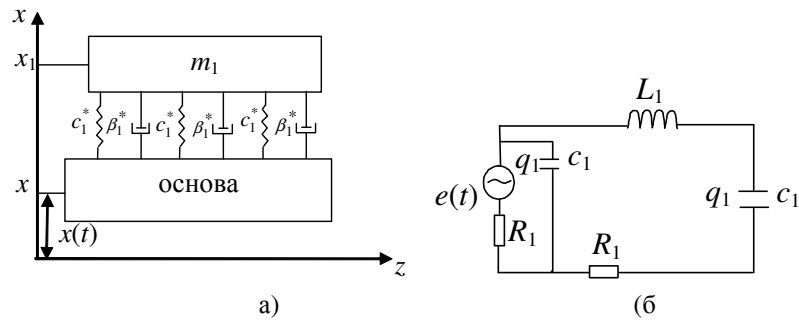


Рис. 5. Однокаскадний термоелемента з врахуванням демпфування: а) механічна схематизація; б) еквівалентна модель

Запишемо рівняння

$$(p^2 + 2hp + \omega_0^2)x_1 = (2hp + \omega_0^2)x, \quad (16)$$

де введено позначення $p = p / dt$, $h = \beta_1 / 2m_1$, $\omega_0^2 = c_1 / m_1$.

Тоді

$$x_1(t) = \frac{2hp + \omega_0^2}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} x(t). \quad (17)$$

Застосувавши аналогію, отримуємо

$$q_1(t) = \frac{2hp + \omega_0^2}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} q(t). \quad (18)$$

Таким чином, отримані співвідношення (13), (17), (18) дають змогу не тільки визначати власні резонансні частоти термоелектричних елементів Пельтьє, а і у випадку багато каскадних конструкцій оцінювати різні співвідношення частот, які дають змогу досягати певних нерезонансних режимів. Слід зазначити, що у випадку елементів Пельтьє, керування жорсткістю, що входить у вирази, можна здійснювати вибором різних температурних режимів, а отже якщо не вдається досягти або передбачити конструктивно появу небажаного резонансу, його можна компенсувати зміною температури.

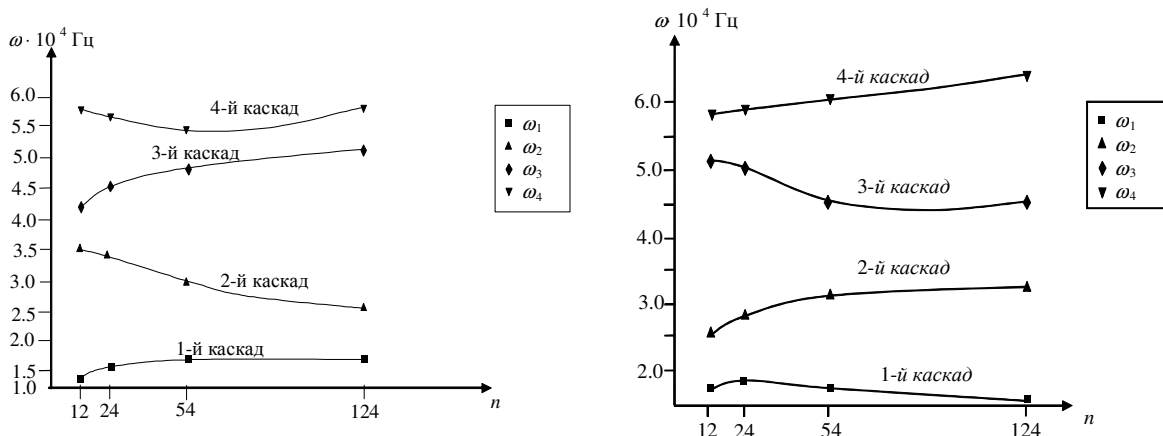


Рис. 6. Залежність частоти власних коливань чотирьохкаскадних термоелементів від кількості термоелементів у кожному каскаді з урахуванням демпфування: а) 1-ий каскад $n_1 = 124$, 2-й каскад $n_2 = 12, 24, 54, 124$, 3-й каскад $n_3 = 12$, 4-й каскад $n_4 = 12$ термоелементів б) 1-ий каскад $n_1 = 124$, 2-й каскад $n_2 = 124$, 3-й каскад $n_3 = 12, 24, 54, 124$, 4-й каскад $n_4 = 12$ термоелементів

На рис. 6 а, б, приведено результати розрахунків власних резонансних частот для чотирьох каскадних конструкцій термоелектричних елементів при урахуванні демпфуючих властивостей припою і номінальному температурному режимі роботи.

ВИСНОВКИ:

Як видно з цих графіків, резонансні частоти каскадів нелінійно залежать від механічної жорсткості між ними, а отже задача керування резонансними частотами шляхом температурного регулювання є складною і потребує детального аналізу. Як показали результати дослідження, розв'язки цієї задачі не завжди вдається знайти, а отже існує обмеження на конструктивне виконання термоелектричних модулів, яке необхідно враховувати при їх застосуванні в радіоапаратурі. Кількісна оцінка механічного впливу термоелектричних елементів показала, що на резонансних частотах досліджуємі зразки здійснюють підсилення гармонійних зовнішніх механічних коливань на рівні до 20 дБ, що є вкрай небажано для роботи електромеханічних резонансних систем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Стецюк В. І. Проблеми вібраційної стабільності кварцових резонаторів // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький. – 2008. – № 1. – С. 166-167.
2. Стецюк В. І. Вібраційна стабільність кварцових резонаторів // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки, Т. 1. – 2007. – № 3. – С. 165-168.
3. Определение собственных частот колебаний термоэлектрических охладителей с разных числом каскадов методами ЭГДА и Лагранжа / Т.О. Царик, А.Г. Шайко-Шайковский, Е.Н. Тимофеева, А.В. Клепиковский // Термоэлектричество. – 2004. – № 3. – С. 66-69.
4. Методика визначення власних частот коливань термоелектричних охолоджувачів за допомогою математичного моделювання / А.В. Клепиковський, Е.М. Тимофієва, Т.О. Царик, О.Г. Шайко-Шайковський // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки – 2005. – Т. 2, ч. 1. – № 4. – С. 209-215.

Надійшла до редакції 10.12.2012 р.

КЛЕПІКОВСЬКИЙ АНДРІЙ ВАЛЕРІЙОВИЧ – асистент кафедри біологічної фізики та медичної інформатики Буковинського державного медичного університету, м. Чернівці, Україна.