

УДК 004.932: 681.7.069.24: 612.15

С. В. ПАВЛОВ, В. Б. ВАСИЛЕНКО, Т. І. КОЗЛОВСЬКА

## ОБРОБЛЕННЯ ФОТОПЛЕТИЗМОГРАФІЧНИХ СИГНАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

*Вінницький національний технічний університет,  
21021, вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна  
E-mail: psv@vstu.vinnica.ua*

*Новий університет Лісабону, м. Лісабон, Португалія*

**Анотація.** В статті проведено аналіз та фільтрацію фотоплетизмографічних сигналів за допомогою вейвлет-перетворення. На основі проведеного вейвлет-перетворення було сформовано еталон-маски фотоплетизмографічних сигналів для певних захворювань.

**Ключові слова:** фотоплетизмографія, вейвлет-перетворення, фільтрація, сигнал.

**Анотация.** В статье проведен анализ и фильтрация фотоплетизмографических сигналов с помощью вейвлет-преобразования. В результате проведенного вейвлет-преобразования сформированы эталон-маски фотоплетизмографических сигналов для некоторых заболеваний.

**Ключевые слова:** фотоплетизмография, вейвлет-преобразование, фильтрация, сигнал.

**Abstract.** A analysis and nose reduction of the photoplethysmographic signals by the wavelet transform was made in the paper. On the base of wavelet transform were formed the standards masks of the photoplethysmographic signals for some diseases.

**Keywords:** photoplethysmography, wavelet transform, nose reduction, signal.

### ВСТУП

На даному етапі розвитку сучасної медицини постає проблема розв'язання діагностичних задач, задач компресії, архівації та передачі інформації про досліджуваний біосигнал, а також підвищення його якості. Більшість сигналів, що зустрічаються на практиці (фотоплетизмограма, електрокардіограма, фонокардіограма, реограма, сфїгмограма та ін.) представлені в часовій області [1, 2, 3]. Але у більшості випадків обробки сигналів такий вигляд є не завжди інформативним, оскільки дуже часто найбільш важлива інформація прихована в частотній області сигналу. Тому, для якісного аналізу та обробки сигналів застосовується вейвлет-перетворення, яке, на відміну від Фур'є-перетворення, дозволяє розглядати сигнал одночасно як у частотній так і в часовій області. Сигнал аналізується шляхом розкладання по базисним функціям, які отримані шляхом стиснення, розтягнення чи зсуву. Даний метод дозволяє проводити стиснення зображень з мінімальними втратами інформації, а також застосовується для діагностування ключових діагностичних ознак [4].

Вейвлет-аналіз багато вчених називають «математичним мікроскопом», оскільки він дозволяє проводити точне вивчення математичного складу і структури неоднорідних сигналів і функцій. Вейвлети дозволяють розширити інструментальну базу інформаційних технологій обробки даних.

Особливістю вейвлет-аналізу є його можливість використовувати сімейства функцій, що реалізують різні варіанти співвідношення невизначеності. Тобто існує можливість гнучкого вибору між ними і застосуванням тих вейвлетних функцій, що найбільш ефективно вирішують поставлені задачі.

### ОСНОВНА ЧАСТИНА

Вейвлетний базис простору  $L^2(\mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$ , доцільно конструювати з фінітних функцій, що належать цьому ж простору, які мають прямувати до нуля на нескінченності. Чим швидше ці функції прямують до нуля, тим зручніше використовувати їх як базис перетворення при аналізі реальних сигналів.

Припустимо, що такою функцією є psi-функція  $\psi(t)$ , яка дорівнює нулю за межами деякого кінцевого інтервалу і має нульове середнє значення по інтервалу завдання. Останнє необхідно для завдання локалізації спектру вейвлета в частотній області.

На основі цієї функції сконструюємо базис в просторі  $L^2(\mathbb{R})$  за допомогою масштабних перетворень незалежної змінної.

Функція зміни частотної незалежної змінної в спектральному представленні сигналів відображається в часовому представленні розтягуванням/стисненням сигналу. Для вейвлетного базису це можна виконати функцією типу  $\psi(t) \Rightarrow \psi(a^m t)$ ,  $a = \text{const}$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$ , тобто шляхом лінійної операції розтягування/стиснення, що забезпечує самоподібність функції на різних масштабах подання. Однак локальність функції  $\psi(t)$  на часовій осі вимагає додаткової незалежної змінної послідовних зрушень функції  $\psi(t)$  вздовж осі, наприклад  $\psi(t) \Rightarrow \psi(t+k)$ , для перекриття всієї числової осі простору  $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$ . З урахуванням обох умов одночасно, структура базисної функції може бути прийнята такою [4, 5]

$$\psi(t) \Rightarrow \psi(a^m t + k) \quad (1)$$

Для спрощення подальших викладок, значення змінних  $m$  і  $k$  прийемо цілочисельними. При приведенні функції (1) до одиничної норми, отримуємо

$$\psi_{mk}(t) \Rightarrow a^{m/2} \psi(a^m t + k) \quad (2)$$

Якщо для сімейства функцій  $\psi_{mk}(t)$  виконується умова ортогональності

$$\langle \psi_{nk}(t), \psi_{lm}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{nk}(t) \cdot \psi_{lm}^*(t) dt = \delta_{nl} \cdot \delta_{km} \quad (3)$$

то сімейство  $\psi_{mk}(t)$  можна використовувати як ортонормований базис простору  $L^2(\mathbb{R})$ . Довільну функцію цього простору можна розкласти в ряд по базису  $\psi_{mk}(t)$  [68, 69]

$$s(t) = \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} S_{mk} \psi_{mk}(t) \quad (4)$$

де  $S_{mk}$  – коефіцієнти проєкції сигналу на новий ортогональний базис функцій, як і в перетворенні Фур'є, визначаються скалярним добутком

$$S_{mk} = \langle s(t); \psi_{mk}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi_{mk}(t) dt \quad (5)$$

при цьому ряд рівномірно сходиться

$$\lim_{M,K \rightarrow \infty} \left\| s(t) - \sum_{m=-M}^M \sum_{k=-K}^K S_{mk} \psi_{mk}(t) \right\| = 0$$

При виконанні цих умов базисна функція перетворення  $\psi(t)$  називається ортогональним вейвлетом.

Найпростішим прикладом ортогональної системи функцій такого типу є функції Хаара. Базисна функція Хаара визначається співвідношенням:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1/2; \\ -1, & 1/2 < t < 1; \\ 0, & t < 0, t > 1. \end{cases} \quad (6)$$

Легко перевірити, що при  $a = 2, m = 0, 1, 2, \dots, k = 0, 1, 2, \dots$  дві будь-які функції, які отримані за допомогою цього базисного вейвлета шляхом масштабних перетворень і переносів, мають одиничну норму і є ортогональними [4, 5].

Значення коефіцієнтів  $h_k$  і  $g_k$  в рамках КМА визначаються на основі загальних властивостей скейлінг-функцій і вейвлетів. Рівняння функцій:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k \varphi(2t - k); \quad \psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k \varphi(2t - k).$$

З властивості ортогональності масштабних функцій слідує перше рівняння на значення коефіцієнтів  $h_k$ :

$$\int_t \varphi(t) \varphi(t - x) dt = \delta_x; \quad \sum_k h_k h_{k+2x} = \delta_x. \quad (7)$$

З умов нормування скейлінг-функції слідує друге рівняння:

$$\int_t \varphi(t) dt = 1; \quad \sum_k h_k = \sqrt{2}. \quad (8)$$

З ортогональності вейвлетних і масштабних функцій слідує рівняння, рішенням якого є значення коефіцієнтів  $g_k$ :

$$\int_t \psi(t) \varphi(t - n) dt = 0; \quad \sum_k h_k g_{k+2x} = 0; \quad (9)$$

$$g_k = (-1)^k h_{2M-1-k}. \quad (10)$$

Точність і масштабна роздільна здатність апроксимації аналізованих функцій вейвлетами залежить від їх гладкості, тобто від порядку диференціювання. При використанні вейвлет-перетворення для стиснення інформації (відкидання маловагомих коефіцієнтів розкладання) вейвлети з високою гладкістю забезпечують більш точну реконструкцію сигналів. Для забезпечення знакозмінності і заданої гладкості до ступеня  $M-1$  вейвлети повинні бути ортогональними поліномам відповідних ступенів:

$$\int_t t^m \psi(t) dt = 0; \quad m = 0, 1, \dots, M-1; \quad \sum_k k^m g_k = 0; \quad (11)$$

$$\sum_k (-1)^k k^m h_k = 0 \quad (12)$$

Існують сімейства ортогональних вейвлетів, які взагалі не мають аналітичного вираження і визначаються тільки фільтрами. До них відносяться вейвлети Добеші. Скейлінг-функції і вейвлети Добеші – це безперервні функції, які не тотожні нулю і недиференційовані на кінцевому відрізку. Область задання вейвлетів Добеші ширша, ніж вейвлетів Хаара, але при цьому вони забезпечують при вейвлет-перетворенні більшу кількість маловагомих коефіцієнтів розкладання і, при відкиданні останніх, більш сильніше стиснення даних.

На рис. 1 – 6 представлено принципи вейвлет-перетворення фотоплетизмографічних сигналів. На основі проведеного вейвлет-перетворення було сформовано еталон-маски фотоплетизмографічних сигналів для певних захворювань.

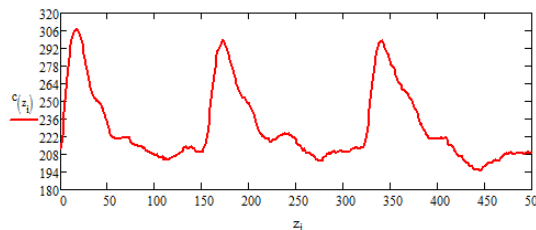


Рис. 1. Початкова форма фотоплетизмографічного сигналу

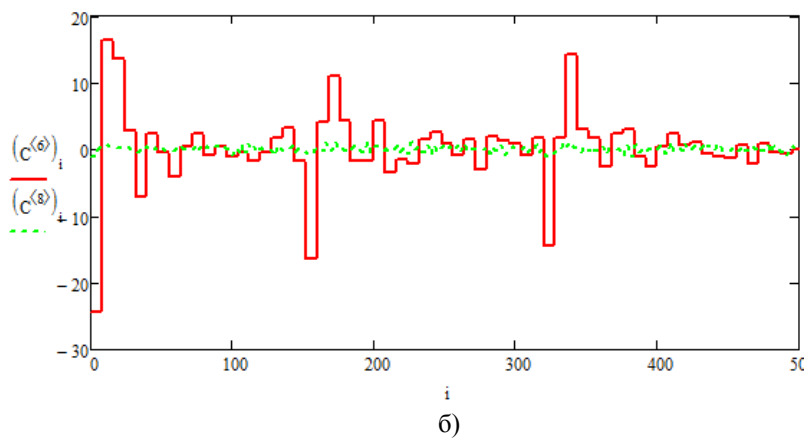
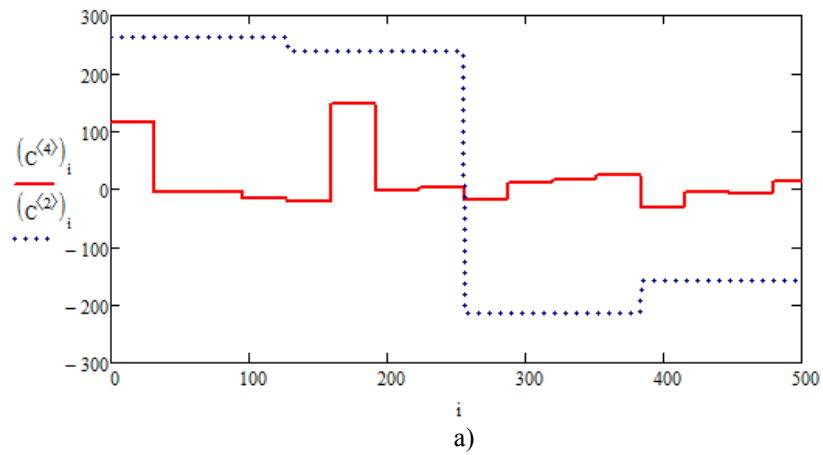


Рис. 2. Результати вейвлет-перетворення на основі вейвлета Добеші: а) db2 і db4; б) db6 і db8

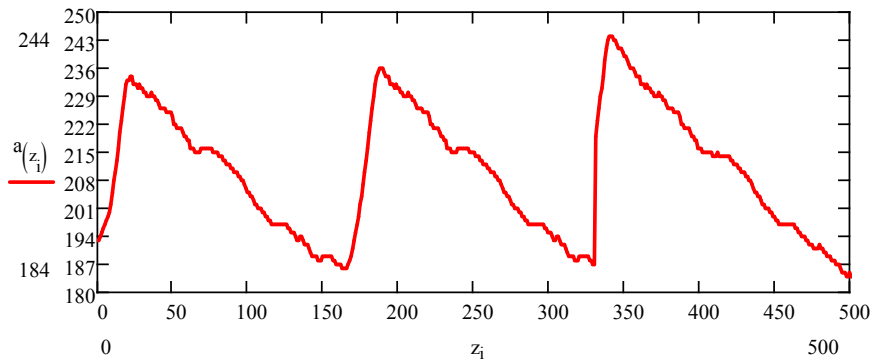
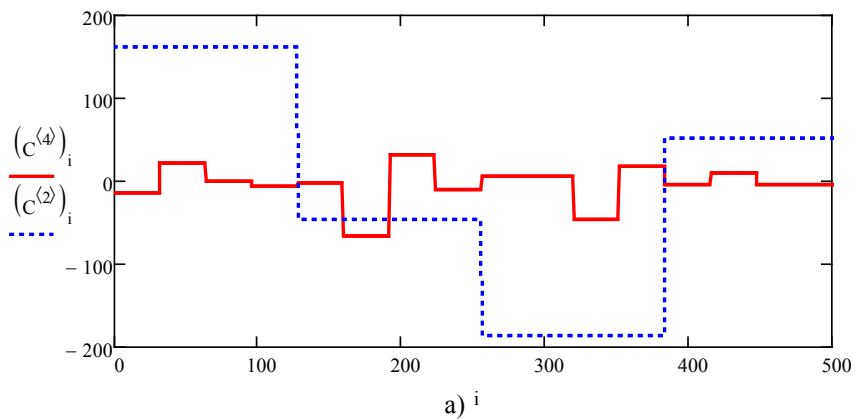
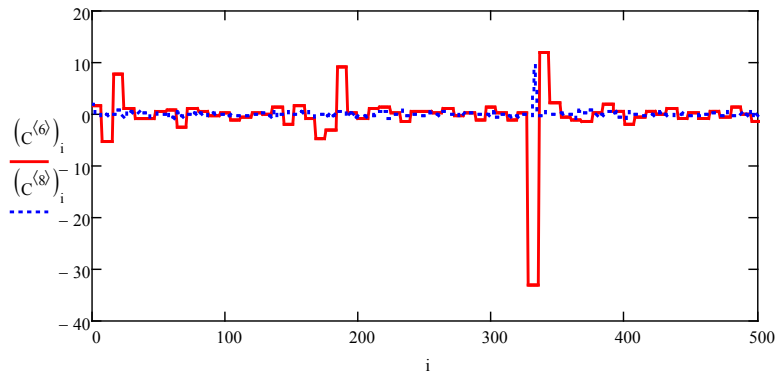


Рис. 3. Усереднений фотоплетизмографічний сигнал хворих на дистонію





б)

Рис. 4. Результати вейвлет-перетворення хворих на дистонію:  
а) db2 і db4; б) db6 і db8

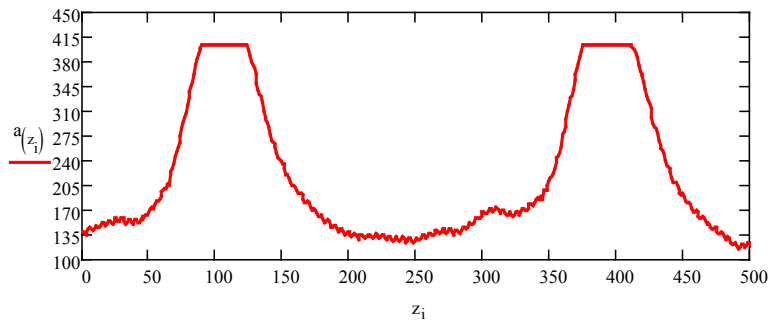
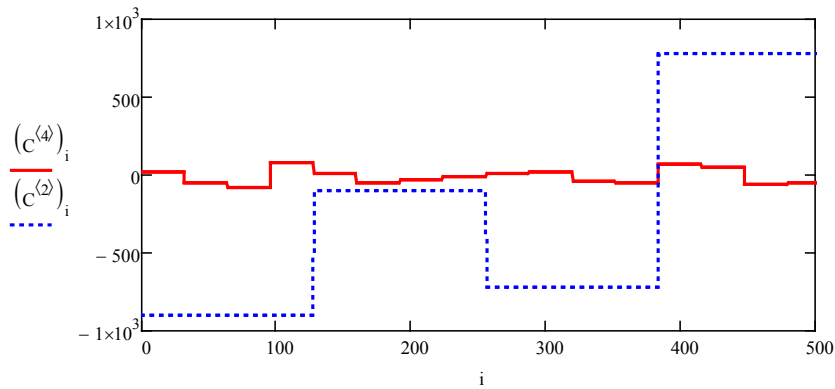
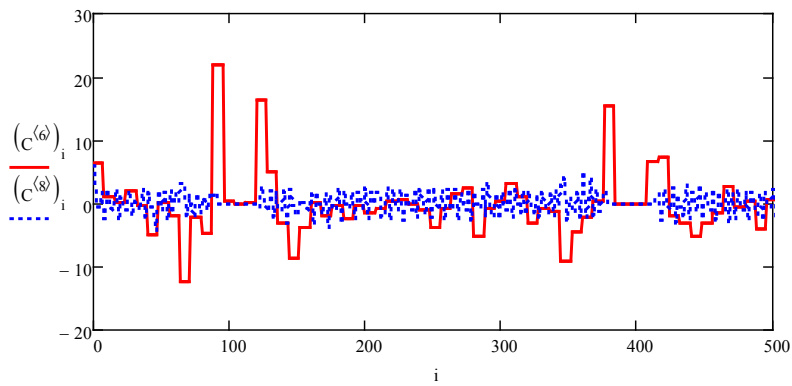


Рис. 5. Усереднений фотоплетизмографічний сигнал хворих на цукровий діабет



а)



б)

Рис. 6. Результати вейвлет-перетворення хворих на цукровий діабет:  
а) db2 і db4; б) db6 і db8

### АЛГОРИТМ ФІЛЬТРАЦІЇ ФОТОПЛЕТИЗМОГРАФІЧНИХ СИГНАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Щоб зменшити вплив фонових шумів на фотоплетизмографічний сигнал, скористаємося методом вейвлет-перетворення, а саме використаємо його алгоритм розкладання та відновлення сигналу. Для початкового сигналу  $f_r(x)$ , коефіцієнти вейвлет-розкладу матимуть вигляд [6]:

$$\begin{cases} c_k^{(j)} = \sum_n h_0(n - 2k)x_n^{(j+1)}; \\ d_k^{(j)} = \sum_n h_1(n - 2k)x_n^{(j+1)}, \end{cases} \quad (13)$$

де  $h_0(n)$ ,  $h_1(n)$  – представляють собою пару фільтрів;  $c_k^{(j)}$  – скейлінг-коефіцієнт (коефіцієнт апроксимації сигналу);  $d_k^{(j)}$  – вейвлет коефіцієнт (коефіцієнт деталізації сигналу).

З іншого боку, початковий сигнал  $f(x)$  можна представити у вигляді:

$$x_n^{(j+1)} = \sum_n h_0(n - 2k)c_k^{(j)} + \sum_n h_1(n - 2k)d_k^{(j)} \quad (14)$$

Сигнал  $f(x)$  відповідає низькочастотному нестационарному сигналу  $f_r(x)$  і представляє собою основний сигнал. Шум даного сигналу відповідає високочастотній складовій і представляється детально. Тому вейвлет-розклад коефіцієнтів фонового шуму в основному концентрується в  $d_k^{(j)}$ . Базуючись на цьому, алгоритм зменшення шумів може бути представлений у наступному вигляді:

1. Вибір вейвлет-функції  $\psi(x)$  та вейвлет-шару розкладу  $J$ .
2. Розкладання пульсового сигналу  $f_r(x)$  по базису вейвлетів  $\psi(x)$  у кожному шарі за формулою (13) та отримання вейвлет-коефіцієнтів  $c_j$  і  $d_j$ , де  $j = 1, 2, \dots, J$ .

3. Визначення оптимального значення масштабу  $a$ , присвоєння нульового значення коефіцієнту деталізації  $d_a$ , і відновлення пульсового сигналу  $f(x)$  з коефіцієнту  $C_a$  згідно рівняння (14).

4. Встановлюється порогове значення  $T$ , і визначається відношення сигнал/шум  $k$ . Якщо  $k < T$ , вибирається інша вейвлет-функція  $\psi(x)$  і повторюється крок 2 і 3. Якщо  $k > T$ , сигнал  $f(x)$  вважається очищеним і використовується для подальшого оброблення.

5. Відновлення сигналу [6].

На рис. 7 зображено результати фільтрації фотоплетизмографічних сигналів на основі вказаного алгоритму вейвлет-перетворення.

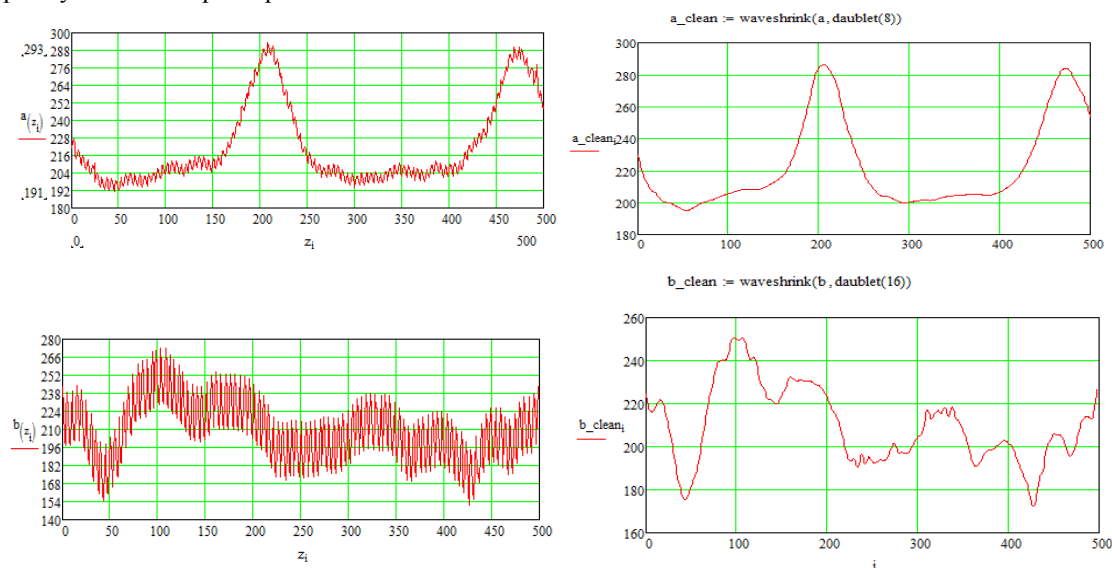


Рис. 7. Результати фільтрації сигналів на основі вейвлет-перетворення

Вибір використовуваного вейвлета і глибини розкладання, в загальному випадку, залежить від властивостей конкретного сигналу. Більш гладкі вейвлети створюють більш гладку апроксимацію сигналу, і навпаки - "короткі" вейвлети краще відстежують піки апроксимованої функції.

При збільшенні глибини розкладання модель відсікає шум більшого рівня, поки не наступить "перебільшення" масштабу деталей і перетворення почне спотворювати форму вихідного сигналу. При подальшому збільшенні глибини розкладання перетворення починає формувати згладжену версію вихідного сигналу, тобто фільтрується не тільки шум, а й деякі локальні особливості вихідного сигналу [7].

### ВИСНОВКИ

В даній статті проведено аналіз та фільтрацію фотоплетизмографічних сигналів за допомогою вейвлет-перетворення, на основі якого отримано еталон-маски для певних захворювань. В результаті проведеного аналізу встановлено, що вейвлет перетворення при обробленні фотоплетизмографічної інформації є високоінформативним методом.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Фізичні основи біомедичної оптики : монографія / [Павлов С. В., Кожем'яко В. П., Колісник П. Ф. та ін.]. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 152 с. – ISBN 978-966-641-383-6.
2. Методи оброблення фотоплетизмографічних сигналів за допомогою Фур'є-перетворення / М. О. Прокопова, Т. І. Козловська, А. М. Козак, К. І. Кравцов // Вісник Хмельницького національного університету. – 2010. – №5. – С. 256–261.
3. Абакумов В. Г. Біомедичні сигнали та їх обробка / [Абакумов В. Г., Геранін В. О., Рибін О. І. та ін.]. – Київ : ТОО «ВЕК+», 1997. – С. 228–229.
4. Hutton P. The benefits and pitfalls of pulseoximetry / P. Hutton, T. Clutton-Brock // British Medical Journal. – 1993. – v. 307. – P. 457–458.
5. Stoneham M. D. Knowledge about pulseoximetry among medical and nursing staff / M. D. Stoneham, G. M. Salive, I. H. Wilson // Lancet. – 1994. –v. 334. – P. 1339–1342.
6. Wang Hui-Yan. Investigation on the automatic parameters extraction of pulse signals based on wavelet transform / Wang Hui-yan, Zhang Pen-yong // Journal of Zhejiang University SCIENCE A – 2007. P. 1283–1289.
7. Витязев В. В. Вейвлет анализ временных рядов : учеб. пособ. / В. В. Витязев. – СПб. : Изд-во С.-Петербург. Ун-та, 2001. – 58 с.

Надійшла до редакції 30.10.2013 р.

**ПАВЛОВ С. В.** – д.т.н., проф., завідувач кафедри «Загальної фізики та фотоніки», Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

**ВАСИЛЕНКО В. Б.** – д.т.н., проф., Новий університет Лісабону, м. Лісабон, Португалія.

**КОЗЛОВСЬКА Т. І.** – к.т.н., ст. викл. кафедри «Загальної фізики та фотоніки», Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.