

УДК 681.586.773

Й.І. СТЕНЦЕЛЬ<sup>1</sup>, С.М. ЗЛЕПКО<sup>2</sup>, С.П. ПАВЛОВ

## ФІЗИЧНЕ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ МЕТОДІВ ДІАГНОСТИКИ СТАНУ ЗДОРОВ'Я ЛЮДИНИ

<sup>1</sup>*Східноукраїнський національний університету імені Володимира Даля,  
93406, просп.. Радянський, 59 а, м.Севєродонецьк Луганської області, Україна*

<sup>2</sup>*Вінницький національний технічний університет,  
21021, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна*

**Анотація.** У роботі наведено результати теоретичних та експериментальних досліджень впливу температури на роботу біологічного організму, принципи діагностування стану людського організму при зміні його температури, причини її виникнення та перенесення. Показано, що перенесення теплової енергії призводить до зміни маси та кількості руху. Зміна температурного поля в біологічному організмі описується нелінійними диференціальними рівняннями.

**Ключові слова:** біологічний організм, дослідження, неінвазивні методи, діагностика, стан, температура, енергія, контроль, час, джерело.

**Аннотация.** В работе приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований влияния температуры на работу биологического организма, принципы диагностирования состояния человеческого организма при изменении его температуры, причины ее возникновения и переноса. Показано, что перенос тепловой энергии приводит к изменению массы и количества движения. Изменение температурного поля в биологическом организме описывается нелинейными дифференциальными уравнениями.

**Ключевые слова:** биологический организм, исследования, неинвазивные методы, диагностика, состояние, температура, энергия, контроль, время, источник.

**Abstract.** The paper presents the results of theoretical and experimental studies of the influence of temperature on the work of a biological organism, the principles of diagnostics of the human body by changing its temperature, its causes and transfer. It is shown that heat transfer results in a change of mass and momentum. Changing the temperature field in a biological body is described nonlinear differential equations.

**Keywords:** biological organism, research, non-invasive methods, diagnosis, condition, temperature, energy control, time source.

### ВСТУП

Характерною особливістю біологічних організмів (БО) є наявність температурного поля стабільного для нормального його стану. Наприклад, для людського БО за нормальну приймається температура тіла 36,6<sup>0</sup>С; для інших БО вона може бути різною [1]. Будь-які відхилення від нормальної температури БО є ознакою про порушення роботи того чи іншого органу або біологічної системи. Для БО притаманне температурне просторове поле (температурна аура), яке жорстко пов'язане зі зовнішнім температурним полем середовища (повітряним, рідинним тощо). Теплова енергія, яка створюється в БО, постійно виводиться (стікає) з нього за рахунок конвекційного перенесення тепла у навколишнє середовище, яке приймається нескінченим. Теплова енергія в БО створюється за рахунок біохімічних процесів, які протікають в шлунково-кишковій системі та деяких інших. При відхиленні БО від нормального стану підвищується чи знижується температура температурного поля, яку можна контролювати термометром. Але ця температура є деяким усередненим діагностичним показником роботи БО. Як правило, зміна температури БО є наслідком порушення роботи того чи іншого органу, який іноді важко визначити за загальним температурним показником. Зміна температурного поля БО тісно пов'язана з масообмінними та біохімічними процесами, які в ньому протікають, і характеризуються багатьма фізико-хімічними параметрами [2]. Окрім того, при відхиленні БО від норми появляються термодинамічні процеси, котрі характеризуються швидкістю перенесення теплової енергії від того чи іншого органу відхиленого від норми (ОВН). Останній характеризується не тільки зміною локального

температурного поля, але й масообмінного та біохімічного процесу. Так як зміна температури є рушійною силою, то для БО вона приводить, по-перше, до зміни швидкості масоперенесення та біохімічних процесів в цьому органі. Тому вивчення термодинамічних процесів БО є одним із основних напрямків для створення нових принципів діагностування.

### МЕТА СТАТТІ

Метою статті є вивчення поведінки термодинамічних полів в біологічному організмі при наявності в ньому реологічних переходів.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Процеси передачі тепла й речовин у БО є подібними. Передачі тепла молекулярною теплопровідністю відповідає молекулярна дифузія, передачі тепла конвекцією - конвекційна дифузія. Всі теоретичні та експериментальні результати, які отримані при дослідженні процесів теплопередачі [3-6], можуть бути безпосередньо використані до процесів дифузії біологічного організму. Експериментальне вивчення перенесення тепла ускладнюється необхідністю виконувати вимірювання в БО зі змінною температурою. При цьому на результати впливає залежність фізико-хімічних констант від температури. Для нерухомого середовища основним законом передачі тепла (молекулярною теплопровідністю або кондукцією) є закон Фур'є, згідно з котрим тепловий потік пропорціональний градієнту температури [7]:

$$q = -\lambda \text{grad}T \equiv -\lambda \frac{dT}{dy}, \quad (1)$$

де  $q$  - тепловий потік, тобто кількість тепла, яке передається через одиницю поверхні за одиницю часу;  $\text{grad}T$  - градієнт температури;  $\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності.

Якщо причиною руху служить різниця температур, котра приводить до перенесення тепла в БО, то приймається, що це є вільною або природною конвекцією. Якщо рух викликається зовнішніми силами, то процес носить назву вимушеної конвекції. Найбільш загальне описання процесів перенесення досягається у тому випадку, коли взагалі не відділяти молекулярні потоки від конвекційних і користуватися опосередкованими швидкостями окремих компонентів, котрі включають як молекулярне, так і конвекційне перенесення. При цьому отримується закон термодифузії у формі Максвелла – Стефана [8], а для більш складних випадків - система рівнянь зі силами взаємного тертя. У наближенні незалежної термодифузії зручно зберігати форму законів Фур'є, доповнивши їх конвекційними складовими, які виражають конвекційне перенесення, зв'язане з рухом речовини як цілого. Якщо лінійну швидкість останнього позначити через  $V$ , то закон Фур'є приймає вигляд [9]:

$$q = -\lambda \text{grad} T + c_p \rho v T, \quad (2)$$

де  $c_p$  - теплоємність при сталому тиску;  $\rho$  - густина (щільність).

Для процесу передачі тепла вводять коефіцієнт температуропровідності  $a$ , який зв'язаний зі звичайним коефіцієнтом теплопровідності співвідношенням  $a = \lambda / c_p \rho$ . Рівняння теплопровідності в нерухомому середовищі має вигляд

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial \theta} = \text{div} \lambda \text{grad}T + q', \quad (3)$$

де  $q'$  — щільність джерел тепла, тобто кількість тепла, яка виділяється внаслідок хімічних реакцій в одиниці об'єму за одиницю часу;  $\theta$  - час перенесення теплової енергії.

Якщо коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  можна рахувати сталим, то рівняння (3) приймає вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = a \Delta T + \frac{1}{c_p \rho} q'. \quad (4)$$

При наявності конвекції рівняння (4) потрібно доповнити конвекційною складовою  $v \text{grad} T$  (де  $v$  — швидкість потоку). Для біохімічних процесів джерелом тепла є тепловиділення хімічної реакції, основна властивість котрої полягає в тому, що швидкість її залежить від температури за законом Арреніуса. Тому щільність джерел тепла записується у вигляді

$$q' = Qz \exp(-E / RT_p), \quad (5)$$

де  $Q$  - тепловий ефект реакції;  $z$  - стала;  $E$  - енергія активації, котра приймається достатньо великою;  $R$  - універсальна газова стала;  $T_p$  - температура біохімічної реакції.

У результаті прийнятих припущень отримується основне рівняння теплоперенесення з біохімічною реакцією в такій формі:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial \theta} = \text{div}(\lambda \text{grad} T - c_p \rho v T) + Qz \exp(-E / RT_p). \quad (6)$$

При стаціонарному режимі БО продукти біохімічної реакції розповсюджуються з постійною швидкістю  $v_0$ . Для такого режиму теплоперенесення описується рівнянням

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - c_p \rho v_0 \frac{\partial T}{\partial x} + Qz \exp(-E / RT_p) = 0, \quad (7)$$

де  $x$  - напрямок розповсюдження теплової енергії.

Якщо знехтувати залежністю теплопровідності від температури (для допустимої зміни температури БО), то рівняння (7) спрощується й набуває вигляду

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v_0 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Q}{c_p \rho} z \exp(-E / RT_p) = 0. \quad (8)$$

З рівняння балансу тепла для температурного поля маємо

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial \theta} = - \frac{\partial q_x}{\partial x}. \quad (9)$$

Замість  $q_x$  підставимо наступний вираз

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \tau_p \frac{\partial q_x}{\partial \theta}, \quad (10)$$

де  $\tau_p = c_p \rho$  - стала часу процесу перенесення тепла.

Приймаючи, що  $\lambda$  і  $\tau_p$  є сталими, то після диференціювання за часом  $t$  маємо

$$\tau_p \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial T}{\partial \theta} - a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + v_0 \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{Q}{c_p \rho} z \exp(-E / RT_p) = 0, \quad (11)$$

Розділивши рівняння (11) на коефіцієнт температуропровідності  $a$ , отримуємо

$$\tau_p \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial T}{\partial \theta} - \left( a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v_0 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Qz}{c_p \rho} \exp(-E / RT_p) \right) = 0. \quad (12)$$

Приведені математичні моделі розподілення температури в деякому тілі за часом та координатою описують тільки процес перенесення теплової енергії через зону реологічного переходу. У той час як в біологічному організмі термодинамічні процеси використовуються для прогрівання чи охолодження деяких елементів тіла, які розташовані на деякій відстані від джерела тепла. Фактично використовується стік теплової енергії, яка пройшла через зону реологічного переходу.

### ФІЗИЧНІ ТА МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПЕРЕНЕСЕННЯ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ В БІОЛОГІЧНОМУ ОРГАНІЗМІ З ІЗОЛЬОВАНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Розглянемо процес перенесення теплової енергії біологічного (людському) організму (далі БЛО), яке створюється в деякому його органі, для випадку, коли цей організм знаходиться в середовищі з незмінним температурним полем. Прийmemo, що БЛО являє собою умовний стрижень з незмінним ізольованим зовнішнім середовищем (рис. 1). За неізольовану частину рахуватимемо поверхню ОВН, яка є джерелом тепла з великою тепловою потужністю і температурою  $T_0$ . Розділемо довжину БЛО на  $n$  умовних ділянок товщиною  $\Delta x \rightarrow 0$ . Прийmemo, що на кожен наступну ділянку  $\Delta x_i$  теплота передається тільки після того, коли попередній прийме температуру джерела.

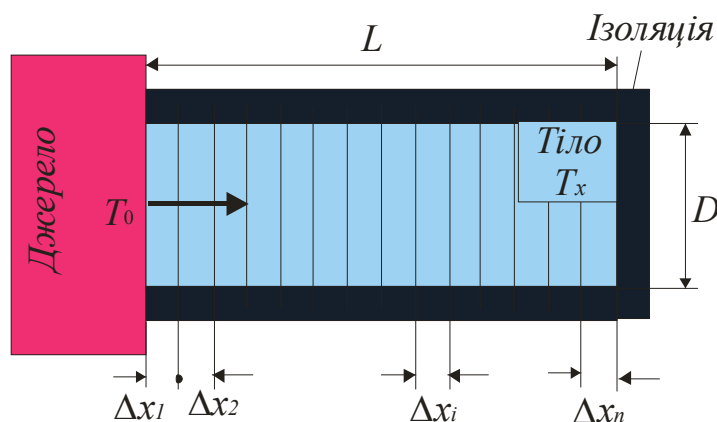


Рис. 1. Схема реологічного переходу теплоти БЛО з ізольованою поверхнею

У кожному елементі такого тіла проходить процес реологічного перетворення (нагрівання), який згідно з [3] може бути описаний рівнянням (12). На першій ділянці  $\Delta x \rightarrow dx$  має місце реологічне перенесення теплової енергії від джерела до першої ділянки (рис. 2, крива 1). За рахунок цього перенесення БЛО акумулює тепло і нагрівається до температури  $T_{x_i} = T_0$ . Процес нагріву ділянки  $\Delta x_1 \rightarrow dx_1$  показаний на рис. 2, крива 2. Інтегральна імпульсна дельта-функція Дірака являє собою прямокутник шириною  $\Delta x_1$ . Так як згідно з умовою задачі стік теплової енергії через поверхню є відсутнім, то для кожної ділянки  $\Delta x_i$  задача перенесення тепла та нагрівання БЛО буде симетричною. Таким чином, процес перенесення кількості тепла від джерела до ділянки 1 БЛО описуватиметься диференціальним рівнянням типу (12). Час перенесення теплової енергії від однієї ділянки до іншої (час стоку)  $\Delta t_i = \theta_i - \theta_{i-1}$ . При  $\Delta t_i \rightarrow 0$  можемо записати, що

$$\tau_c \frac{dT_x}{dt} = kT_d(x, \theta), \quad (13)$$

де  $\tau_c = \Pi L / a$  - стала часу стоку теплової енергії;  $\Pi$  - периметр тіла;  $k$  - коефіцієнт передачі теплової енергії.

Рівняння (13) описує стік теплової енергії вздовж тіла. Тому приймаючи, що  $\partial \theta \approx dt$ , рівняння (12) можна записати таким чином

$$\tau_P \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial T}{\partial \theta} - \left( a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v_0 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Q_z}{c_P \rho} \exp(-E / RT_P) \right) = \gamma(t), \quad (14)$$

де  $\gamma(t)$  - швидкість перенесення теплової енергії вздовж довжини тіла (стік теплової енергії).

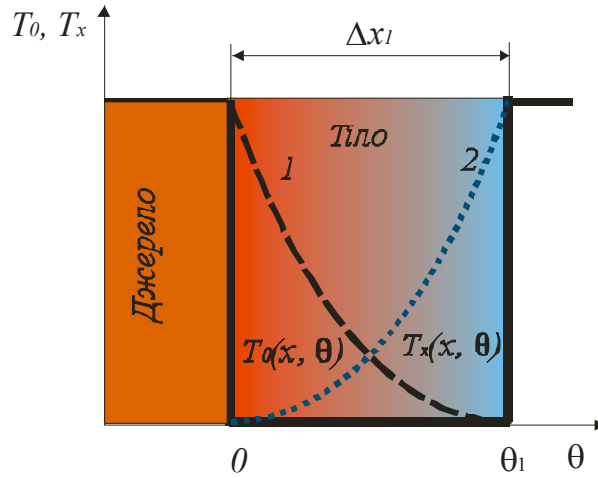


Рис. 2. Графіки незворотних реологічних перетворень (криві 1 і 2) та інтегральна імпульсна дельта-функція Дірака

Стік теплової енергії можна знайти з рівняння (13), прийнявши, що на границі розділу фаз теплової енергії на кожній дільниці  $\theta \leq t$  і  $T_d(x, \theta \leq t) \approx T_x(x, t)$ . У результаті, враховуючи, що  $x = \Delta x_i = const$ , маємо

$$\gamma(t) = \frac{dT_i(t)}{dt} = k \left[ \tau_C \frac{d^2 T_x}{dt^2} + \frac{dT_x}{dt} \right]. \quad (15)$$

Підставивши (15) у рівняння (14), отримуємо математичну модель перенесення теплової енергії від джерела до БЛО в такій формі

$$\tau_P \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial T}{\partial \theta} - \left( a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \nu_0 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Qz}{c_P \rho} \exp(-E/RT_P) \right) = k \left[ \tau_C \frac{d^2 T_x}{dt^2} + \frac{dT_x}{dt} \right], \quad (16)$$

При відповідних умовах (наприклад, для джерела теплової енергії з кінцевою потужністю перенесення) можна припустити, що  $\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \approx \frac{d^2 T_x}{dt^2}$  і  $\frac{\partial T}{\partial \theta} \approx \frac{dT_x}{dt}$ . Тоді рівняння спрощується і приймає наступний вигляд

$$(\tau_P + k\tau_C) \frac{d^2 T_x}{dt^2} + (1+k) \frac{dT_x}{dt} - \left( a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \nu_0 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Qz}{c_P \rho} \exp(-E/RT_P) \right) = 0. \quad (17)$$

Прийmemo, що  $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$  і поділимо рівняння (17) на швидкість  $\nu_0$ . Тоді, зміна температури джерела теплової енергії на одиницю довжини дорівнює зміні температури  $\Delta T$  за довжиною  $\Delta x = 1$ , тобто  $\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{dT}{dx}|_{x=1} = T_{x=1}$ , отримуємо математичну модель термодинамічного процесу в БЛО у вигляді

$$\tau_2^2 \frac{d^2 T_x}{dt^2} + \tau_1 \frac{dT_x}{dt} + T_x = T_0 \exp(-E/RT_P) = 0, \quad (18)$$

де  $\tau_2^2 = (\tau_P + k\tau_C)/\nu_0$ ;  $\tau_1 = (1+k)/\nu_0$  - сталі часу;  $T_0 = Qz/\nu_0 c_P \rho$  - теоретична температура джерела на границі реологічного переходу (усереднена температура ОВН).

### ВИСНОВКИ

З рівняння (18) випливає, що амплітуда температури БЛО в часі залежатиме від таких параметрів біохімічної реакції як енергії активації  $E$  і температури реакції  $T_P$ , а її характер змінюватиметься в залежності від відношення сталих часу

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1+k}{\sqrt{(\tau_P + k\tau_C)\nu_0}} = \frac{(1+k)}{\sqrt{\lambda + k\Pi L}} \sqrt{\frac{a}{\nu_0}}. \quad (19)$$

Якщо прийняти, що коефіцієнт теплопровідності тіла не залежить від зміни температури і є сталим для БЛО, то відношення сталих часу визначатиметься геометричними розмірами джерела теплової енергії ОВН (добутком його периметра  $\Pi$  на товщину  $L$ ) і відношенням коефіцієнта температуропровідності  $a$  до швидкості перенесення теплової енергії від джерела до навколишнього середовища. Аналіз процесу перенесення теплової енергії показує, що коефіцієнт  $k \leq 1$ . Таким чином,

якщо  $k = 1$ , то приходимо до такого рівняння  $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{2}{\sqrt{\lambda + \Pi L}} \sqrt{\frac{a}{\nu_0}}$ , а при  $k = 0$  це відношення

дорівнюватиме  $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{\frac{a}{\nu_0}} = \sqrt{\frac{c_P \rho}{\nu_0}}$ .

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Предеветика внутренних болезней /Под ред. В.Х.Василенко, А.Л. Гребенева, Н.Д. Михайловой. – М.: Медицина, 1974. – 5.28 с.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетики. – М.: Наука, 1987. -502.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – М.: Машгиз, 1962. – 368 с.
4. Лыков А.В.и Михайлов Ю.А. Теория тепло-и массопереноса. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 389с.
5. Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло-и массообмена. - М.: Госэнергоиздат, 1962. – 562 с.
6. Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е. Явления переноса. – М.: Хмия, 1974. – 688 с.
7. Рубинштейн Л.И. Проблема Стефана. – Рига: Изд-во «Звайгзне». 1967. – 168 с.
8. Мак-Адамс В.Х. Теплопередача. Пер с англ.- М.: Металлургиздат, 1961. – 669 с.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 599 с.
10. Якоб М. Вопросы теплопередачи. Пер с англ.- М.: Издательский, 1960. – 517 с.
11. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Пер с англ.. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
12. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. Пер. С франц. – М.: Мир, 1964, - 456 с.
13. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов. Пер. с франц. – М.: Издательский, – 127 с.
14. Беллман, Р. Калаба. Квазилинеаризация и краевые задачи. – М.: Изд-во «Мир», 1968. = 183 с.
15. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их применение. – М. Мир, 1971. – 372 с.
16. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 286 с.
17. Стенцель Й.І. Математичне моделювання технологічних об'єктів керування: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1993. – 328 с.
18. Стенцель Й.І., Поркуян О.В., Проказа О.І., Кузнєцова О.В. Нелінійні моделі багатопараметричних хімічних об'єктів керування з реологічними перетвореннями. //Матеріали шостої міжнародної науково-практичної конференції «Розвиток наукових досліджень – 2010». – Полтава, 2010, т.8. –С. 108-111.
19. Стенцель Й.І., Поркуян О.В., Проказа О.І. Дослідження вимірювального контролю

технологічних параметрів при реологічних перетвореннях хімічних процесів. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. «Электроэнергетика и преобразовательная техника». – Харків: НТУ «ХПІ» - №19. – 2011. – С. 31-37.

20. Таганов И.Н. Моделирование процессов массо- и энергопереноса. – Л.: Химия, 1979. - 203 с.
21. Стенцель Й.І., Поркуян О.В., Проказа О.І. Основи теорії багатопараметричних об'єктів керування з реологічними переходами. Науковий журнал «Технологічні комплекси», Луцьк, №2, 2010. –с.46-51.

Надійшла до редакції 04.11.2013 р.

**СТЕНЦЕЛЬ ЙОСИП ІВАНОВИЧ** – д.т.н, професор, завідувач кафедри комп'ютерно-інтегрованих систем управління Технологічного інституту Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. Адреса: 93406, м.Сєвєродонецьк Луганської області, просп. Радянський, 59 а. Телефони: моб. 097-977-6411, 066-837-5130.

**ЗЛЕПКО СЕРГІЙ МАКАРОВИЧ** - д.т.н, професор, завідувач кафедри проектування медико-біологічної апаратури. 21021, м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет, вул. Хмельницьке шосе 95.

**ПАВЛОВ СЕРГІЙ ВОЛОДИМИТРОВИЧ** - д.т.н, професор, завідувач кафедри загальної фізики та фотоніки Вінницького національного технічного університету. 21021, м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет, вул. Хмельницьке шосе 95.