

УДК 004.467

Я. М. НИКОЛАЙЧУК¹, Т. І. ПАСТУХ¹, А. Р. ВОРОНИЧ²**ТЕОРІЯ ТА МЕТОДИ ОЦІНКИ ЕНТРОПІЇ ДИСКРЕТНИХ МАНІПУЛЬОВАНИХ СИГНАЛІВ.**¹*Тернопільський національний економічний університет,
46020, вул. Львівська, 11, м. Тернопіль*²*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
76000, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ*

Анотація. Викладені теоретичні основи аналітичної оцінки ентропії випадкових процесів. Здійснена систематизація оцінок ентропії згідно методів розроблених Р. Хартлі, К. Крампа, Н. Колмогорова, К. Шенона, Дж. Лонго, Г. Шульца, Б. Олівера, Д. Мідлттона, В. Таллера, В. Боюна, Я. Николайчука. Проведений аналіз аналітики різних оцінок ентропії дозволив встановити, що їх базовою основою є логарифмічні функції імовірнісних станів джерел інформації, багатомірних статистичних розподілів, оцінок приростів математичного сподівання, дисперсії, середньоквадратичного відхилення та різних аналітичних виразів автокореляційних функцій (АКФ). Показано що міра ентропії Р.Хартлі є верхньою оцінкою об'єму інформації, міра Дж.Лонго та Г.Шульца враховують коефіцієнти корисності інформації. Міра К.Шенона враховує імовірнісні стани, а міра Я.Николайчука враховує дисперсію та АКФ, в найбільшій степені наближається до власної ентропії джерела інформації.

Ключові слова: Теорія, ентропія, дискретні маніпульовані сигнали.

Аннотация. Изложены теоретические основы аналитической оценки энтропии случайных процессов. Осуществлена систематизация оценок энтропии согласно методов разработанных Р.Хартли, К.Крампа, Н.Колмогорова, К.Шенона, Дж.Лонго, Г.Шульца, Б.Оливера, Д.Мидлттона, В.Таллера, В.Боюна, Я.Николайчука. Проведенный анализ аналитики различных оценок энтропии позволил установить, что их базовой основой является логарифмические функции вероятностных состояний источников информации, многомерных статистических распределений, оценок приростов математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения и различных аналитических выражений автокорреляционной функций (АКФ). Показано что мера энтропии Р.Хартли является верхней оценкой объема информации, степень Дж.Лонго и Г.Шульца учитывают коэффициенты полезности информации. Мера К.Шенона учитывает вероятностные состояния, а мера Я.Николайчука учитывает дисперсию и АКФ, в наибольшей степени приближается к собственной энтропии источника информации.

Ключевые слова: Теория, энтропия, дискретные манипулируемые сигналы.

Abstract. Presented the theoretical basis of analytical assessment of the entropy of random processes. Systematization of the entropy assessment methods developed by R. Hartley, C. Kramp, N.Kolmohorova, C. Shannon, G. Longo, G. Shults, B. Oliver, D.Middleton, W. Tuller, V.Boyuna, Ya.Nykolaychuka. The analysis of various assessments estimates entropy revealed that their foundation is a logarithmic function of probability information sources, multivariate statistical distributions of increments mathematical expectation, dispersion, standard deviation and different analytical expressions autocorrelation functions. Shown that the amount of R.Hartley entropy is the upper estimate of the volume of information Dzh.Lonho and H.Shultsa and taken into account coefficients of the information utility. The measure of C. Shannon takes into account the probability states and the Ya. Nykolaychuk measure takes into account the variance and autocorrelation function, to the greatest degree close to its own entropy sources.

Keywords: theory, entropy, discrete manipulated signals.

ВСТУП

Розвиток цифрової техніки мікроконтролерів та процесорів опрацювання сигналів тісно пов'язаний з фундаментальною теорією інформації та методами оцінки ентропії джерел інформації. Значна різноманітність сучасних методів маніпуляції дискретних сигналів, які широко використовуються в

телекомунікаційних системах та комп'ютерних мережах потребує відповідно строгої математичної основи для порівняння їх характеристик, вибору методу маніпуляції із заданими характеристиками та оптимізації їх функціональних властивостей. До таких методів належать: частотний, спектральний, енергетичний, ймовірнісний, кореляційний та ентропійний [1—8, 13, 14].

Серед названих методів ентропійний підхід є актуальним і, як показує аналіз літератури є недостатньо глибоко вивченим. При цьому ентропійний метод аналізу сигналу у порівнянні з іншими методами є найбільш інтегрованим, оскільки він враховує енергетичні, статистичні, ймовірнісні, кореляційні, спектральні та динамічні характеристики сигналів.

На практиці у виключній більшості наукових праць, монографій та підручників виконується оцінка ентропії за формулами Р.Хартлі та К.Шенона [1, 2, 18].

Найбільш повні дослідження всієї гамми аналітичних формул оцінки міри ентропії приведені в роботах Я.М. Николаичука, А.І. Сегіна, Погонця та А.Р. Воронича [9—13, 15—17].

В той же час ентропійні дослідження характеристик дискретно маніпульованих сигналів знаходяться в стані розвитку, що визначає їх актуальність.

1. АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ ТА ОКРЕСЛЕННЯ НАУКОВОЇ ЗАДАЧІ.

Фундаментальні теоретичні основи та визначення ентропії представлених сигналів [1, 4, 14, 18] та систематизація аналітичних виразів оцінки ентропії відображені в роботах [9, 19]. Аналітика та асимптотика кореляційних функцій, які використовуються для визначення ентропії представлені в роботах [9, 13]. Дослідження ентропії маніпульованих сигналів методом Галуа приведені в [15]. Також розроблено спецпроцесори визначення кореляційної ентропії [20, 21], які використовують коваріаційну автокореляцію та формулу еквівалентності.

Визначену перспективу складають дослідження ентропії маніпульованих сигналів шляхом побудови їх вікон та розрахунку згідно різних виразів.

2. СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ОЦІНОК ЕНТРОПІЇ ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ.

Класифікація та системний опис виразів оцінок ентропії, які досліджені в роботах [15, 16], приведені в табл. 1. В табл. 2 представлено систематизацію оцінок ентропії на основі різних автокореляційних формул [13].

Таблиця 1.

Систематизація аналітичних виразів оцінок мір ентропії

№	Аналітичний вираз	Міра ентропії
1	2	3
1	$H = \log_2 S^n = n \cdot \log_2 S.$ $H = n \cdot \hat{E}[\log_2 S] = n \cdot \log_2 S,$ де H — кількість інформації; S — число незалежних рівноймовірних станів джерела інформації (ДІ); n — число вибірок, $\hat{E}[\cdot]$ [·] — цілочисельна функція з округленням до більшого.	Р. Хартлі (<i>R. Hartley</i>)
2	$I_x = \log_2 \sqrt{2\pi e \sigma_x^2}, \quad I_x = \hat{E}[\log_2 3\sigma_x].$	К. Крампа (<i>C. Kramp</i>)
3	$H_\epsilon \leq \frac{T}{\Delta t} + \log \frac{C}{\epsilon},$ при $\phi(t) = 2^{\frac{T}{\Delta t}} H_\epsilon \leq \log \left(\frac{C}{\epsilon} \cdot 2^{\frac{T}{\Delta t}} \right)$, де Δt — крок дискретизації, що забезпечує точність квантування ϵ , C — діапазон квантування; T — інтервал часу спостереження ДІ В частковому випадку при $\frac{C}{\epsilon} = 2^m, \frac{T}{\Delta t} = 2^n, H_\epsilon \leq \log_2(2^m \cdot 2^n) = m + n.$	Н. Колмогорова (ϵ -ентропія)
4	$H = -k \sum_{i=1}^n p_i \log p_i,$ де k — додатній коефіцієнт, який враховує основу логарифма; p_i — ймовірність s_i -го стану дискретного ДІ.	К. Шеннона (<i>C. Shannon</i>)

Продовження таблиці 1

№	Аналітичний вираз	Міра ентропії
1	2	3
5	$I(u, p) = -k u \cdot \log p .$ $H(u, p) = -k \sum_{i=1}^n [u_i p_i \cdot \log p_i] ,$ <p>де $u_i \geq 0$ - коефіцієнт корисності k - стала величина; $p = p_i$ - імовірність S_j-го стану.</p>	Дж. Лонго (G. Longo)
6	$H(p, w) = - \sum_{i=1}^n \left[p_i w_i / \sum_{j=1}^n p_j w_j \cdot \log p_i w_i / \sum_{j=1}^n p_j w_j \right] .$ <p>Вагові функції Радемахера: $W_0 = 2^0 = 1, W_1 = 2^1 = 2, W_2 = 2^2 = 4 \dots W_n = 2^n ,$ $w_0 = W_0 / \sum_{i=1}^n W_i \dots w_n = W_n / \sum_{i=1}^n W_i ,$ $p = const, H(w) = - \sum_{i=1}^n w_i \log w_i, H(n) = -n \sum_{i=1}^n \log \frac{1}{n} = \log n .$</p>	Г.Шульца (G. Shults)
7	<p>де $N = n! / \prod_j S_j$ або $\log N = \log n! - \sum_j S_j .$</p>	Б.Олівера (B. Oliver, комбінацій-ний підхід)
8	$H(X) = - \sum_{x_1} \dots \sum_{x_n} p(X) \log p(X) .$ <p>X — апіорна невизначеність; X_i, y_i — статистично залежні стани ДІ; $W_1(y_1, t_1), W_1(y_1, t_1; y_2, t_2), W_1(y_1, t_1; \dots; y_n, t_n)$ — сумісні щільності ймовірностей; $H(X/Y) = \sum_{x_1} \dots \sum_{x_n} \sum_{y_1} \dots \sum_{y_m} p(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \cdot \log p(x_1, \dots, x_n / y_1, \dots, y_m) , \quad (2.14)$ <p>де x_i, y_i — статистично залежні стани ДІ</p> </p>	Д.Мідлтона (D.Middleton)
9	$H \leq k 2 B T \left(1 + \frac{S}{N} \right) , H = k \cdot n \log S_{ave} ,$ <p>де S_{ave} — середнє значення станів ДІ, $B T$ — інформаційна база, N — значення рівня шуму $1/S$ — інтервал кореляції між відліками</p>	В.Таллера (W. Tuller, кореляцій-ний підхід)
10	$h_\delta = \frac{ f'_{cep}(t) }{ f'_{max}(t) } ,$ <p>де $f'_{cep}(t), f'_{max}(t)$ — відповідно середнє і максимальнє значення похідних зміни кількості станів джерела</p>	В. Боюна (δ -ентропія)
11	$I_x = n \cdot \hat{E} \left[\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (D_x^2 - R_{xx}^2(j)) \right] ,$ <p>де $\hat{x}_i = x_i - M_x$ - центровані значення масиву даних; $D_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^2$ — дисперсія значень x_i; $M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ — математичнє сподівання; $R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{x}_i \cdot \hat{x}_{i+j}$ — автокореляційна функція(АКФ); m — число точок функції $R_{xx}(j)$ на інтервалі кореляції</p>	Я.Николайчука (кореляцій-ний підхід)

Таблиця 2

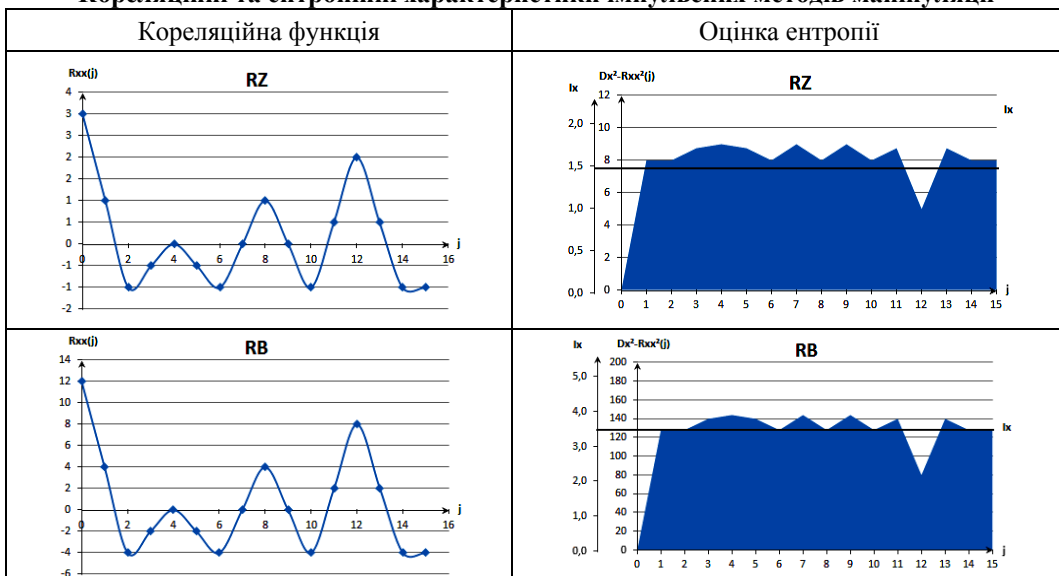
Класифікація АКФ та їх асимптотика

№	Назва кореляційної функції	Аналітичний вираз функції	Асимптотика функції
1	Знакова	$H_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+j} \text{sign } x_i \cdot \text{sign } x_{i+j}$	$H_{xx}(0) = +1;$ $H_{xx}(\infty) = 0.$
2	Релейна	$B_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot \text{sign } x_{i+j}$	$B_{xx}(0) = M_x;$ $B_{xx}(\infty) = 0.$
3	Коваріаційна	$K_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+j} x_i \cdot x_{i+j}$	$K_{xx}(0) = D_x + M_x^2;$ $K_{xx}(\infty) = M_x^2.$
4	Кореляційна(АКФ)	$R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+j} x_i \cdot x_{i+j}$	$R_{xx}(0) = D_x;$ $R_{xx}(\infty) = 0.$
5	Нормована кореляційна	$\rho_{xx}(j) = \frac{R_{xx}(j)}{D_x}$	$\rho_{xx}(0) = +1;$ $\rho_{xx}(\infty) = 0.$
6	Структурна	$C_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+j} (x_i - x_{i+j})^2$	$C_{xx}(0) = 0;$ $C_{xx}(\infty) = D_x.$
7	Модульна	$G_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+j} x_i - x_{i+j} $	$G_{xx}(0) = 0;$ $G_{xx}(\infty) = M_{\Delta x}.$
8	Еквівалентності	$F_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+j} Z_{ij}$ $Z_{ij} = \begin{cases} x_i, & \text{при } x_i \leq x_{i+j} \\ x_{i+j}, & \text{при } x_i > x_{i+j} \end{cases}$	$F_{xx}(0) = M_x;$ $F_{xx}(\infty) = 0.$

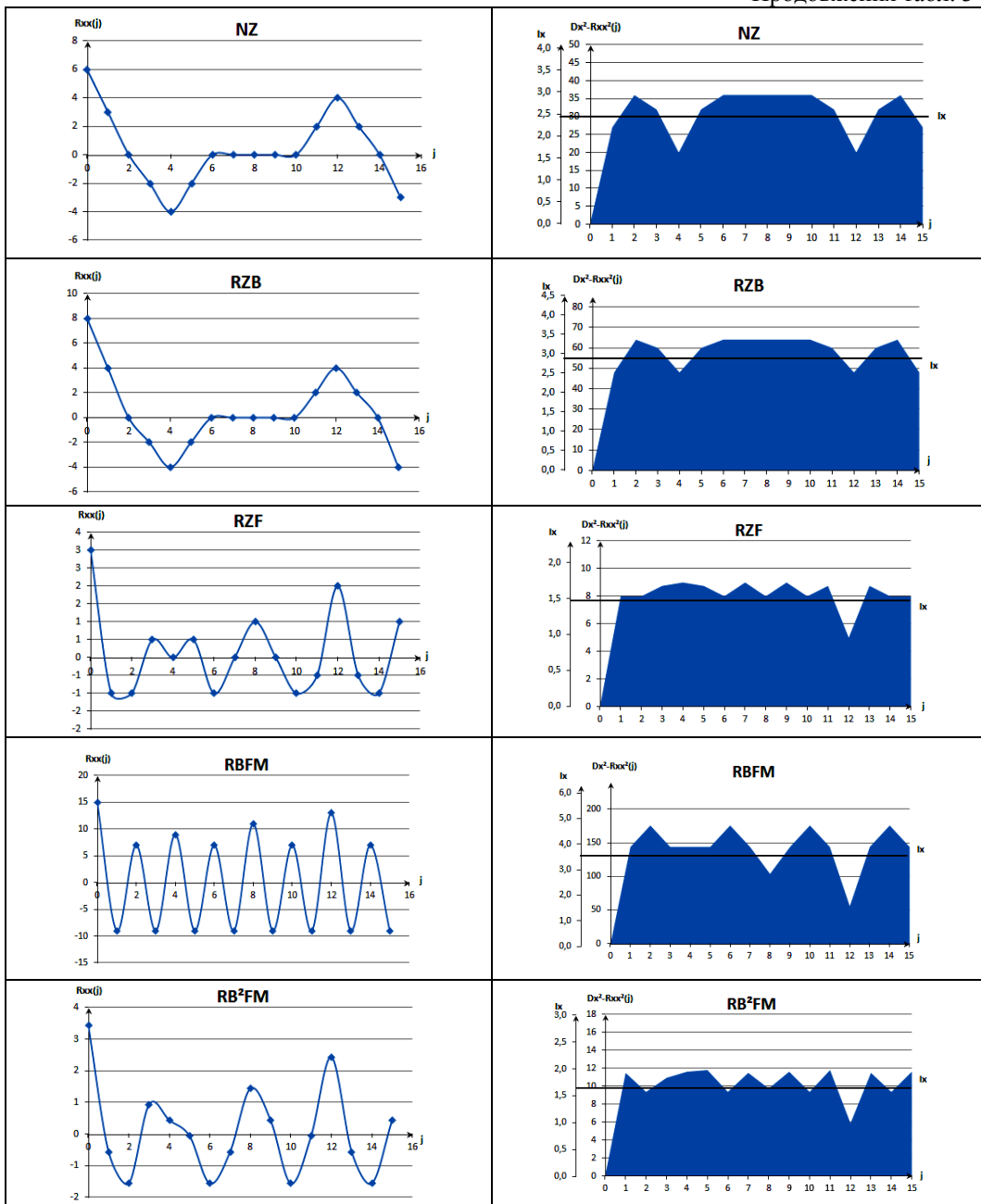
Дослідження АКФ реалізацій (01101001) маніпульованих імпульсних та потенціальних сигналів наведено в табл. 3 [15].

Таблиця 3.

Кореляційні та ентропійні характеристики імпульсних методів маніпуляції



Продовження табл. 3



В результаті аналізу кореляційної ентропії різних імпульсних та потенціальних методів маніпуляції сигналів показані на рис. 1.

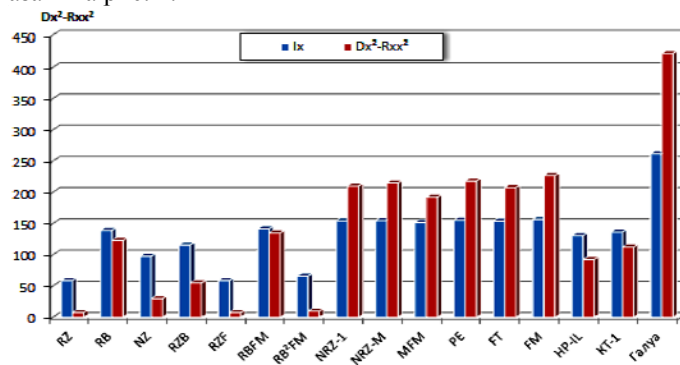


Рис. 1. Порівняльна діаграма ентропії маніпульованих сигналів

Систематизація характеристик аналітично заданих сигналів та оцінка їх кореляційної ентропії показана в табл. 4 [15]. Порівняльна діаграма оцінок ентропії аналітично заданих сигналів на рис. 2 [15].

Таблиця 4.

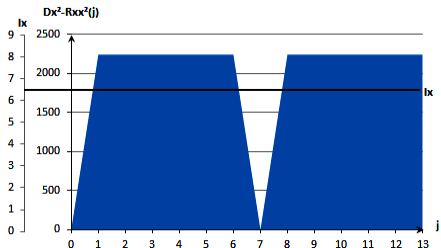
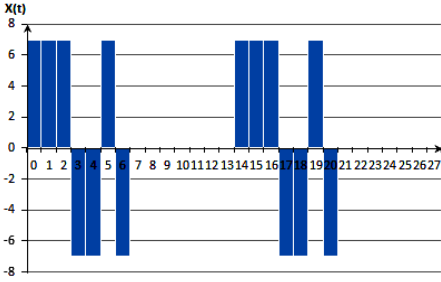
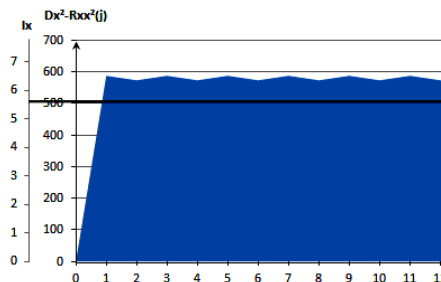
Графіки кореляційної оцінки ентропії сигналів.

Сигнал	Назва графіка	Графік
1	2	3
Sin(x)	Продукційна модель	
	Оцінка ентропії	
Меандровий	Продукційна модель	
	Оцінка ентропії	
Трапецеїдальний	Продукційна модель	

Продовження табл. 4

Сигнал	Назва графіка	Графік
1	2	3
Трапецеїдальний	Оцінка ентропії	
Трикутний	Продукційна модель	
	Оцінка ентропії	
Пилкоподібний	Продукційна модель	
	Оцінка ентропії	
М-сигнал	Продукційна модель	

Продовження табл. 4

Сигнал	Назва графіка	Графік
1	2	3
	Оцінка ентропії	
Сигнал коду Баркера	Продукційна модель	
	Оцінка ентропії	

З діаграми рис. 1 та рис. 2 видно що сигнали кодових систем Галуа до яких належать m-сигнали та сигнали Баркера мають максимальну ентропію, тому широко використовуються на практиці.

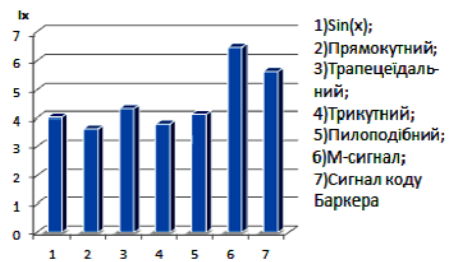


Рис. 2. Ентропія аналітично заданих сигналів

3. ДОСЛІДЖЕННЯ ЕНТРОПІЇ МАНІПУЛЬОВАНОГО RZ СИГНАЛУ НА ОСНОВІ РІЗНИХ ОЦІНОК АНАЛІТИЧНИХ ВИРАЗІВ ОЦІНКИ ЕНТРОПІЇ.

На рис. 3 показана реалізація маніпульованого RZ-сигналу, де тривалість одиночного маніпульованого сигналу складає 1/3 тривалості сигнального вікна. Оскільки імовірність появи нульового та одиничного біт-символу у біт-орієнтованій послідовності пакету даних великої довжини 0,1—10 Мбіт є рівноймовірним, то ентропійні характеристики таких сигналів досліджемо в границях двох-бітового сигнального вікна (рис. 4а) та його решітчастої моделі (рис. 4б).

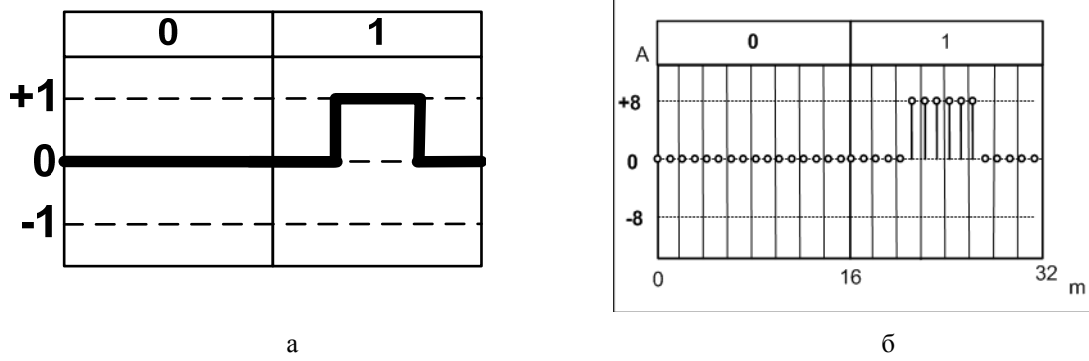


Рис. 4. Сигнальна та решітчаста модель маніпульованого RZ-сигналу:
 4а — сигнальне вікно методу RZ маніпуляції ; 4б — квантування сигналу RZ маніпуляції ;
 А — діапазон квантування; n — число відліків у сигнальному вікні.

Розрахунок ентропії такої моделі RZ-сигналу виконуємо на основі аналітичних виразів різних оцінок ентропії (табл. 5).

Таблиця 5.

Обчислення міри ентропії

По Р.Хартлі: $H = 16 * 2 * \hat{E}[\log_2 8] = 96; 96 * k_i = 96 * 0,1875 = 18 \text{біт};$ $k_i = \frac{6}{32} = 0,1875.$
По К.Крампу: $M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i; \dot{x} = x_i - M_x; D_x = \frac{1}{n} \sum (x_i - M_x)^2 \quad \sigma x = \sqrt{D_x};$ $M_x = (26 * 0 + 6 * 8) / 32 = 1,5;$ $D_x = \frac{1}{n} \sum \dot{x}_i^2 = \frac{1}{32} (26 * 1,5 + 6 * 6,5) = 9,75;$ $\sigma x = \sqrt{9,75} = 3,12; 3,12 * 3 = 9,36 \text{біт}.$
По Н.Колмогорову: $C = S; T \geq n; \frac{T}{\Delta t} = n; I \geq n + \log \frac{C}{\delta} = S;$ $n = 32; \frac{C}{\delta} = 16; S = 36 \text{біт}.$
По К.Шеннону: $0 = 26; p_1 = 26/32; 8 = 6; p_2 = 6/32;$ $I_m = \left(\begin{matrix} 26/32 * [\log_2 26 - \log_2 32] + \\ + 6/32 [\log_2 6 - \log_2 32] \end{matrix} \right) =$ $= 0,8125(4,7 - 5) + 0,1875(2,8 - 5) = 0,654;$ $3\Gamma = 20,928 \text{біт};$ $xU_1 = 0; xU_2 = 3.$
По Дж.Лонго: $(0,243 + 0,411) = 1,233 \text{біт}$
По Б.Оліверу: $n = 32;$ $\log 32! = 117;$ $\sum_j^h s_j = 26 * 0 + 6 * 8 = 48;$ $H = 117 - 48 = 69 \text{біт}.$
По В.Таллеру: $H = k * n * S_{ave}; Mx = 32 \log 2 = 1,5;$ $Rz = 32 * 0,58 = 18,71 \text{біт}.$

Продовження табл. 5

<p>По В.Боюну: $h\sigma = \frac{\Delta_{сер}}{\Delta_{max}}$; $\Delta_{max} = 8$; $Mx = 1,5$; $h\sigma = \frac{1,5}{8} = 0,1875$ біт.</p>
<p>По Я.Николайчуку: $I_x = n \cdot \hat{E} \left[\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (D_x^2 - R_{xx}^2(j)) \right], I_x = 6,4$ біти.</p>

Для розрахунку кореляційної міри ентропії за формулою Я.Николайчука (табл. 1.11) необхідно виконати центрування RZ-сигналу, що показано на рис. 5.

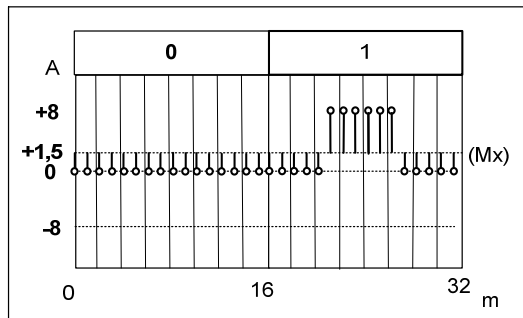


Рис. 5. Центровані значення RZ-сигналу

На основі масиву даних \dot{x}_i розраховуємо його дисперсію Dx та їх D^2x згідно виразів:

$$Dx = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \dot{x}_i^2$$

Звідки $Dx = 9,75$, $D^2x = 95,06$.

Розрахунок АКФ RZ-сигналу (рис.6) виконуємо на основі виразу:

$$Rxx(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \dot{x}_i * \dot{x}_{i+j}; j \in 0, m,$$

де m — число точок АКФ.

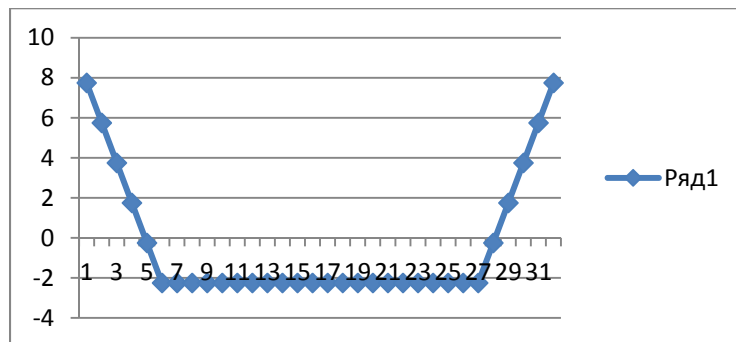


Рис. 6. АКФ RZ-сигналу

На рис. 7 показаний графік аргументної функції логарифму у формулі ентропії табл. 1.11, яка обчислюється згідно виразу

$$F_N = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m [D^2x - Rxx^2(j)].$$

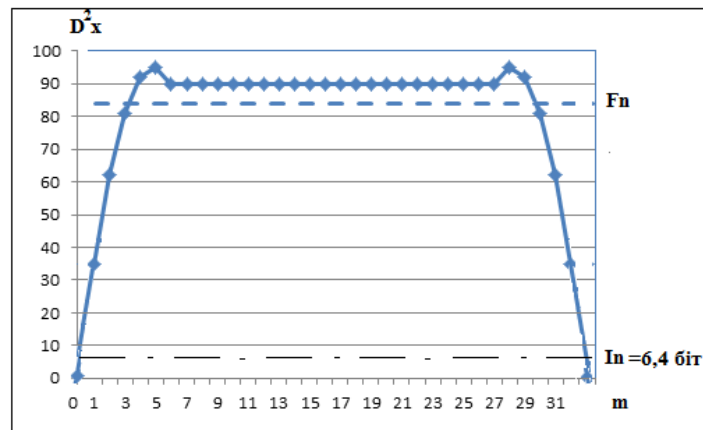


Рис. 7. Аргументна функція \log автокореляційної ентропії функції I_n та F_n .
Оцінка ентропії RZ-сигналу показана пунктиром

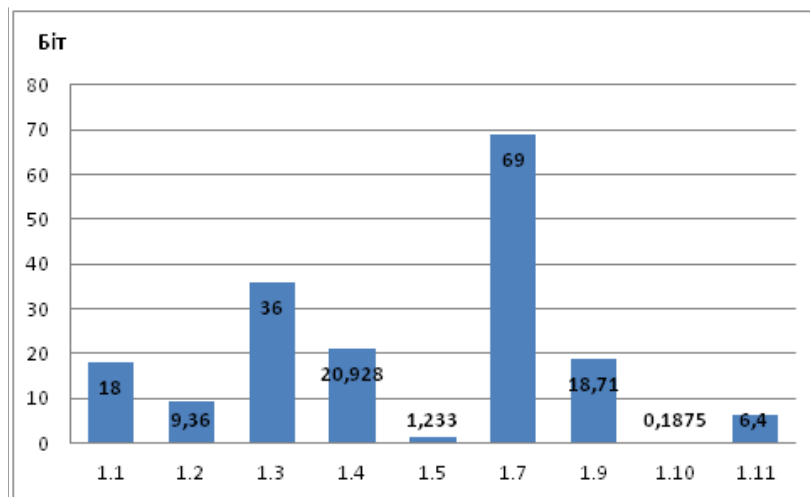


Рис. 8. Порівняльна діаграма різних оцінок мір ентропії

Значний розкид значень оцінок ентропії RZ-сигналу на основі різних аналітичних виразів (рис. 8) показує широкую багатогранність ентропійного підходу для опрацювання сигналів, що пов'язано з проблемною-орієнтацією теоретичних основ, що застосовуються до визначення оцінки ентропії.

ВИСНОВКИ

Систематизовано відомі оцінки ентропії джерел інформації згідно аналітичних виразів Р. Хартлі, К. Крампа, Н. Колмогорова, К. Шенона, Дж. Лонго, Г. Шульца, Б. Олівера, Д. Мідлттона, В. Таллера, В. Боюна, Я. Николайчука. Класифікована аналітика АКФ та їх асимптотика, досліджено АКФ маніпульованих імпульсних та потенціальних сигналів на основі їх реалізацій: 01101001;10101100101,

Розраховано ентропії сигналів та виконано їх порівняння на основі їх діаграми.

Проведенні теоретичні та експериментальні дослідження розрахунку ентропії аналітично заданих маніпульованих потенціальних та імпульсних сигналів, а також складена діаграма їх характеристик. Це дозволяє виконати вибір ентропійних оцінок для проблемно-орієнтованих застосувань в телекомунікаційних та комп'ютерних мережах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. К. Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. Издательство иностранной литературы, Москва 1963. — 438 с.
2. Хартли Р. Л. Передача информации // Теория информации и ее приложения. — М., 1959. — 350 с.

3. Харкевич А. А. Спектры и анализ. — М. : ГИТТЛ, 1957. — 280 с.
4. Колмогоров А. Н. Теория передачи информации: Сес. АН СССР по науч. пробл. автоматизации пр-ва. Пленар. заседания. — М. : Изд-во АН СССР, 1957. — 15 с.
5. Longo G. Quantitative–qualitative measure of information. Inetrnat. Center of mechan. Sciences(Sommerkurs in Undient)/ Springer–Verlag, 1972.
6. Shults G/ Informations theorie mit Bewertung. Wiss/Zeitschrift d. Humbold Univer. Berlin XX – 1971.S.175–183
7. Оливер Б. Эффективное кодирование/ Теория информации и её применение/Под ред. А. А. Харкевича. — М. : Физматгиз, 1959. — С. 159—190
8. Миддлтон Д. Введение в статистическую связи. — М. : Советское радио, 1961. — 768 с.
9. Николайчук Я. М. Теорія джерел інформації. / Монографія: Тернопіль: — ТНЕУ, 2008. — 536 с.
10. Николайчук Я. М. Коды поля Галуа: теория та застосування. — Монографія: / Тернопіль : ТЗОВ «Терно—граф». 2012. — 320 с.
11. Николайчук Я. М. Проекування спеціалізованих комп'ютерних систем. Навчальний посібник/ Тернопіль : ТЗОВ «Терно-граф». 2010. — 392 с., іл.
12. Computer tecnologic 2015
13. Николайчук Я. М. Концепція інтегрованої теорії джерел інформації // Збірник наукових праць Бучацького інституту менеджменту і аудиту. — Бучач. — 2009. — № 5. — С. 52—61.
14. Боюн В. П. Динамическая теория информации. Основы и приложения. — К. : Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2001. — 326 с.
15. Воронич А. Р. Ентропійні методи формування та процесори опрацювання сигналів на основі коректуючих кодів Галуа : Дис. канд. тех. наук. — Т., 2013
16. Погонєць І. О. Ентропійні методи та обчислювальні засоби ідентифікації станів квазістаціонарних об'єктів керування : Дис. канд. тех. наук. — Т., 2012
17. Сегін А. І. Моделі джерел інформації та методи їх формування в системах реального часу: Дис. канд. тех. наук — Л., 2001
18. Кузьмин И. В. Основы теории информации и кодирования / И. В. Кузьмин, В. А. Кедрус. — К. : Вища школа, 1986, — 238 с.
19. Николайчук Я. М., Сегін А. І., Сабодаж І. Метод розпізнавання графічних на основі власних функцій Карунена-Лоева // Комп'ютерні технології друкарства. Збірник наукових праць. 2000. Львів, — № 5, — 200. — С. 433—347.
20. Пат. 58743 Україна МПК(2006) G06F 17/15(2011/01). Пристрій для визначення автокореляційної міри ентропії/Івано—Франківський національний технічний університет нафти і газу/ Николайчук Я. М., Воронич А. Р., Погонєць І. О №u201011297; заявл. 22.09.2010; опубл. 26.04.2011, Бюл. № 8.
21. Пат. 68044 Україна МПК G06F 17/15(2006.01). Пристрій для визначення автокореляційної міри ентропії / Івано—Франківський національний технічний університет нафти і газу/ Николайчук Я. М., Воронич А. Р., Погонєць І. О., №u 01110818; заявл. 09.09.2011; опубл. 12.03.2012, Бюл. № 5.

Надійшла до редакції 19.06.2015 р.

НИКОЛАЙЧУК ЯРОСЛАВ МИКОЛАЙОВИЧ — д.т.н., професор, завідувач кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем, Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль, Україна.

ПАСТУХ ТАРАС ІГОРОВИЧ — аспірант кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем, Тернопільський національний університет, м. Тернопіль, Україна.

ВОРОНИЧ АРТУР РОМАНОВИЧ — к.т.н., доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна.